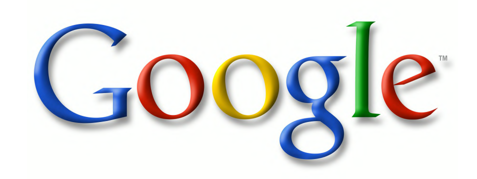
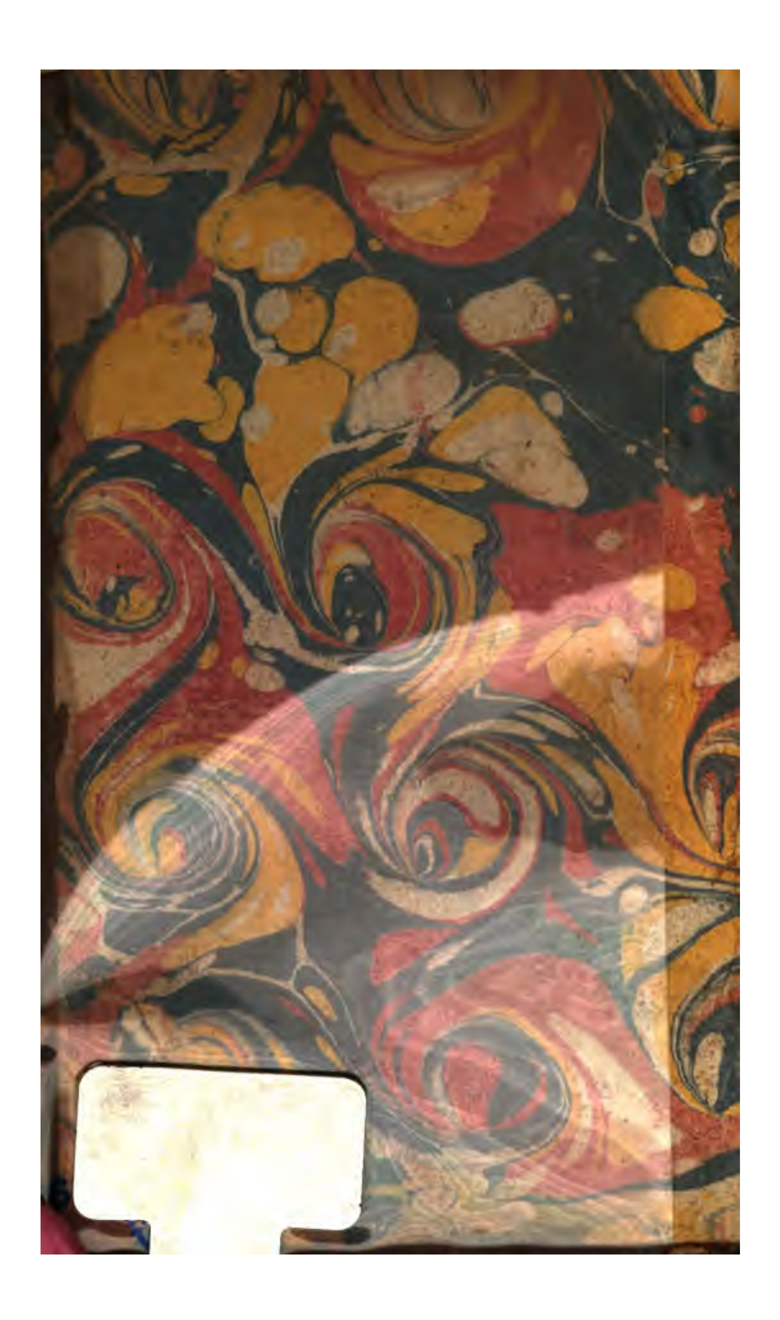




WIDENER LIBRARY
HX ISPV N







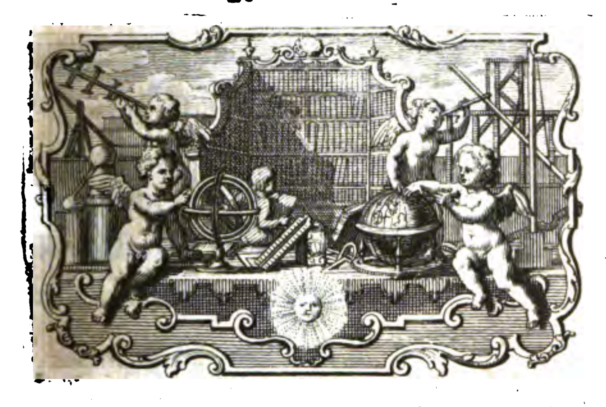


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXV.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

Ma-

TABLE.



TABLE POUR LES MEMOIRES.

Sur

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

Ma-

TABLE.



TABLE
POUR LES
MEMOIRES.

Sur

TABLE.

Sur



HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,

Année M. DCC. XXXI.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR L'ADHERENCE DES PARTIES de l'Air entre elles, & aux autres Corps. *

QUELLE que soit la cause qui lie entre elles les parties d'un même Corps, ou qui fait qu'un certain Corps s'attache plus aisément à certains autres, on s'apperçoit bien vîte, sans être Observateur, que les parties de l'Huile, par ex. sont plus liées entre elles que celles de l'Eau, & que l'Huile s'attache plus aisément à la plupart des Corps que ne feroit l'Eau. C'est-là ce qu'on appelle *Adhérence*, & il ne s'agira ici que des faits, & non des raisons primitives.

Plusieurs expériences physiques ont fait re-

* V. les M. p. 72.

reconnoitre dans l'Eau une viſcoſité, une adhérence de ſes parties, quoique beaucoup moindre que celle de l'Huile. On en a ſoupçonné auſſi une dans l'Air, beaucoup moindre encore que celle de l'Eau, mais on n'a pas paſſé ce ſoupçon; & même d'habiles Phyſiciens ont cru que l'Air étoit bien, à la vérité, un Fluïde, à cauſe de la grande fineſſe de ſes parties, qui les rend propres à ſe mouvoir indépendamment les unes des autres, mais non pas un Liquide, qui le fût à la maniere des autres que l'on connoit, dont les parties ſont plus liées enſemble. M. Petit le Médecin a voulu approfondir ce ſujet plus que l'on n'a fait juſqu'à préſent, & il le traite par un aſſez grand nombre d'expériences, dont nous ne rapporterons que les principales, celles qui demanderont le moins de diſcuſſion, & qui conclurront le plus ſenſiblement.

Dans des Solutions de Sels ou de Métaux, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de la liqueur juſqu'au haut, chargées de particules Salines ou Métalliques. Quand elles ſont arrivées en haut, elles s'uniſſent à l'Air extérieur, & ces particules qu'elles avoient enlevées avec elles retombent. Comme elles ſont ſpécifiquement plus peſantes que l'Air, il ne peut les enlever qu'en s'attachant à elles avec une certaine force, & de maniere que le tout qu'il formera avec chacune d'elles ſoit plus léger que la liqueur qu'il traverſera en montant. Il faut que dans ce petit tout la quantité d'Air ſoit d'un plus grand volume que la particule Saline ou Métalli-

que,

que, autrement il ne seroit pas assez léger. Donc la particule qui s'enleve n'est pas attachée à tout l'Air qui l'enleve, donc elle tend par son poids à séparer les parties auxquelles elle tient d'avec celles auxquelles elle ne tient pas, & puisqu'elle ne les sépare pas les unes des autres, elles ont donc ensemble une certaine union qui prévaut sur cet effort. Voilà une preuve assez manifeste, & de l'adhérence des parties de l'Air entre elles, & de leur adhérence à des corps étrangers.

Cette Méchanique très simple étant conçue, il est aisé d'imaginer les variétés qui arriveront au mouvement des Bulles d'Air chargées de particules plus pesantes. Quelquefois la Bulle n'ira pas jusqu'au haut, elle abandonnera en chemin sa particule, qui se précipitera aussi-tôt; quelquefois même chargée d'une particule trop pesante, elle n'aura pu du tout s'élever, & on verra une Bulle d'air au fond du Vaisseau, sans savoir ce qui l'y retient, &c. On imaginera bien aussi qu'il doit naitre beaucoup de variétés de la difference des Corps mis dans l'eau, sur-tout à l'égard de la grosseur des Bulles. Les plus grosses peuvent avoir près de 2 lignes de diametre, & il est à remarquer que quand elles vont jusque là, ou en approchent, elles sont allongées de haut en bas; parce que la pesanteur de la particule étrangere a pu alterer un peu sensiblement leur figure ronde. Mais nous laissons tout ce détail.

M. Petit a observé dans ses expériences que les Bulles d'Air, qui sont sur les Métaux ou Minéraux, sont principalement sur les en-

droits où les surfaces ne sont pas polies. L'Air s'est mieux attaché aux endroits raboteux, qui lui donnoient plus de prise, il s'est cantonné dans des cavités, & de plus l'Eau où ces Corps sont plongés chasse par son mouvement du dessus des surfaces polies l'Air peu adhérent qui s'y pouvoit trouver, & le pousse dans des endroits où il en rencontre d'autre qui l'arrête, & auquel il s'unit. C'est-là ce qui forme les Bulles les plus visibles, & c'est une suite de l'adhérence de l'Air.

L'Aiguille qui se soutient sur l'Eau, quoique le Fer ou Acier soit près de huit fois plus pesant que l'Eau, est un fait très connu, dont la cause est d'un côté l'adhérence des parties de l'Eau entre elles, qui empêche l'Aiguille de les diviser, de l'autre l'adhérence de quelques parties d'Air à l'Aiguille, telle que cette Aiguille ne pose sur l'Eau que par le milieu de sa partie inférieure, & est du reste comme portée dans une petite Gondole d'Air. Cela est si vrai, que l'Aiguille tombera dès qu'on retranchera l'une ou l'autre de ces deux circonstances, soit en chauffant l'Eau, ce qui diminuera l'adhérence de ses parties entre elles, soit en mouillant l'Aiguille, ce qui enlevera l'Air qui s'y étoit attaché, ou empêchera qu'il ne s'y en attache de nouveau, ou enfin mettra de l'eau plus pesante que l'air à la même place où il y eût eu de l'air, & rendra le tout plus pesant.

Cette expérience a été poussée plus loin. Des feuilles de differens Métaux, très minces,

& d'une assez grande superficie, se soutiennent sur l'Eau, & si l'on veut qu'elles s'enfoncent, il faut les charger de quelque poids; elles en portent souvent plus qu'on n'auroit cru. Il vient d'abord dans l'esprit qu'à cause de la grandeur de leur surface par rapport à leur peu de pesanteur, un trop grand nombre de parties d'Eau résistent en même tems à se laisser diviser; mais si cela étoit, pourquoi ces mêmes feuilles, mises au fond de l'Eau, remonteroient-elles aussi-tôt, en surmontant cette même résistance de l'Eau à sa division, que rien ne les oblige à surmonter, puisqu'au contraire leur propre pesanteur, & celle de toute l'Eau qu'elles portent, ne tendent qu'à les tenir où elles étoient? Il est nécessaire qu'il y ait en elles un principe de légereté par rapport à l'Eau dont elles doivent vaincre l'opposition, & ce principe ne peut être que l'Air qui leur est adhérent en une quantité d'autant plus grande qu'elles ont plus de surface.

M. Petit s'en est assuré par un moyen fort simple. Il lui a suffi de chiffonner ces feuilles entre ses doigts pour diminuer leur surface, & elles ne se sont plus soutenues sur l'eau.

Il ne faut pas omettre que quand on a chargé de quelque poids une feuille de Métal qu'on a mise au fond de l'Eau, & qu'on a voulu empêcher de remonter, comme on a placé naturellement ce poids au milieu de la surface de la feuille, on trouve que ses coins se sont relevés, parce qu'ils ont été plus libres que le milieu d'obeïr à l'effort que faisoit la feuille entiere pour monter. M. de Reaumur a

fait le premier cette obſervation, & l'a indiquée à M. Petit qui l'a bien répétée.

Voilà donc l'adhérence de l'Air aux Corps ſolides aſſez prouvée. On ſait que les Liquides en ſont pleins, mais on peut ne pas ſavoir combien il y eſt adhérent, & combien il eſt difficile, ou peut-être impoſſible de l'en tirer. Quand on a mis de l'Eau froide dans la Machine Pneumatique, & qu'on n'a encore fait le Vuide qu'à moitié, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de l'eau juſqu'à ſa ſurface où elles ſe diſſipent; cela ſe paſſe ſans beaucoup d'efferveſcence, & continue juſqu'à ce que le Vuide ſoit entierement fait, après quoi il ne monte plus de Bulles, ou très peu, quelque tems que l'Eau reſte dans la Machine.

Mais ſi on en retire cette même Eau, & qu'on l'y remette après l'avoir fait un peu chauffer, on la voit ſe raréfier à meſure que l'on pompe l'Air, il ſort des Bulles beaucoup plus groſſes que dans la premiere expérience, & il ſe fait une efferveſcence plus grande que celle qui ſeroit cauſée par le plus grand feu. Elle diminue à meſure que l'Eau ſe refroidit, & ne ceſſe que quand elle eſt entierement froide.

Il eſt déja ſorti de la même Eau bien de l'Air, & ce n'eſt pas à beaucoup près tout ce qu'elle en contenoit. Il n'y a qu'à la faire chauffer une ſeconde fois, mais un peu plus que la premiere, & on en tirera autant d'Air qu'on en avoit déja tiré. Elle ceſſe de faire efferveſcence dès qu'elle n'eſt pas plus chaude qu'elle ne l'étoit la premiere fois au

tems

tems de sa grande effervescence. On peut continuer ce manege tant qu'on voudra, pourvu qu'on mette toujours l'eau plus chaude. Il y a à cela un terme, qui est celui de la plus grande chaleur possible de l'Eau; apparemment passé ce terme on n'en tireroit plus d'Air, mais n'y en resteroit-il plus?

Quoi qu'il en soit, il paroît par ces expériences que l'Air a differens degrés d'adhérence avec l'Eau où il est envelopé; que plus elle est raréfiée par la chaleur, &, comme disent les Chimistes, ouverte, plus il s'en échappe d'Air, parce que les degrés de cette adhérence ne viennent à ceder que les uns après les autres, les plus forts après les plus foibles.

L'Air mouille donc les Corps à sa maniere, comme fait l'Eau. D'ailleurs les effets de l'adhérence que les parties des Liqueurs ont entre elles, lui sont communs avec ces Liqueurs. Ses Bulles ou gouttes affectent la figure ronde, & dès que deux Bulles se touchent, elles s'unissent. Que lui manque-t-il pour être un parfait Liquide? Il est si répandu par-tout, qu'une plus grande connoissance de sa nature promet nécessairement de nouveaux avantages à la Physique.

SUR LE NOUVEAU THERMOMETRE. *

LE nouveau Thermometre de M. de Reaumur, dont la construction a été expliquée en

* V. les M. p. 354.

en 1730 *, étoit digne d'être porté à toute la perfection qu'on y pouvoit desirer, & ç'eût été dommage d'y épargner quelque travail de plus, quoique ces sortes de travaux mènent presque toujours plus loin que l'on n'a cru. Il restoit quelque indécision sur l'article par où nous avons fini ce que nous en avons dit dans l'année précédente, & l'Inventeur du nouvel Instrument n'a pas voulu laisser ce sujet de doute, tout léger qu'il étoit; & l'engagement même où il prévoyoit qu'il s'alloit mettre d'entrer dans des discussions de Physique fort délicates, a été pour lui une raison d'entreprendre cette matiere.

Il s'agit de savoir si au haut du tuyau du Thermometre, on laissera de l'air naturel, & tel qu'il étoit au tems de la construction, ou si on le raréfiera autant qu'il sera possible. Nous en avons déja rapporté le pour & le contre. Si c'est le 1er, lorsque l'air renfermé, & l'Esprit de Vin recevront l'impression du Chaud extérieur, ils tendront en même tems à se dilater. Outre que la liqueur n'aura plus son mouvement libre, & marquera mal les degrés, cet effort peut être tel qu'il cassera la boule du Thermometre sur laquelle il s'exerce. Si c'est le 2d, l'air contenu dans l'Esprit de Vin, car toutes les liqueurs en contiennent, n'étant plus comprimé par le poids de l'air du haut du tube, s'échappera & s'élevera dans cette espèce de Vuide; on ne sait s'il ne peut pas s'y en amasser assez pour former un volume d'air égal

* p. 12. & suiv.

gal à peu près en quantité & en qualité à l'air naturel qu'on auroit laissé dans le 1er cas, & si par conséquent il n'y auroit pas les mêmes inconvéniens à en craindre.

Il y a plus: lorsqu'on prend le parti de ce 2d cas, on fait chauffer la liqueur en construisant le Thermometre, afin qu'elle s'éleve jusqu'au bout du tuyau, ou bien près, après quoi on le scelle promptement, & par ce moyen on ne peut y renfermer qu'un air extrêmement raréfié. Mais M. de Reaumur a observé que les Thermometres ainsi construits se tiennent plus haut que ceux sur lesquels on les avoit règles, avant qu'on les scellât. A la vérité, ces Thermometres dérangés se remettent d'eux-mêmes avec le tems, il y a même des moyens de leur aider, mais ils ne se remettent pas parfaitement. M. de Reaumur prouve que cet effet vient de l'air contenu dans la liqueur, & qui par la chaleur qu'elle a prise au tems de la construction s'est dégagé de ses parties, auxquelles il étoit intimement uni, moyennant quoi il s'est trouvé en état de se raréfier assez pour augmenter sensiblement le volume de l'Esprit de Vin. Nous expliquerons plus particulierement dans la suite tout ce qui appartient à cet air contenu dans la liqueur, & après cela differemment modifié.

Cette observation n'empêcheroit peut-être pas que le parti moyen que nous avions proposé pour l'air du haut du tube ne subsistât. On ne chaufferoit la liqueur que médiocrement en construisant le Thermometre, les inconvéniens seroient légers, & la Physique

qui ne peut jamais être si exacte, feroit assez en droit de les négliger. Mais M. de Reaumur a conçu le dessein hardi & presque téméraire d'ôter absolument ces inconvéniens.

Il seroit exécuté, si l'on pouvoit tirer de l'Esprit de Vin du Thermometre tout l'air qu'il contient; car alors on ne craindroit plus que sa marche ne fût troublée par cet air qui vient à s'en dégager en certains tems, la qualité de la liqueur seroit toujours la même, le haut du tube demeureroit, ou presque absolument voide, ou rempli seulement de telle quantité d'air naturel qu'on voudroit. Mais toutes les expériences nous apprennent qu'il est impossible de tirer d'une liqueur tout l'air qu'elle contient. Il n'y a que trois causes qui le fassent sortir des liqueurs, la diminution du poids de l'Atmosphere qui pressoit sur elles, une grande chaleur, un grand froid; cette derniere cause, moins frappante que les deux autres, se manifeste bien sensiblement dans la glace, par les grosses bulles d'air qui s'y forment. Mais il est très certain qu'aucune des trois ne tire entierement tout l'air.

Une réflexion sur le sujet présent fait voir que ce mal n'en est pas un. Il s'agit de Thermometres, d'Instrumens qui mesurent les degrés de chaud & de froid de l'air que nous respirons sur la Terre, & non pas les degrés de chaud & de froid de Mercure ou de Saturne. M. de Reaumur a pensé que si, comme il étoit très apparent, la chaleur faisoit sortir d'une liqueur, d'autant plus d'air qu'elle

le étoit plus grande, il y avoit un certain point au-delà duquel une chaleur déterminée n'en feroit plus sortir, quoiqu'il en restât; & que quand tout l'air que cette chaleur pouvoit tirer d'une liqueur en feroit sorti de maniere à n'y pouvoir rentrer, il n'étoit plus possible qu'une chaleur moins forte tirât aucun air de cette liqueur. Certainement, il s'en faut beaucoup que notre air ne soit jamais, ni en aucun Climat, aussi échauffé qu'il peut l'être par l'eau bouillante; & par conséquent si on a tiré d'un Esprit de Vin, par une chaleur approchante, tout l'air qu'il aura pu lui donner, cet Esprit sera desormais à l'épreuve de toutes les chaleurs des Païs les plus chauds, on aura une sureté plus que suffisante.

L'expérience s'est parfaitement accordée aux vues de M. de Reaumur. La boule d'un Thermometre étant plongée dans l'eau bouillante, & l'Esprit de Vin s'étant élevé jusqu'au haut du tube, il a scellé le tube avec de la Cire, & ensuite l'a couché presque horizontalement, afin que l'air, dont la partie considerablement la plus grande, étoit contenue dans la liqueur de la boule, s'échappât avec plus de facilité. Il s'est formé en effet une grosse bulle d'air au haut de la boule. M. de Reaumur a remis son Thermometre dans la situation verticale & ordinaire: alors la bulle de la boule s'est élevée le long du tube, & en a gagné le haut qui a été descellé pour la laisser sortir. Aussi-tôt on a remis le Thermometre dans de l'eau qu'on a fait chauffer jusqu'à bouillir, & on l'a rescellé pour recommencer

même opération, car il la faut recommencer, & plusieurs fois, toujours de la même façon, pour tirer toujours de nouvel air de la liqueur. Les bulles d'air du haut de la boule, qui diminuent de grosseur dans les opérations successives, promettent que l'air ne sera pas inépuisable. Cette diminution est sensible, tantôt dès les premieres opérations, tantôt plus tard, mais elle va toujours en augmentant, & enfin après un nombre d'opérations, qui va au plus jusqu'à 20, & est souvent moindre, la liqueur est entierement épuisée d'air, c'est-à-dire, de celui qu'elle peut donner par la chaleur de l'eau bouillante. On a beau laisser après la derniere opération le Thermometre couché horizontalement, il ne se forme plus de bulle d'air dans la boule. Le Thermometre construit à demeure, & ne devant plus être déscellé, a éte scellé à la Lampe, au-lieu qu'il ne l'étoit dans les opérations préparatoires qu'avec de la Cire qu'on ôtoit facilement.

Il a donné lieu à deux observations importantes, car nous en omettons plusieurs moins considerables, quoiqu'utiles au Sujet embrassé dans toute son étendue.

1°. Le Thermometre à Esprit de vin purgé d'air a été conforme dans sa marche à d'autres Thermometres bien règlés, mais dont l'Esprit de vin, le même en qualité, étoit chargé d'air autant qu'il pouvoit l'être. De-là il suit, contre l'opinion de plusieurs habiles Physiciens, que l'air contenu dans l'Esprit de vin, & par conséquent, selon toutes les apparences, celui des autres liqueurs, ne

contribue point à leur dilâtabilité, du moins sensiblement; car s'il y contribuoit, il est clair qu'un Thermometre à Esprit de vin, purgé d'air, ne se seroit pas tant élevé que les autres par un même degré de chaleur.

2°. Quoique par les opérations successives qui ont purgé un Esprit de vin, il en soit sorti une grande quantité d'air, & telle qu'en faisant une somme de tous les degrés que cet air dégagé a occupés au haut du tuyau, on trouve quelquefois jusqu'à 54 degrés, cependant le Thermometre étant construit, & s'étant mis au degré que lui donnoit la chaleur de l'air extérieur, il n'a été que de $\frac{1}{4}$ de degré plus bas, que si l'Esprit de vin n'avoit pas été purgé.

Cela paroît contraire à ce qui vient d'être dit, car enfin l'Esprit de vin purgé d'air étoit donc plus bas, moins dilaté, quoique de fort peu, & par conséquent l'air, qu'il avoit perdu, l'auroit rendu plus dilatable. Voici le dénouement de la difficulté, qui nous jette dans une consideration, ou plutôt dans une suite de considerations physiques assez curieuses.

Le fait est constant qu'il y a de l'air dans toutes les liqueurs, elles en exhalent toutes dans la Machine Pneumatique, & on ne les en épuise jamais entierement. M. Mariotte a observé qu'elles ont une grande facilité à en reprendre, & à s'en charger de nouveau autant qu'il est possible.

Cependant il y a peu d'affinité à certains égards entre ces deux substances, l'air & une liqueur quelconque. L'air se laisse aisé-

ment comprimer par les poids, & à proportion des poids, du moins dans les experiences que nous pouvons faire, & il se dilate à proportion de ce qu'il est soulagé de cette pression. Il se dilate aussi par le chaud, & se condense par le froid. On a éprouvé que l'eau est absolument incompressible par les poids, elle passera plutôt en vapeur par les pores d'un vase de métal où elle sera enfermée, que de se laisser comprimer par de violens coups de marteau, qui feront des enfonceemens au vase, & en diminueront la capacité intérieure. Cette eau qui ne s'est pas laissée comprimer, avoit pourtant beaucoup d'air; & de-là il suit que l'air mêlé dans les liqueurs y perd sa propriété d'être compressible par les poids, car ce que nous avons dit de l'eau, il le faut entendre des liqueurs en général qui contiennent toujours beaucoup d'eau, & peut-être ne sont liqueurs que parce qu'elles en contiennent.

Il y a cependant des cas où l'air des liqueurs est compressible. Quand M. de Reaumur, au moyen de l'eau bouillante, avoit épuisé d'air, autant qu'il se pouvoit, l'Esprit de vin de son Thermometre, le Thermometre descellé & ouvert à l'air extérieur, descendoit aussi-tôt de quelques degrés, sans que ce mouvement pût être attribué à la température d'air que cet Instrument doit marquer. Nous observerons même, en passant, qu'il ne falloit ouvrir le Thermometre qu'en faisant un petit trou à la cire qui le scelloit, sans quoi l'irruption de l'air extérieur auroit été trop brusque & trop impétueu-

tueuſe; & même en ne déſcellant qu'avec la précaution marquée, on voyoit encore des eſpeces de vibrations de la liqueur, qui repouſſée d'abord trop bas, remontoit enſuite comme par une vertu de reſſort, & venoit enfin à s'arrêter à un certain point. Aſſurément ce n'étoit pas dans cette expérience l'Eſprit de vin qui ſe comprimoit par l'entrée de l'air extérieur dans le tube, il falloit que ce fût de l'air raréfié contenu dans cet Eſprit.

L'air des liqueurs y eſt donc en deux états differens; dans l'un il eſt incompreſſible; dans l'autre, capable de compreſſion. Il eſt naturel, & même néceſſaire de concevoir que lorſqu'il eſt incompreſſible, il eſt uni à la liqueur le plus étroitement qu'il ſe puiſſe, & que quand il eſt capable de compreſſion, il eſt à demi dégagé, ſans avoir pu en ſortir; & en effet, il n'eſt en cet état que par une grande chaleur.

Si dans le premier état il ne fait rien à la compreſſibilité des liqueurs, il ne fait rien non plus à leur dilatabilité. L'eau ſe dilate indépendamment de l'air, parce que ſes parties deviennent plus ténues, s'écartent davantage les unes des autres, & ſe répandent dans un plus grand eſpace; ce ſont-là les vapeurs, les brouillards : & cela n'empêche pourtant pas que l'air, qu'il n'eſt pas poſſible de tirer entierement de l'eau, n'ait pu contribuer à la dilater. Pour l'Eſprit de vin qu'on aura purgé de tout l'air qui en peut ſortir par l'eau bouillante, il ne ſe dilatera plus à toute autre chaleur moindre que par la

ſa partie huileuſe & ſpiritueuſe, qui de ſa nature eſt ſuſceptible d'extenſion. Peut-être auſſi ſa partie aqueuſe, car il n'eſt pas d'une ſubſtance homogene, comme l'eau, contribue-t-elle de quelque choſe aux grandes dilatations.

La diſtinction des deux états de l'air dans les liqueurs donne l'explication de la difficulté qui avoit été propoſée. Mais cette explication elle-même en demande d'autres. Comment l'air eſt-il devenu incompreſſible dans une liqueur? Ses differentes parties, qui y ſeront ſemées comme on voudra, y ont toujours un certain volume, & tous ces volumes y ſont condenſés au point de ne pouvoir plus l'être davantage: quelle force a été aſſez puiſſante pour les condenſer à ce point-là? nous n'en connoiſſons aucune qui ſoit à beaucoup près capable de cet effet. Il ſuffit qu'une liqueur ſoit préſentée à l'air, elle le prend, s'en imbibe ſans aucune violence & très naturellement. Tout ceci, qui a paru aux Phyſiciens d'une difficulté effrayante, M. de Reaumur a trouvé moyen de le ramener à des idées ſi ſimples & ſi familieres, qu'on ſera peut-être étonné de l'embarras qu'on s'étoit fait.

Une liqueur prend l'air, comme une petite languette de Drap prend & boit l'eau où elle trempe par un bout. L'air mouillé par la premiere ſurface de la liqueur s'incorpore avec elle, il n'a plus que le mouvement de liquidité qu'elle a, & par ce mouvement celui qui étoit à la premiere ſurface eſt porté ailleurs, s'enfonce, ſi l'on veut, dans la liqueur, & il arrive à cette ſurface ſupérieu-

re

re de nouvel air qui se mouille pareillement de la liqueur, s'y mêle, & toujours ainsi de suite jusqu'à ce qu'elle en ait bu tout ce qu'elle en peut boire.

Tous les interstices que laissoient entre elles les parties propres de l'air se remplissent de la liqueur, & par conséquent le volume de l'air n'en est pas augmenté. C'est ainsi que le volume d'une Eponge ne l'est pas, quoiqu'à compter tout ce qu'elle a pris d'eau dans toutes ses cellules, il se trouvât qu'elle en a pris un volume beaucoup plus grand que celui de sa matiere propre.

Puisque du papier mouillé perd son ressort, & à tel point qu'il ne peut plus porter son propre poids, on concevra sans peine que l'air mouillé perd aussi son ressort, & qu'alors par conséquent il n'est plus ni compressible, ni dilatable. Mais il peut se secher, c'est-à-dire qu'il peut être tiré des interstices de cette liqueur où il s'est insinué, & cela arrive soit lorsque la compression de l'air extérieur devenue moindre, le tient moins renfermé dans la liqueur, soit lorsqu'il survient une chaleur qui agitant plus vivement les particules où la liqueur & l'air sont unis occasionne leur séparation, soit au contraire lorsque le froid rapprochant davantage les unes des autres les parties propres de la liqueur, en chasse & en exprime celles de l'air.

De ces trois cas celui de la chaleur est le seul auquel il faille avoir égard en fait de Thermometres, car leur liqueur ne gele pas, & on a pris ses précautions contre les variations du poids de l'Atmosphère. Quand la

cha-

chaleur n'a dégagé qu'à demi l'air de l'Esprit de Vin, on conçoit naturellement qu'il se trouve alors dans toute cette liqueur une infinité de petites bulles d'air fermées de toutes parts, qui n'en sortent point, parce qu'elles ne sont pas encore assez agitées, parce qu'elles n'ont pas la force de vaincre la résistance du liquide, &c. C'est dans ce cas-là principalement où arrivent les Phénomenes qui pouvoient embarrasser.

Nous avons vu que quand M. de Reaumur a voulu purger d'air un Esprit de vin autant qu'il pouvoit l'être par l'eau bouillante, il en avoit tiré par toutes ses opérations successives jusqu'à 54 degrés, ces degrés étant de l'étendue de ceux du tube du Thermometre; & que cependant le Thermometre construit ne s'étoit trouvé que de ¼ de degré plus bas qu'il n'eût été sans cette construction particuliere. Le rapport de 54 à ¼ étant celui de 216 à 1, le volume de la liqueur n'a donc par l'extraction de l'air été diminué que de $\frac{1}{216}$. C'est la même chose que si d'une Eponge bien imbibée d'eau, & qui représente ici l'air, on en retranchoit par la pensée toute sa substance propre, certainement le volume d'eau restant seroit presque égal à ce qu'étoit le tout auparavant. Il suit de-là, non que l'air fût 216 fois plus condensé dans l'Esprit de vin que dans l'état où nous le respirons, mais que d'un volume total de 217 parties, l'air en occupoit seulement 1, & l'Esprit de vin 216.

M. de Reaumur ne prétend pas avoir encore épuisé ce sujet; & en épuise-t-on jamais quel-

quelqu'un ? Il prétend seulement que quand on voudra le suivre plus loin, ses nouveaux Thermometres se trouveront heureusement fort propres aux expériences qui pourront y être nécessaires.

Pour revenir à la construction de ces Thermometres, d'où nous nous sommes un peu écartés par des considerations incidentes, M. de Reaumur avertit que quand on veut purger d'air l'Esprit de vin, on n'est pas absolument obligé de passer par le grand nombre d'opérations, qui l'en purgeroient entierement. Ce n'est pas que ce grand nombre doive faire tant de peur, ni qu'il demande tant de tems qu'on croiroit d'abord ; M. de Reaumur le fait voir : mais un moindre nombre suffira, & le peu d'air qui restera dans l'Esprit de vin ne sera pas capable de troubler jamais sa marche sensiblement. Les objections qu'on a faites de ce chef contre la nouvelle invention, l'Auteur les croit pleinement résolues par cette construction seule bien conçue, ou bien exécutée.

On a fait une autre difficulté, qui pouvoit faire impression, tant par le lieu d'où elle venoit, que par le calcul géometrique dont elle étoit appuyée. Le nouveau Thermometre doit être plus grand & plus gros que les anciens, & contenir plus de liqueur. Le fond de la boule est toujours d'autant plus chargé, non-seulement qu'une plus grande quantité de liqueur pese dessus, mais que la colomne de cette liqueur est plus haute, parce que, selon les principes de l'Hydrostatique, quoique le diametre du tube soit beaucoup plus petit que celui de

la boule, le fond de la boule eſt auſſi chargé que s'il l'étoit par une colomne de liqueur dont le diametre ſeroit dans toute ſa longueur égal à celui de la boule. Lorſque dans le nouveau Thermometre la liqueur eſt à ſa plus grande élevation, cette charge peut faire un effort de 130 livres, & il eſt à craindre que la boule qui n'eſt pas d'un verre plus fort que dans les Thermometres commus, ne caſſe. M. de Reaumur s'eſt raſſuré contre cette crainte par des expériences, ſoit en faiſant élever la liqueur par l'eau bouillante plus haut qu'elle ne fera jamais dans les grandes chaleurs d'aucun Climat, ſoit en employant des boules fort éloignées de la figure ſphérique, & par conſéquent beaucoup moins capables de réſiſter.

On pourroit dire qu'une plus grande charge, ſans caſſer la boule, la dilateroit, ce qui feroit baiſſer la liqueur dans le tuyau, & par conſéquent donneroit une marque trompeuſe. Mais M. de Reaumur a encore trouvé que cet inconvénient étoit nul. Quand le Thermometre eſt dans ſa poſition ordinaire, qui eſt la verticale, la boule eſt la plus chargée qu'elle puiſſe être, & par conſéquent dilatée ſi elle peut l'être par cette cauſe. En inclinant le tuyau juſqu'à le rendre preſque horizontal, on ſoulage la boule de preſque tout le poids qu'elle portoit; elle ſe reſſerrera donc, & le Thermometre étant promptement redreſſé, la liqueur y ſera plus haute qu'elle n'étoit auparavant. C'eſt cependant ce qui n'arrive point: preuve certaine que de ce chef, la boule ni ne ſe dilate, ni ne ſe reſſerre.

SUR-

SUR QUELQUES EXPERIENCES DE L'AIMAN. *

C'EST ici une matiere dont on ne verra de longtems le bout, si on le voit jamais, & si on le voit d'aucune autre. M. du Fay continue les recherches sur l'Aiman, dont nous avons parlé en 1728 † & en 1730 ‡; & par de nouvelles expériences, dont nous omettrons le détail, aussi-bien que la description des Machines qu'il a été obligé d'inventer, il étend présentement, ou éclaircit, ou modifie ce qu'il avoit avancé.

Il s'agit de deux Questions.

1°. Dans un même Aiman un Pole a-t-il constamment plus de vertu attractive que l'autre?

2°. Une plus grande vertu attractive n'emporte-t-elle pas la vertu de soutenir un plus grand poids?

Nous avons déja dit en 1730, que M. du Fay n'admet qu'un Courant de la matiere Magnétique, qui entre dans la Terre, comme en tout autre Aiman, par le Nord, & en sort par le Sud pour rentrer par le Nord, & par conséquent le Pole Boréal est toujours le Pole d'*entrée*, & l'Austral toujours le Pole de *sortie*; ce qui détermine nettement les dénominations des deux Poles, in-

* V. les M. p. 588.
† p. 1. & suiv. ‡ p. 1. & suiv.

indépendamment de toute autre considération, qui pourroit y mettre de l'équivoque. On a cru, après Descartes, que le Pole Boréal d'un Aiman avoit plus de vertu attractive que l'autre, & cela parce qu'il étoit plus proche du Pole Boréal du Monde : raison qui paroît assez légere. Quoique M. du Fay l'eût combattue en 1730 par une expérience qui pouvoit suffire, il n'a pas voulu s'en tenir là, car le fait pouvoit être vrai, & avoir une autre cause. Il étoit important de savoir si les deux Poles d'un Aiman sont inégaux en vertu.

On auroit peut-être de la peine à croire combien il fut difficile d'imaginer des expériences qui menassent surement à une conclusion. Enfin après avoir remédié à tous les inconvéniens qui se présentoient, & apporté les attentions les plus scrupuleuses, M. du Fay en approchant par degrés exactement mesurés un même Aiman de deux Aiguilles aimantées toutes pareilles, à la longueur près, qui étoit de 6 pouces dans l'une, & de 4 dans l'autre, trouva toujours que le Pole d'entrée de l'Aiman placé successivement à la même distance de l'une & de l'autre Aiguille en attiroit plus fortement le bout, ou lui faisoit décrire un plus grand arc de Cercle que ne faisoit le Pole de sortie, quand c'étoit à la plus longue Aiguille qu'on présentoit l'Aiman, & qu'au contraire quand c'étoit à la plus courte, le Pole de sortie étoit le plus fort. A toutes les differentes distances, & même avec plusieurs Aimans differens, les effets suivoient la même Règle.

On

On a dit en 1730, pourquoi dans l'hypothese d'un seul Courant de la matiere Magnétique, le Pole de sortie d'un Aiman doit naturellement être le plus fort. Je dis *naturellement*, car un Aiman peut être inégalement Aiman en ses differentes parties, il en aura de plus terrestres, de moins disposées à laisser passer librement la matiere Magnétique. Si un Aiman avoit agi de la même maniere sur les deux Aiguilles, si son Pole d'entrée avoit été le plus fort à l'égard des deux, on auroit pu croire que le vice étoit en lui, que sa constitution particuliere transposoit l'inégalité naturelle de ses Poles; mais il agissoit sur la petite Aiguille comme il le devoit: le vice n'étoit donc ni en lui, ni dans la petite Aiguille, mais dans la grande, & cela est d'autant plus certain qu'avec des Aimans differens, c'étoit encore la même chose. Il suit de-là que les deux bouts d'une Aiguille aimantée, &, ce qui revient au même, les deux Poles d'un Aiman, pouvant être plus forts ou plus foibles par eux-mêmes, & indépendamment de leur direction vers le Nord ou vers le Sud, il n'est pas possible de rien établir de général, ni de certain sur ce sujet.

Dans le cours des expériences, dont nous avons rapporté le résultat, M. du Fay observa qu'à mesure qu'il approchoit d'une Aiguille, qui tournoit sur son Pivot, la pierre d'Aiman, cette Aiguille toujours plus attirée décrivoit un plus grand arc de Cercle, assez proportionné d'abord aux differentes distances de l'Aiman; mais qu'ensuite cet arc devenoit tout d'un coup beaucoup plus grand qu'il n'eût

n'eût dû être ſelon cette proportion, après quoi le mouvement de l'Aiguille ſe remettoit aſſez dans la proportion juſqu'à la fin. Pourquoi ce ſaut bruſque de l'Aiguille vers le milieu de ſon mouvement? cela vient de la differente poſition de l'Aiguille à l'égard du Tourbillon de l'Aiman. D'abord l'Aiman étant éloigné, le Tourbillon n'atteignoit l'Aiguille qu'au milieu de ſa longueur, & la moitié de cette longueur étoit le bras de levier par lequel agiſſoit la vertu attractive de l'Aiman. Ce bras changeoit peu, s'allongeoit peu pendant un tems. Mais l'Aiman étant beaucoup plus proche, & le bout de l'Aiguille fort enfoncé dans le Tourbillon, tout d'un coup le bras de levier étoit preſque toute la longueur de l'Aiguille, & par conſéquent l'action de la vertu attractive en étoit ſubitement & très conſiderablement fortifiée, & après cela elle ne pouvoit plus l'être de la même maniere. Ce qui confirme bien cette explication, c'eſt que cette irrégularité apparente n'étoit bien marquée que dans les longues Aiguilles qui pouvoient fournir des bras de levier fort ſenſiblement inégaux.

Lorſqu'on a aimanté une Aiguille ou une Lame d'Acier, en la paſſant ſur une Pierre d'Aiman, & qu'on lui a donné les deux differens Poles ſelon le ſens dont on l'a paſſée, il n'y a qu'à la paſſer ſur la même Pierre une ſeconde fois en ſens contraire, le Pole qui étoit d'entrée devient auſſi-tôt celui de ſortie. Par cette opération, M. du Fay a eu beau changer & rechanger les Poles d'une

Lame,

Lame, le même bout qui s'étoit trouvé une fois avoir plus de vertu attractive, la conservoit toujours, & à peu près dans la même proportion, soit qu'il fût Pole d'entrée ou de sortie, soit, ce qui est la même chose, qu'il se dirigeât au Nord ou au Sud. C'étoit donc uniquement quelque disposition intérieure de cette Lame qui donnoit plus de vertu à l'un de ses bouts; &, ce qui le prouve encore, il se trouvoit d'autres Lames toutes pareilles, dont les deux bouts n'avoient point cette inégalité de vertu.

Il est fort naturel de croire qu'une plus grande vertu attractive est liée avec celle de soutenir un plus grand poids, ou plutôt que ces deux vertus ne sont que la même; car pourquoi un Aiman soutient-il un poids qui de lui-même tomberoit, si ce n'est parce qu'il l'attire, & se l'attache par cette attraction, & ne se l'attache-t-il pas davantage, ou, ce qui revient au même, ne doit-il pas soutenir un plus grand poids, à proportion que cette attraction est plus forte? Cependant les expériences de M. du Fay lui ont appris que le Pole qui attiroit de plus loin n'étoit pas toujours celui qui levoit le plus grand poids. Il en a été surpris d'abord, & a cessé de l'être en y pensant un peu. Un Tourbillon Magnétique est composé de petits Torrens, de filets, qui agissent & selon leur quantité plus ou moins grande, & selon qu'ils sont plus ou moins serrés les uns contre les autres. C'est par une plus grande quantité précisément qu'ils soutiennent un plus grand poids, c'est par une plus grande

union qu'ils attirent de plus loin. On voit assez ce qui résulte de cette distinction. La Nature en sait bien faire une infinité d'autres, & de plus fines, dont notre Raison ne s'avise point, si elle n'est avertie par les faits, & dont elle ne s'avise pas toujours quoiqu'avertie.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

LE P. Dom Halley, Prieur des anciens Bénédictins de Lessay proche Coutances, a écrit à M. de Mairan que le 3 Juin sur le soir, le jour suivant au matin, & le même jour au soir, il y avoit eu à Lessay des Tonnerres extraordinaires. Tout le Ciel étoit en feu depuis l'Horizon jusqu'au Zénit : on voyoit, ainsi que dans un feu d'artifice, le jeu d'une infinité de fusées volantes : il tomboit de toutes parts comme des gouttes de métal fondu & embrasé, & le spectacle eût été charmant sans la violence des coups de tonnerre, qui causoient de l'effroi aux plus hardis. Les édifices en étoient ébranlés, quelques-uns furent réduits en cendres, & des Bestiaux tués. Cependant la pluye ne fut pas des plus abondantes, au contraire la sécheresse, dont on se plaignoit, continua toujours. Apparemment elle avoit beaucoup contribué

tribué à ce terrible Météore; les exhalaisons sulphureuses n'ayant point été détrempées, comme à l'ordinaire, s'étoient amassées en plus grande quantité, & avoient pris feu avec toute la force dont elles sont capables.

I I.

Le 15 Juin il y eut dans la Ville de Cavaillon, entre 10 & 11 heures de nuit, un si grand tremblement de Terre, qu'il sembloit que toute cette Ville allât être entierement renversée. Le Dôme de la Porte de la Couronne tomba. On ne se souvenoit point d'avoir jamais vu de tremblement de terre à Cavaillon.

I I I.

Il y a à Marseille une Tour située sur le haut d'une Colline, & où une Cloche de 6 pieds de diametre est suspendue sur deux barres de Fer longues de 3 toises, épaisses de $3\frac{1}{2}$ pouces, & posées horizontalement de l'Est à l'Ouest. Suivant les Archives de la Ville, il y a environ 420 ans qu'elles ont été mises au haut de cette Tour, retenues par les deux bouts dans les épaisseurs de deux piliers d'une pierre de taille assez tendre.

M. Chevalier, Ingénieur à Marseille, travaillant à un Plan de la Ville, monta au haut de la Tour, & remarqua qu'aux deux bouts des barres de Fer, & dans les piliers qui les portent, il y avoit une épaisseur de Rouille assez considerable, qui s'étoit formée du fer & de la pierre, & il jugea que cette Rouille

pouvoit bien avoir été convertie en Aiman, comme il étoit arrivé à Chartres & à Aix. Il en fit détacher un morceau avec un marteau, & il fut convaincu sur le champ que sa conjecture étoit vraye, car les petites parties qui s'étoient rompues autour du morceau, en le détachant de la barre, y demeuroient attachées, & s'y hérissoient comme la limaille de Fer sur l'Aiman. Il reconnut ensuite cette matiere pour un excellent Aiman, par la quantité de limaille dont elle se chargeoit.

M. du Fay, à qui cette Relation a été adressée, en a fait voir à l'Académie deux morceaux d'égale bonté à peu près, & d'une force assez uniforme dans toutes leurs parties. Il a détaché de l'un le poids d'un peu plus de 3 gros $\frac{1}{2}$, & ce petit morceau, quoique brut, & sans avoir aucune de ses faces applanie, se soutient contre du Fer, & par conséquent doit être mis au rang des meilleurs Aimans. Extérieurement il ressemble à du Fer rouillé, & rongé par les injures de l'air; mais intérieurement il est de la couleur de l'Aiman de la Chine, & brillant dans les cassures. Il est disposé en lames aisées à séparer. Il se lime très difficilement, & paroît aussi dur que l'Aiman ordinaire; cependant on le casse sans peine. Enfin lorsqu'il est travaillé, il ne conserve plus aucunes marques de son premier état, & n'est plus qu'un Aiman d'une très bonne qualité.

Voilà donc du Fer qui s'est changé en Aiman. Il semble jusqu'à présent que les conditions nécessaires pour cette métamorphose sont

sont, que le Fer qui la doit recevoir soit environné de pierre, & que les lieux où elle se fera soient élevés, car les barres de la Cloche de Marseille étoient 58 Toises au-dessus du Niveau de la Mer, & les deux autres exemples que l'on connoit, appartiennent à des Clochers. Mais peut-être nous pressons-nous trop de conjecturer.

IV.

Nous avons rapporté en 1719 * le fait peu vraisemblable & bien attesté d'un Crapaud trouvé vivant & sain au milieu du Tronc d'un assez gros Orme, sans que l'Animal en pût jamais sortir, & sans qu'il y eût aucune apparence qu'il y fût jamais entré. M. Seigne de Nantes a écrit précisément le même fait à l'Académie, à cela près qu'au-lieu d'un Orme, c'étoit un Chêne plus gros que l'Orme, selon les mesures qu'il en donne, ce qui augmente encore la merveille. Il juge par le tems nécessaire à l'accroissement du Chêne, que le Crapaud devoit s'y être conservé depuis 80 ou 100 ans, sans air & sans aliment étranger. M. Seigne ne paroît pas du tout avoir connu l'autre fait de 1719, & l'extrême conformité du sien en est d'autant plus frappante.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires

* p. 42.

* Les Obſervations Météorologiques de M. Caſſini en 1730, comparées à quelques autres faites en differens lieux.

† Et celles de M. Maraldi pour l'année 1731.

‡ Les Obſervations de quelques Aurores Boréales par M. de Mairan.

ANATOMIE.

SUR L'OPERATION LATERALE DE LA TAILLE. ‡

NOus avons dit en 1728 § quelles ſont les quatre Opérations pratiquées juſqu'à préſent pour la Taille, & nous en avons fait d'après un Livre de M. Morand une petite Hiſtoire abregée, qui ſe termine par le changement qui commençoit à ſe faire en Angleterre à l'égard des differentes Méthodes ſucceſſivement éprouvées ; on abandonnoit alors le *Haut Appareil* pour l'*Opération laterale* de M. Rau.

M. Morand continue ici cette Hiſtoire, dont une partie s'eſt paſſée ſous ſes yeux, lorſqu'il étoit à Londres où l'avoit attiré la curioſité de voir opérer le fameux M. Cheſelden, & de s'inſtruire avec lui. Ce grand Chirur-

* V. les M. p. 1. † p. 719.
‡ p. 531. ‡ V. les M. p. 205.
§ p. 36. & ſuiv.

Chirurgien, quoique content du Haut Appareil, voulut aussi éprouver l'Opération laterale, parce qu'on ne peut trop en matiere si importante se tourner de tous les côtés; & il eut de si grands succès que M. Morand revint en France, très persuadé des avantages de l'Opération laterale, qui lui furent encore confirmés par tout ce qu'il en apprit dans la suite.

Cette Opération avoit eu le malheur de débuter très mal à Paris, où feu M. Mery l'avoit rudement condamnée; & elle le méritoit par la maniere incertaine, périlleuse, & presque aveugle, dont la pratiquoit le Frere Jaques, son premier Auteur. Mais il se corrigea, se perfectionna, soit par ses réflexions, soit par des conseils; il réussit en Hollande avec tant d'éclat, qu'on lui rendit des honneurs publics, & enfin M. Rau adopta sa Méthode, ou du moins en prit le fond. C'est de-là qu'elle a passé en Angleterre, revêtue du nom de M. Rau. Nous ne touchons que le plus légerement qu'il soit possible tous ces points, & quelques autres, traités avec toute l'étendue nécessaire dans le Mémoire de M. Morand: notre intention n'est que d'en venir à ce que le Mémoire ne dit pas, & qu'il est cependant important que le Public sache.

M. Morand, convaincu de la bonté de l'Opération laterale & par le grand nombre des succès de M. Cheselden, & par les études qu'il avoit faites sur beaucoup de Cadavres, & par une recherche exacte de tout l'historique qui appartenoit à cette matiere, se met, avec l'aveu de ses Supérieurs, à pratiquer

cette Opération dans Paris. M. Perchet, un de ses Confreres, en fait autant, & de seize personnes taillées de cette maniere, quatorze sont parfaitement guéries, quoique de ces quatorze il y en eût quatre qui au tems de la Taille étoient en très mauvais état. Les Supérieurs, le Premier-Ministre même, applaudissent. L'Académie a vu onze de ces guéris, & elle a vérifié leurs cicatrices; les trois autres étoient retournés chez eux. Mais après cela M. Morand taille en 1731 deux Malades connus dans le monde, l'un principalement, & tous deux meurent le 6me jour. Il s'éleve un cri dans Paris contre la nouvelle Opération. On n'avoit pas entendu parler de toutes les Cures précédentes, mais tout le monde sait qu'il s'est fait deux meurtres consécutifs. M. Morand obtint que les deux Cadavres fussent ouverts en présence de Médecins & de Chirurgiens, & ils attesterent en forme ce qu'ils avoient vu dans les Reins & dans la Vessie, c'est-à-dire des causes de mort sensibles, & indépendantes de l'Opération, qui se trouva bien faite de part & d'autre. L'Académie vit les mêmes pieces, & en jugea de même. M. Morand, bien muni de faits & de raisons justificatives, publia le tout dans des Ecrits imprimés, qui par cette raison n'entrent point dans le Mémoire qu'il donne présentement. Si nous en rappellons le souvenir, c'est moins pour son interêt que pour celui du Public, à qui il importe qu'une bonne Opération ne tombe pas dans le décri, parce qu'il lui sera arrivé, ainsi qu'il est presque absolument inévitable,

vitable, quelques malheurs d'éclat, dont des jalousies particulieres tâcheront de profiter.

SUR LE CHANGEMENT DE FIGURE DU COEUR DANS LA SYSTOLE.

LE Sang de toutes les parties du Corps rapporté par les Veines dans les deux Oreillettes du Cœur, l'une droite, l'autre gauche, n'y séjourne qu'un instant, pendant lequel ces deux Vaisseaux le tiennent renfermé au moyen de certaines Valvules, qui ne lui permettent pas de sortir. Mais dans l'instant suivant elles le lui permettent en s'abbaissant vers la pointe du cœur, & s'applatissant vers ses parois, au-lieu qu'elles étoient auparavant tendues & soulevées; alors le sang entre dans les deux Ventricules, qui s'ouvrent & se dilatent pour le recevoir. C'est-là la Diastole du Cœur. Enfin il faut que le sang sorte des Ventricules pour entrer dans les Arteres qui alors se dilatent, & ont leur Diastole, & cela se fait par la contraction ou Systole du Cœur, qui en diminuant la capacité des Ventricules en chasse le sang. Ce que nous avons appellé le premier instant est le même que ce dernier, qui ne doit pas être pris pour un troisieme; dans le moment de la Systole du Cœur, les Valvules doivent empêcher que le sang contenu

dans les Oreillettes n'en ſorte pour tomber dans les Ventricules, lorſqu'ils doivent ſe vuider du ſang qu'ils contiennent déja. Le moment de la Syſtole du Cœur eſt auſſi le même que celui de la Diaſtole des Arteres, pendant lequel on ſent leur battement. Le Cœur étant certainement un Muſcle, quoique d'une conſtruction particuliere, on compte ſa Diaſtole ou relâchement pour ſon état naturel, & ſa Syſtole pour un état en quelque ſorte forcé par l'intervention d'une cauſe étrangere, tels que ſeroient les Eſprits Animaux.

Lorſque le Cœur, qui étoit en Diaſtole, vient à être en Syſtole, il faut néceſſairement qu'il change de figure pour ce ſecond inſtant, & que par ce changement il chaſſe le Sang hors de ſes Ventricules. Ce qui s'offre d'abord à l'eſprit, c'eſt que le Cœur s'accourcira, c'eſt-à-dire, que la ligne qui va de ſa baſe à ſa pointe diminuera de longueur: mais il eſt poſſible auſſi que la ligne qui diminuera ſera la perpendiculaire à cette premiere, celle qui paſſe par le milieu des deux Ventricules, auquel cas le Cœur ſe rétrécira; il eſt viſible que de l'une & de l'autre façon le Sang ſera pouſſé hors des Ventricules. Dans le cas où le Cœur ſe raccourcit, on conçoit qu'il doit en même tems s'élargir; & dans le cas où il ſe rétrécit, on conçoit qu'il doit s'allonger; & qu'ainſi les deux cas du raccourciſſement & du rétréciſſemenr ſont oppoſés, & incompatibles: mais en y faiſant un peu d'attention, on voit qu'abſolument le Cœur peut s'accourcir ſans s'élargir, ou ſe rétrécir ſans s'allon-

longer, qu'il peut même se contracter en tous sens à la fois, comme feroit une Sphere d'une matiere spongieuse, dont tous les diametres s'accourciroient ensemble, & également. Il se forme des opinions differentes, lorsqu'entre ces differentes manieres, dont il est possible que la Systole se fasse pour produire l'effet qu'elle produit certainement, on en choisit quelqu'une à l'exclusion des autres.

A Montpellier il s'éleva sur cette matiere une contestation entre deux Prétendans à une Chaire de Professeur en Médecine: l'un soutenoit que dans la Systole le Cœur s'accourcit, l'autre qu'il s'allonge, & la Question fut proposée à l'Académie des Sciences.

M. Hunaud, que l'on chargea d'un examen particulier, commença par ramasser les autorités des Anatomistes les plus célèbres. Harvé, Lower, Stenon, M. Vieussens, sont pour le raccourcissement; Schelegelius, Borelli, & quelques autres encore sont pour l'allongement, ou simplement nient le raccourcissement. Sur-tout M. Winslow, dans un Mémoire imprimé en 1725 parmi ceux de l'Académie, a semblé se déclarer pour ce dernier parti, puisqu'il traite d'*erreur* l'opinion que le Cœur s'accourcisse dans la Systole. Son autorité faisoit une grande partie de la force de celui des deux Disputans, à qui elle étoit favorable.

On vint ensuite à l'expérience. M. Hunaud examina & fit voir les Cœurs de plusieurs Animaux ouverts en vie, Chiens,

Chats, Pigeons, Lapins, Carpes, Grenouilles, Viperes. Cette voye, qui est en général la plus sure, ne l'est pas tant ici. Les Cœurs de ces Animaux dans l'état où on les prend, ont des mouvemens si irréguliers, si changeans, si convulsifs, tantôt si lents, tantôt si précipités, qu'il est très difficile de savoir bien précisément ce qu'on voit, & ceux qui n'avoient pas les yeux bien accoutumés à ces sortes de spectacles n'osoient rendre aucun témoignage positif. Pour M. Hunaud il assura, sans hésiter, qu'il voyoit toujours le Cœur se raccourcir.

Il ne faut point se croire engagé d'honneur à soutenir ce qu'on a avancé, seulement parce qu'on l'a avancé; il y auroit bien plus d'honneur à s'en dédire: mais il est très légitime de ne se pas laisser imputer plus que ce qu'on a dit, & de se renfermer dans ces bornes. M. Winslow, que l'on regardoit comme obligé à soutenir l'allongement du Cœur, ne l'étoit pas, à parler exactement; il n'étoit pas vrai, selon lui, que le Cœur se raccourcît dans la Systole, & il étoit vrai qu'il se rétrécissoit: mais il pouvoit se rétrécir sans s'allonger, & cela suffisoit à M. Winslow.

Il avoit été autrefois dans l'opinion la plus commune, mais ayant fait attention à une remarque de l'illustre Alphonse Borelli, que les fibres longitudinales du Cœur, celles qui vont de la base à la pointe, sont en beaucoup moindre quantité que les transverses, il conçut que dans la Systole c'étoient donc les transverses qui faisoient le plus grand effet,

&

& que par conséquent leur contraction ou raccourcissement devoit rétrécir le Cœur, tandis que la contraction des longitudinales pourroit ne pas l'accourcir. Il faut entendre ici par fibres longitudinales & transverses, non-seulement les directes, mais encore les obliques.

Tandis qu'on en étoit là dans l'Académie, M. Bassuel, Chirurgien de Paris, y vint lire sur ce sujet un Mémoire qui fut écouté avec assez de satisfaction. Il tenoit pour le raccourcissement du Cœur, & se fondoit principalement sur le jeu des Valvules.

Posées, comme elles sont, de chaque côté du Cœur, entre l'Oreillette & le Ventricule correspondant, il est certain que leur fonction est de laisser tomber le Sang de l'Oreillette dans le Ventricule pendant la Diastole du Cœur, & d'empêcher pendant la Systole que le Sang ne continue de tomber ainsi, parce que le Ventricule trop plein ne permettroit pas au Cœur de se contracter, & de pousser dans l'Artere correspondante le Sang que le Ventricule contient. Pour cela, il faut que les Valvules s'abbaissent dans la Diastole, & se relevent dans la Systole, de maniere à fermer les Oreillettes, & à en empêcher la communication avec les Ventricules. Le mouvement des Valvules dépend des filets tendineux, auxquels elles sont attachées, & qui partent de certaines colomnes charnues vers la pointe du Cœur. Quand ces filets qu'on peut d'abord supposer lâches, le deviennent moins, par quelque cause que ce soit, ils tirent les Valvules en en bas, les

appliquent contre les parois du Cœur, de ſorte que le Sang paſſe librement des Oreillettes dans les Ventricules. Quand au contaire les filets ſont plus lâches, ils permettent aux Valvules de ſe détacher des parois, elles remontent, & ſe placent entre elles de la maniere néceſſaire à fermer l'iſſue de leurs Oreillettes. Il eſt viſible que le premier mouvement des Valvules ſe fait dans la Diaſtole, & le ſecond dans la Syſtole. Donc le moment de la Syſtole eſt celui où les filets tendineux ſont relâchés. Or ils le ſont quand la pointe du Cœur s'approche de ſa baſe, car alors ils deviennent trop longs pour pouvoir tirer les Valvules en en-bas: donc le moment de la Syſtole eſt celui où la pointe du Cœur s'approche de ſa baſe, & il faut qu'elle s'en approche, afin que dans ce moment-là le Sang des Oreillettes ne tombe pas dans les Ventricules. Donc le Cœur s'accourcit dans la Syſtole.

Cela ſe peut confirmer par une obſervation que l'on fait ſur les Cœurs morts. Les Valvules y ſont appliquées contre les parois, ainſi qu'elles doivent l'être, pour laiſſer tomber le Sang dans les Ventricules; & l'on voit à l'œil que pour les relever, il faudroit que les filets tendineux, qui les avoient abbaiſſées par leur accourciſſement, vinſſent à s'allonger, ou à devenir lâches, ce qui arriveroit ſi la pointe du Cœur s'approchoit de la baſe. Les Valvules qui étoient demeurées dans l'état où la Diaſtole les mettoit, ſe ſeroient donc relevées dans la Syſtole ſuivante par le raccourciſſement du Cœur.

L'ex-

L'expérience, que M. Bassuel rapporte de Lower, étoit encore plus décisive. Lower, après avoir rempli d'eau un Ventricule, pressoit le Cœur du côté de sa pointe pour le raccourcir un peu, & on voyoit aussi-tôt les Valvules se hausser, & s'ajuster ensemble de façon à ne laisser point sortir la liqueur qui étoit au dessous d'elles. L'effet étoit encore mieux marqué, & plus complet, quand M. Bassuel ajoutoit une légere pression du côté de la base, & une autre laterale.

Il a renversé aussi l'expérience de Lower, en allongeant par quelques petits artifices assez délicats, & en pressant ensuite un Cœur dont un Ventricule étoit plein d'eau; l'eau en est sortie très facilement, & s'est jettée dans l'Oreillette. La Systole feroit refluer de même le Sang dans les Oreillettes, si le Cœur s'allongeoit.

Ce qui fait conclurre ici que le Cœur ne s'allonge point, ou s'accourcit dans la Systole, c'est que l'état des Valvules, qui doivent alors être élevées, demande que leurs filets tendineux soient relâchés, ou plus longs; & ce raisonnement cesse, si dans ce même tems, ces filets peuvent n'être pas plus longs. Or M. Winslow croit que ces filets peuvent ne l'être pas, & qu'il suffiroit que les colomnes, qui leur servent de base, s'allongeassent dans la Systole.

On peut répondre aussi aux expériences de Lower, & de M. Bassuel, que quand dans un Ventricule rempli d'eau, & ensuite comprimé, parce qu'on a rapproché la pointe du Cœur de sa base, les Valvules se soule-

levent, & ferment le Ventricule, ce n'est-là qu'une suite du mouvement imprimé à l'eau, par lequel elle remonte un peu, & éleve les Valvules qu'elle rencontre en son chemin. Les filets leur permettent ce jeu, mais ils n'en sont pas la cause.

Nous n'avons point parlé d'un article, qui n'a pas laissé d'être touché. Dans le moment de la pulsation des Arteres, qui est celui de la Systole, on sent le Cœur qui vient battre contre les Côtes, & on juge que c'est par sa pointe qu'il bat. Il est assez naturel de croire qu'il s'est donc allongé, & qu'il étoit plus court, ou qu'il avoit sa pointe plus proche de sa base, dans le moment précédent où cette pointe ne touchoit pas aux Côtes. Donc le Cœur s'allonge dans la Systole. La conclusion seroit bien sure, si le Cœur étoit fixe & inébranlable dans une place; mais il ne l'est pas, les Vaisseaux, avec lesquels il a connexion, lui souffrent un peu de mouvement. M. Winslow avoit déja dit ailleurs, que la masse du Cœur peut glisser dans le Péricarde dont elle est envelopée, & M. Bassuel prouvoit par des expériences que chacun peut faire sur soi-même, combien la position de cette partie peut varier.

Il faut avouer que tout ceci n'aboutit qu'à des incertitudes: mais les incertitudes sont des especes de lumieres qui peuvent mener à la connoissance du vrai, au-lieu que des décisions hardies & précipitées nous en éloigneroient. Il ne faut pas que l'Académie des Sciences abuse de son nom & de sa réputation, pour décider trop vîte.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

M. Helvetius a fait part à l'Académie d'un fait arrivé au Bourg de la Tour de Tresme, Bailliage de Gruyere, dans le Canton de Fribourg, dont il a produit, & une Lettre de M. Michel Docteur en Médecine en ce païs, & un témoignage authentique, pardevant Notaires, de gens qui ont vu ; car la chose méritoit d'être aussi exactement vérifiée.

En 1723, Me. Flandrin Sage-femme, de la Ville de Bulle, fut appellée pour accoucher Marguerite François, femme de Claude Magnin, de la Tour de Tresme, grosse de son premier Enfant, à l'âge de 48 ans. La tête de l'Enfant se présentoit au passage qui se trouvoit trop étroit. La Sage-femme ayant fait inutilement, pendant un jour & une nuit, toutes les tentatives possibles, consulta M. Michel, qui ordonna de son côté tout ce qui pouvoit aider à causer des épreintes, & fortifier la Mere. Rien ne réussit. Le 4me jour de ce cruel travail, l'Enfant ayant été ondoyé sous condition, M. Michel fut d'avis que la Sage-femme le tirât avec un Crochet, ou que si elle ne le pouvoit pas, elle le fît reculer pour le tirer par pieces. Ces terribles expédiens lui avoient réussi en quelques autres occasions, mais dans celle-ci elles les tenta sans succès. Enfin il ne restoit plus que le plus terrible de

tous,

tous, l'opération Césarienne, qui fut résolue le 7me jour. La Sage-femme la fit avec tant de dextérité & de courage, que la Malade fut délivrée sans aucun accident. Deux mois après, elle alla remercier M. Michel, & elle a toujours joui ensuite d'une parfaite santé.

M. Michel ajoute, que cette Sage-femme est fille de M. Savary, très habile Chirurgien de la Ville de Fribourg; qu'elle avoit déja fait l'opération Césarienne à trois femmes, un moment après leur mort, & que les Enfans avoient eu Baptême; qu'elle avoit pour la Chirurgie un talent héréditaire, dont elle avoit fait usage dès sa premiere jeunesse, & donné en plusieurs occasions des preuves éclatantes.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Petit le Chirurgien, sur la maniere d'arrêter les Hémorragies.

† Les Expériences de M. de Maupertuis sur les Scorpions.

* V. les M. p. 122.
† V. les M. p. 317.

CHI-

CHIMIE.

SUR UNE NOUVELLE ESPECE DE VEGETATIONS METALLIQUES. *

IL a déja été parlé de Végétations Métalliques dans les Mémoires de 1710 †, & dans l'Hiſtoire de 1722 ‡; mais celles dont nous allons parler en ſont tout-à-fait differentes, non ſeulement par leur figure, qui ne paroît pas d'abord mériter ſi bien le nom de *Végétation*, mais par la maniere dont elles ſe forment. Elles ſont dûes à des expériences nouvelles de M. de Condamine.

Il a mis ſur une Agate polie, ou ſur un Verre, poſés horizontalement, un peu de Solution d'Argent, faite à l'ordinaire par l'Eſprit de Nitre: au milieu de cette liqueur épanchée, qui n'avoit que très peu d'épaiſſeur, il a placé un Clou de fer par la tête. Dans l'eſpace de quelques heures il s'eſt formé autour de cette tête de Clou un très grand nombre de petits filets d'Argent, qui, à meſure qu'ils s'éloignoient du centre commun, diminuoient toujours de groſſeur, & ſe diviſoient en plus petits Rameaux. C'eſt-là ce qui avoit l'air de Végétation. Car quoiqu'el-

* V. les M. p. 655.
† P. 554. ‡ P. 43.

le ne s'élevât pas comme les autres, & ne fût qu'horizontale, il lui suffisoit de ressembler aux Plantes rampantes.

M. de la Condamine juge avec beaucoup de vraisemblance, que la cause générale de ce fait est ce principe si bien établi en Chimie; qu'un Dissolvant qui tient un Métal dissous l'abandonne, dès qu'on lui présente un autre Métal, qu'il dissoudra plus facilement. Ici le Nitre a abandonné l'Argent pour aller dissoudre du Fer, ou la tête de Clou, & de-là s'en est ensuivi le reste qui sera examiné plus en détail. Mais sans aller plus loin, on peut déja conclurre de ce principe, qu'on fera la même expérience sur tous les autres Métaux, en substituant à la Solution d'Argent, une Solution d'un Métal quelconque, & au Fer un Métal plus aisé à dissoudre par le Dissolvant du Métal qu'on aura choisi; & c'est en effet ce que M. de la Condamine a trouvé par un grand nombre d'expériences differemment combinées. Il a toujours eu des Végétations horizontales, des Arbrisseaux plats, & l'on s'attend bien qu'il se sera trouvé beaucoup de variétés, soit en ce que les Arbrisseaux auront demandé plus ou moins de tems, soit en ce qu'ils auront été plus ou moins touffus, d'une ramification plus ou moins distincte, &c. A tout prendre, les plus aisés à voir, & les plus beaux, sont ceux de l'expérience fondamentale, & nous nous y tiendrons.

Quand la tête du Clou est mise dans la Solution d'Argent, le Nitre, qui en quelque sorte sent qu'il est arrivé du Fer, se met en mouvement pour se séparer de l'Argent, & courir

courir au Fer. Ce mouvement de fermentation se répand à la ronde, & agite les petites molécules où une parcelle de Nitre est unie à une parcelle d'Argent, supposé que l'espace occupé par toutes ces molécules ensemble ne soit pas trop grand. C'est pour cela qu'il ne faut que peu de Solution. Les particules de la Solution les plus proches du Clou sont les premieres d'où le Nitre se détache pour aller s'insinuer dans le Fer, & quand elles y sont entrées, celles qui en sont devenues les plus voisines, leur succedent, & ainsi de suite; d'où il arrive, à cause de l'adhésion que toutes les particules de la Solution ont entre elles, que toute cette liqueur prend un mouvement circulaire de sa circonference vers le centre. Dans le tems que les molécules d'Argent & de Nitre unis font ce chemin, le mouvement interne de fermentation détache le Nitre de l'Argent, sur-tout dans les molécules plus proches du centre, ou à mesure qu'elles s'en approchent davantage, & cette séparation est d'autant plus aisée que la couche de Solution sur le Verre a le moins d'épaisseur qu'il soit possible, & que par-là tout l'aqueux de la Solution s'évapore bien vîte. Les parcelles d'Argent sans Nitre demeurent dans l'endroit de leur route où la séparation s'est faite, parce qu'elles ne sont plus portées par une liqueur, & elles y sont collées par un petit reste d'humidité. Il doit donc se former un espace circulaire où l'on verra une infinité de rayons d'Argent, qui seront les traces des routes que tenoient les molécules lorsqu'elles s'acheminoient vers le centre

SUR LE SEL DE SEIGNETTE ET CELUI D'EBSOM.*

NOUS mettons ces deux Sels enſemble, non qu'ils ayent aucune conformité par leur nature, mais parce qu'ils en ont beaucoup par leur Hiſtoire, qui eſt le ſeul point auquel nous toucherons, & même légerement. Tous deux ſont nouveaux, tous deux d'un grand uſage dans la Médecine, & autoriſés par de fréquens ſuccès, tous deux d'une origine, ou d'une compoſition inconnue, qui a échappé juſqu'à préſent à tout le monde, & tous deux viennent d'être découverts dans la même année.

M. Seignette, Médecin de la Rochelle, inventeur du Sel qui porte ſon nom, a eu le plaiſir pendant ſa vie que tous les Chimiſtes n'ayent fait que des efforts inutiles pour découvrir ſon ſecret, & il l'a laiſſé *intacte*, pour ainſi dire, à ſes Enfans qui en ont joui. Mais les habiles Chimiſtes ſe piquent de ce qu'un Secret fameux leur échappe. On verra dans le Mémoire de M. Boulduc les peines qu'il s'en eſt données; il a quelquefois deſeſperé, enſuite repris courage, & enfin il a trouvé que le Sel de Seignette étoit de la Crême de Tartre rendue ſoluble par l'Alkali de la Soude. Dans ce compoſé la Crême de Tartre étoit

* V. les M. p. 176. & 488.

étoitassez reconnoissable, mais c'étoit cette Soude qui se déroboit le plus obstinément, & qu'on ne s'avisoit point de soupçonner.

Le même jour que M. Boulduc apporta sa découverte à l'Académie, M. Geoffroy déclara qu'il l'avoit faite aussi, & le vérifia par les faits qu'il montra le jour même. Les deux Chimistes, quoiqu'amis, ne s'étoient rien communiqué de leurs vues. Le mot de l'Enigme étoit d'autant plus surement trouvé qu'il l'étoit par eux deux, & ce fut un effet agréable du hazard, qu'il le fût précisément en même tems.

Le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718*, est un autre mystere dévoilé aussi par M. Boulduc. La principale difficulté consiste en ce qu'il s'en fait un très grand débit, & qu'il est à bon marché. La source d'eau minerale d'Ebsom, d'où l'on suppose qu'il est tiré, ne fût-elle que du Sel sans eau, ne fourniroit jamais la quantité qui s'en voit: c'est donc un Sel travaillé par art, mais par quel art le fait-on à si peu de fraix?

Il a paru sur ce sujet plus de vingt Mémoires imprimés, dont aucun n'a donné au but, & M. Boulduc met courageusement de ce nombre celui de feu M. son Pere, qui eût reconnu son erreur, s'il eût vêcu. M. Boulduc raconte par quel heureux hazard il fut mis sur la voye, avec quel soin, & quelle attention il la suivit, & enfin comment il vint à découvrir que le Sel d'Ebsom, ou, si l'on veut, un Sel parfaitement semblable, se tire

* p. 47. & suiv.

tire d'une matiere qui ne coute rien, que l'on jette comme inutile, & qui en fournit beaucoup. C'eſt une Eau, qu'on appelle *Egoute*, ou *Boitron*, qui après qu'on a fait le Sel commun ou par l'évaporation ou par la cuite, reſte ou dans les Marais ſalans, ou dans les Chaudieres. Cette eau eſt amere, & chargée d'un Sel amer, qui eſt celui qu'on cherche, & qu'il eſt très aiſé d'en ſéparer. M. Boulduc fait voir par un petit calcul très court, combien ce Sel doit être abondant, & par conſéquent combien il coutera peu. Tout ce qui ſe laiſſe prouver par le calcul eſt bien prouvé, & il y a plus de choſes qu'on ne penſe, qui s'y réduiſent.

BOTANIQUE.

*SUR L'ANATOMIE DE LA POIRE.**

POUR continuer ce ſujet déja commencé en 1730†, il va être preſque toujours queſtion des Vaiſſeaux que l'on trouve après qu'on a paſſé la Peau de la Poire, que nous avons décrite. Mais avant que d'entrer dans l'intérieur du fruit, il eſt bon de s'arrêter ſur un doute qui pourroit naitre légitimement: ce qu'on va traiter de Vaiſſeaux, ce qu'on en a même déja traité ſans en marquer de ſcrupule, ſont-ce effectivement des Vaiſſeaux, des

* V. les M. p. 238. † p. 81. & ſuiv.

des Canaux creux qui portent une liqueur? les plus grands Observateurs en cette matiere, ou l'ont nié quelquefois, ou quelquefois ne l'ont pas voulu assurer positivement. M. du Hamel a coupé transversalement des tranches très fines de quelques-uns des plus gros de ces Vaisseaux prétendus, & en les exposant au grand jour; il n'a point vu la lumiere au travers, ni au moins un point de clarté qui auroit dû être plus fort vers le milieu, s'il y avoit eu là une cavité. Il n'a point non plus apperçu de cavité avec les meilleurs Microscopes. On ne voit qu'une espece de duvet ou de coton dont est rempli l'intérieur de ce Vaisseau, qui n'est donc plus qu'un simple filet solide.

Cependant l'idée de Vaisseau est trop nécessaire, trop analogue à tout ce qui est connu d'ailleurs, pour être abandonnée qu'à la derniere extrémité, & M. du Hamel la retient, fondé principalement sur les raisons suivantes.

Des Vaisseaux destinés à porter une liqueur, & à la distribuer dans tous les parties d'un certain espace, ne manquent point par cette raison à se diviser & à se subdiviser presque à l'infini. Ce qu'on appelle *Vaisseaux* dans la Poire, ou en général dans les fruits, & plus généralement encore dans les Plantes, se ramifient de la même façon; ils portent donc une liqueur, ils sont donc de vrais Vaisseaux. On dira peut-être, que les Nerfs se ramifient aussi sans porter de liqueur. A la vérité, ils ne portent pas du Sang, mais une liqueur infiniment plus subtile, les Esprits animaux.

Les Vaisseaux de la Poire sont visiblement

ceux de la Queue prolongés & épanouïs. Ceux-ci sont ceux de la branche prolongés de même, & ceux de la branche sont ceux du tronc, tout cela est continu. Or dans le trônc, ils y apportoient & distribuoient certainement une nourriture, des sucs tirés de la terre. Donc ils ont toujours la même fonction, & sont toujours Vaisseaux.

Lorsqu'on fait des incisions aux Plantes qui rendent beaucoup de suc & de suc coloré, comme la Chélidoine, les Tithymalles, on voit que ce suc sort, non de toute la substance ou de tout le parenchime de la Plante, mais seulement d'un très grand nombre de petits points distincts, qui ne peuvent être que des orifices de Vaisseaux coupés. Or s'il y a de vrais Vaisseaux dans le parenchime de quelques especes de Plantes, il n'est point trop hardi de conclurre qu'il y en a dans toutes. Ils seront seulement moins aisés à reconnoitre pour ce qu'ils sont.

Si le parenchime d'une poire, d'un fruit, n'étoit qu'une espece de substance cotoneuse, dont les cellules s'imbibassent des sucs qui y seroient portés, on verroit ces sucs exuder de toutes parts, dès que la peau du fruit seroit enlevée. Il en exude en effet une certaine quantité; mais elle sera beaucoup plus grande, & plus sensible, si on ratisse le fruit, parce qu'alors on détruit beaucoup de Vaisseaux, qui laissent échapper ce qu'ils contenoient.

Enfin rien ne prouve si bien des Vaisseaux, que les injections, qui sans cela n'auroient pas lieu. M. du Hamel les a transportées des Animaux aux Plantes, & a trouvé moyen

d'en

d'en faire dans quelques-unes, qui étoient du genre des Roseaux. De celles-là à celles dont il s'agit on voit assez la conséquence.

La cavité invisible des Vaisseaux ne les empêchera donc pas d'être de véritables Vaisseaux, sur-tout si elle est garnie d'un coton fort fin qui la remplira en partie, & la rendra opaque. Ce coton n'est point imaginé pour le besoin d'une explication, c'est un fait vu au Microscope. De plus, les Vaisseaux que l'on considere ne peuvent être que dans un état où ils sont extrêmement affaissés, & par les longues macérations, comme nous l'avons dit ailleurs, & parce qu'il n'y coule plus rien.

Venons maintenant à l'examen des Vaisseaux, bien établis pour Vaisseaux. Il faut les prendre à leur origine commune, qui est la Queue de la Poire, où ils sont rassemblés en un faisceau long & étroit, posés parallelement les uns contre les autres. Pris avec les Tégumens de cette Queue, ils en formeroient toute la substance, s'ils ne laissoient pas vers le milieu, à l'endroit où l'on en peut concevoir l'axe longitudinal, une espece de vuide rempli par une substance plus molle & plus fine, qui ne leur appartient point. Ce faisceau entre dans la Poire, & y pénétre sans se desunir jusqu'à l'endroit de la Peau, où commence la substance pierreuse, ou un peu au dessous des loges des Pepins. Arrivé là, il se partage en plusieurs faisceaux moindres, qu'on peut diviser généralement en trois classes. Ceux de la 1re se jettent dans toute la substance charnue de la Poire,

 en

en s'épanouïssant par une infinité de petits rameaux, sans aucune régularité apparente, & par cette raison M. du Hamel appelle ces Vaisseaux *vagues*. Ceux de la 2de classe se courbent en arc comme pour éviter le milieu de la Poire, & après ce détour qui les a écartés les uns des autres, ils se rapprochent pour aller se rendre tous à l'Ombilic, ou au Rocher; & parce que c'est de cet Ombilic que partent les Etamines & les Pétales, parties essentielles à la génération des Plantes, M. du Hamel nomme ces Vaisseaux *spermatiques*. Les faisceaux qui font la 3me classe se prolongent suivant l'axe du fruit, & vont se terminer aux Pepins & à leurs envelopes; & M. du Hamel les appelle *nourriciers* par excellence, parce qu'ils nourrissent la semence, qui est le grand objet de tout le méchanisme de la Nature dans les Plantes.

Il est bon de remarquer que les Vaisseaux des Plantes, quoique si analogues à ceux des Animaux, ne se divisent pas de la même maniere. Du tronc d'un gros Vaisseau sanguin sort un tuyau plus petit, de celui-ci un plus petit encore, &c. Mais un faisceau de Vaisseaux de la Poire ne se divise qu'en ce qu'une partie du faisceau qui étoit unie & parallele à l'autre, s'en détache, & ne conserve plus le parallelisme, & ainsi de suite.

Tous ces Vaisseaux sont hérissés de Vaisseaux Capillaires, & en cet état ils forment apparemment tout le parenchime du fruit, comme les Vaisseaux sanguins devenus capillaires forment la chair des Animaux. Non seulement les dernieres & plus fines branches de

de Vaiſſeaux de même eſpece tels que les Vagues, s'entrelacent enſemble, mais celles de differente eſpece, tels que les Vagues & les Spermatiques, peuvent s'entrelacer auſſi, & c'eſt de cet entrelacement ſous les premiers Tégumens que réſulte ce qu'on a appellé la peau de la Poire. Il eſt probable auſſi que l'entrelacement des Vaiſſeaux Capillaires forme du moins en partie les Glandes qui feront des filtrations & des ſécrétions de ſucs.

Ce ſont ces Glandes, qui, comme nous l'avons déja dit en 1730, font les pierres des Poires. Il eſt viſible qu'elles feront plus dures, formées de vaiſſeaux plus ligneux, & plus compactes, dans les Poires caſſantes que dans les fondantes.

Les Glandes doivent s'endurcir auſſi & ſe pétrifier davantage, quand elles perdent leur fonction de Glandes, & qu'elles ceſſent par conſéquent d'être toujours humectées d'un nouveau ſuc. C'eſt de quoi on a un exemple remarquable dans toute l'œconomie végétale qui appartient au Rocher de la Poire.

Les Vaiſſeaux Spermatiques, après avoir fait leur arc, vont aboutir à ce Rocher, qui eſt la Glande où ſe filtrent & ſe préparent les liqueurs, dont ſe nourriſſent les Etamines & les Pétales. Mais ces Etamines & ces Pétales ne ſont que des parties paſſageres qui périront bien-tôt. Elles périſſent, parce que la Glande par ſa diſpoſition particuliere vient à s'engorger, à s'obſtruer, & ceſſe de les nourrir. Les ſucs qu'elle ne reçoit plus, refluent dans les Vaiſſeaux Spermatiques, qui

n'y pouvant plus rien porter, ne servent plus qu'à répandre leur liqueur dans le parenchime de la Poire, & ne font que l'office des Vaisseaux vagues. Le Rocher devient toujours plus dur, & la Poire grossit plus à proportion qu'elle ne faisoit dans le tems où elle n'étoit nourrie que par les Vaisseaux Vagues, & où les Spermatiques ne s'occupoient que des Etamines, & des Pétales.

Il ne reste à considerer que la partie la plus importante de tout le fruit, celle à laquelle tout le reste paroît subordonné, parce qu'elle assure la perpétuité de l'Espece, les Pepins ou Semences de la Poire. Ils sont logés deux à deux en cinq Capsules vers le milieu de l'axe, & même de tout le corps du fruit; & il est à remarquer que les Vaisseaux Spermatiques, qui en se courbant chacun en arc, font de ce milieu une espece de globe qu'ils envelopent, ont dix branches plus grosses que les autres, dont cinq répondent assez exactement à ces Capsules des Pepins, & les cinq autres aux intervalles qu'elles laissent entre elles, de sorte que toute la Poire divisée selon la position & dans le sens de ces Vaisseaux, le seroit en dix parties égales, tant il y a de symmétrie cachée dans toute cette structure. Mais les Vaisseaux qui se rapportent le plus particulierement & le plus visiblement aux Pepins, ce sont, comme nous avons dit, les Nourriciers.

La Méchanique des Pepins, & de tout ce qui leur appartient, est aussi compliquée & aussi envelopée qu'importante par son usage. M. du Hamel a imité les Physiciens qui ont sui-

ſuivi avec attention tous les changemens par où un Oeuf de Poule paſſe de jour en jour, & preſque de moment en moment, pour devenir Poulet. Il a pris un Bouton à fruit de Poirier dès le mois de Janvier, dès qu'il a pu être reconnu pour Bouton à fruit, & a examiné toutes les differences qui ſe trouvoient dans d'autres Boutons toujours plus avancés juſqu'à l'âge de leur perfection. C'eſt un détail curieux, mais preſque infini, où nous ne pouvons entrer. Au bout de tout cela le plus fin de tout le myſtere, la maniere dont ſe fait la génération du fruit, échappe. On voit bien naitre peu à peu les parties maſculines de la fleur, les Etamines, les Pétales, enſuite le Piſtille qui eſt la féminine, car le ſyſtême des deux Sexes des Plantes eſt communément adopté, on voit leurs Envelopes, leurs Appendices, on voit même une eſpece de Placenta, & l'on ſoupçonne tout au moins avec aſſez de fondement où ſont les Vaiſſeaux qui nourriſſent toutes ces parties; mais on ne voit point comment la pouſſiere des Etamines va féconder le Piſtille, ou les Pepins naiſſans qui y ſont renfermés. M. du Hamel doute ſi c'eſt cette pouſſiere qui fait la fécondation, ou une liqueur que ſes grains peuvent contenir. L'analogie que l'on conçoit entre la génération des Animaux & celle des Plantes ne ſe trouve que trop fondée, puiſqu'elle ſubſiſte même en ce que le point principal de l'une & de l'autre eſt également inconnu.

M. du Hamel croit qu'à la réſerve d'une très petite partie de la ſubſtance du Pepin,

qui eſt le Germe d'un Poirier, un Poirier en petit, tout le reſte n'eſt fait que pour nourrir ce Germe, tant que le Pepin croît, & enſuite pour être le premier aliment de l'Arbre naiſſant, quand le Pepin ſera mis en terre. Tout cela eſt fort analogue aux Oeufs des Animaux Ovipares. Ce n'eſt pas que M. du Hamel ait pu parvenir à voir ce Germe du Poirier auſſi diſtinctement qu'on voit celui du Poulet dans l'Oeuf, mais il s'eſt asſuré par une expérience que preſque toute la ſubſtance du Pepin eſt la nourriture de quelque partie, & cette partie ne peut être qu'un Germe.

Il a pris un Cerneau de Noix qui n'étoit preſque encore que de la glaire, il l'a mis à la Cave, & au bout d'un tems il l'a trouvé preſque auſſi dur, & auſſi bien formé que s'il fût reſté à l'Arbre. Cette Noix naiſſante s'étoit donc nourrie d'une ſubſtance avec laquelle elle étoit enfermée, car il n'y a nulle apparence que l'humidité de la Cave eût ſuffi pour cela, elle ne faiſoit que prévenir & empêcher le deſſechement de cette ſubſtance. De même l'Amande des fruits à noyau, tels que les Pêches & les Abricots, croît & ſe forme pendant un certain tems ſous une envelope très dure & très compacte, au travers de laquelle des Vaiſſeaux ou ne peuvent paſſer, ou ne portent guere de nourriture. Les Pepins, les Amandes des fruits à noyau ſont ſi propres à être une nourriture fine & délicate, que nous en faiſons nos Emulſions.

Il ſera très aiſé de diſtinguer dans tout ceci les ſimples conjectures d'avec les faits obſer-

servés, qui pourront donner lieu à d'autres conjectures. Pour mettre les Physiciens en état ou de constater ces faits, ou de les suivre plus loin, M. du Hamel les instruit de toutes les attentions auxquelles il a été obligé, de toutes les adresses, des especes de stratagêmes dont il s'est servi avec succès. On peut quelquefois avoir des raisons pour se réserver des secrets, mais en général cette conduite ne sent guere le vrai Philosophe.

SUR LES GREFFES.*

IL résulte de ce que nous avons dit sur ce sujet en 1730 † d'après M. du Hamel, que d'un côté la Greffe affoiblit toujours les Arbres, les rend moins vigoureux, & de moins de durée, & que de l'autre elle rend les fruits meilleurs, pourvu qu'il y ait entre le Sujet & la Branche greffée un certain rapport. Les Arbres laissés dans leur naturel poussent beaucoup en bois, & donnent tard des fruits, qui ordinairement se sentent de leur naturel sauvage, c'est-à-dire, qui ont beaucoup d'aigreur, d'acreté, de desagrément au goût; mais ces mêmes Arbres greffés ne se chargent plus tant de bois, & produisent beaucoup plutôt des fruits, qui sont devenus agréables. Le bois & les fruits sont deux dépenses auxquelles les Arbres ne peu-

* V. les M. p. 502. † p. 74. & suiv.

peuvent suffire également en même tems, l'une prend sur l'autre, & c'est celle du bois à laquelle ils ont le plus de disposition naturelle.

M. du Hamel rapporte l'exemple assez remarquable d'un Poirier qui se chargeoit beaucoup de fruit, & très peu de bois, parce qu'il s'épuisoit en rejets, & que d'ailleurs un Gazon voisin lui déroboit beaucoup de nourriture. Les rejets coupés, & le gazon arraché, il s'est mis à pousser en bois, & a cessé de se mettre à fruit : tant ces deux productions se font aux dépens l'une de l'autre.

Il ne faut donc pas greffer les Arbres, quand on ne leur demande que du bois, de la vigueur, & de la durée, comme à ceux dont on plante des Avenues. M. du Hamel en connoit une d'Ormes femelles, non greffés presque tous, & beaucoup plus vigoureux que d'autres du même Païs, qui l'ont été selon la coutume, qui s'y est établie depuis un tems.

Mais quand l'intention est d'avoir des fruits, il faut greffer, ce qui non seulement les rend meilleurs, mais encore détermine la production de l'Arbre à se tourner de ce côté-là, & non du côté du bois, & par conséquent fait naitre des fruits en plus grande abondance. Comme les Buissons & les Espaliers sont des Arbres auxquels on a retranché de leur grandeur naturelle, & qui par cette raison tendent toujours à la reprendre, & à pousser en bois, ce sont ceux auxquels la Greffe est la plus nécessaire pour l'effet qu'on se propose.

Ne

Ne ſera-ce pas un avantage conſiderable, ſi cet effet de la Greffe peut être augmenté? heureuſement il peut l'être, ſelon M. du Hamel, par deux moyens.

1°. Que l'on réitere la Greffe, c'eſt-à-dire, que ſur une Branche qu'on a déja greffée ſur un Sujet, on en greffe une ſeconde, on donnera à l'Arbre qui viendra une eſpece de Glande de plus, ou, ſi l'on veut, un Nœud, dont la fonction eſt, comme nous l'avons dit, de raffiner les ſucs, un nouveau Viſcere végétal, qui travaillera à perfectionner le fruit. Ce n'eſt pourtant pas que cette réitération de la Greffe puiſſe aller bien loin, il y aura certainement des bornes, qui ſe trouveroient aſſez tôt. Les ſucs ſe raffineront mieux par la difficulté multipliée des paſſages, mais il eſt néceſſaire enfin qu'ils paſſent, & même avec une certaine facilité.

2°. Comme un Arbre tend plus naturellement à pouſſer en bois, il faut mettre un obſtacle à cette production, en choiſiſſant une Greffe qui n'ait pas trop de rapport au Sujet; par-là on détournera vers les fruits le cours d'une fécondité qui ſe ſeroit portée vers le bois.

Le premier moyen paroît plus propre à perfectionner les fruits, & le ſecond à en augmenter la quantité. Tous deux ne ſont, & ſur-tout le ſecond, que pour les Arbres qu'on a de la peine à mettre à fruit, les Buiſſons & les Eſpaliers, car pour les Pleins-vents ils en portent aſſez dès qu'ils ont atteint leur crue. Il en va de même des Arbres, qui portent les fruits à noyau.

Il eſt aiſé de voir quel prodigieux nombre d'expériences ces deux moyens demandent pour être bien vérifiés. M. du Hamel les a entrepriſes, & en a déja commencé, qui promettent un bon ſuccès, mais elles ne peuvent être qu'extrêmement lentes. En fait de Botanique Phyſique, deux expériences conſécutives ſur un ſeul ſujet, ont entre elles une année entiere d'intervalle, & combien deux expériences conſécutives ſont-elles éloignées de ſuffire? combien ſe multiplient-elles ſur differens ſujets?

M. Marchant a lu la deſcription de la *Lunaria major ſiliqua rotundiore.* J. Bauh. T. 3us. 881. Lunaire grande.

Et celle de la *Fraxinella officinis Dictamnus.* J. Bauh. T. 3us. 494. Fraxinelle.

GEOMETRIE.

SUR LES LIGNES DU IVme ORDRE. *

On ne ſera pas étonné que la Théorie des Lignes du 4me ordre, ou Courbes du 3me, n'ait pas été épuiſée par ce que nous en avons dit en 1730 †, d'après M. l'Abbé de

* V. les M. p. 13. † p. 93. & ſuiv.

de Bragelongne. Elle fourniroit matiere à des Volumes, & c'eſt une partie du travail que de ſe borner & de ſe réduire. Les points multiples, dont ces Courbes, auſſi-bien que celles de l'ordre immédiatement inférieur, ſont ſuſceptibles, mais plus ſuſceptibles, demandent eux ſeuls beaucoup de diſcuſſion. Nous avons déja parlé des points doubles & des points triples qu'elles peuvent avoir, & pour démêler davantage les idées, on a tenu ces deux eſpeces fort diſtinctes. Mais il faut conſiderer préſentement une troiſieme eſpece qui pourroit paroitre moyenne entre ces deux, mais qui, bien examinée, ſe range ſous celle des points doubles. Elle ne comprend que deux differens points.

M. Bernoulli a appellé *Lemniſcate*, c'eſt-à-dire, *Ruban*, une Courbe qui reſſemble à un 8 de chiffre. Elle a deux *folium*, ou *feuilles*, que nous ſuppoſerons égales, & qui ſe coupent ou ſe nouent en un point bien ſenſible, au milieu de toute la Figure. Cette Courbe peut n'être qu'une partie d'une Ligne du 4me ordre, & une partie détachée ou iſolée, comme nous avons vu que le ſont quelquefois des Ovales, & en ce cas, ce ſera une Lemniſcate conjuguée. Si elle devient infiniment petite, ce ſera certainement un point multiple, mais de quelle multiplicité?

On peut regarder la Lemniſcate finie, comme formée de deux Ovales qui ſe nouent, & la Lemniſcate infiniment petite, comme formée de deux Ovales devenues infiniment petites. Nous avons vu en 1730, qu'une Ovale infiniment petite étoit un point double,

&

& par conséquent deux Ovales infiniment petites seront deux points doubles.

Il ne faut pas penser que ces deux points doubles puissent se confondre en un, de maniere à faire un point mathématique quadruple: une Ligne du 4me ordre ne peut avoir un tel point, car on en pourroit toujours tirer une droite à quelque point simple de la Courbe, qui, par conséquent, seroit coupée en cinq points, ce qui n'est pas possible dans cet ordre. Les deux points doubles ne sont donc qu'infiniment près l'un de l'autre, & en effet il a été dit en 1730, qu'une Ligne du 4me ordre peut avoir jusqu'à trois points doubles, & à plus forte raison en aura-t-elle deux.

Elle pourra même en avoir encore un double, pourvu qu'il ne soit pas sur la même ligne droite où sont les deux premiers qui restent de la Lemniscate finie, car ces deux points, parce qu'ils sont deux, déterminent la position d'une droite, qui par conséquent passe par quatre points de la Courbe, & ne peut plus passer par aucun.

Puisqu'une Ligne du 4me ordre ne peut avoir plus de trois points doubles, elle ne peut avoir deux Lemniscates conjuguées infiniment petites, qui vaudroient quatre points doubles.

Quoique les deux Ovales qui formoient la Lemniscate finie, étant conçues infiniment petites, ne fassent certainement chacune qu'un point double, il semble cependant qu'il faille concevoir quelque chose de plus, parce que ces deux Ovales n'étoient pas simple-

plement contiguës, mais se coupoient, se nouoient pour former la Lemniscate. Qu'y aura-t-il ici qui représente cette intersection, ce nœud? on y satisferoit en imaginant les deux points doubles, ou comme un point triple, ou du moins comme équivalens à un point triple.

Mais on prendra une idée plus exacte, & plus sure, en considerant ce même nœud par les deux Tangentes qui s'y peuvent tirer. Elles ne peuvent manquer d'être réelles, car à l'intersection des deux feuilles de la Lemniscate finie, certainement ces feuilles avoient une position déterminée, par rapport à un axe de la Courbe, & il n'en étoit pas comme des Ovales conjuguées que nous avons fait voir qui n'avoient aucune position, parce qu'elles les avoient toutes. De plus, les deux Tangentes dont il s'agit, sont égales, puisque les deux feuilles sont supposées égales & semblables. Plus les deux feuilles diminuent de grandeur, plus les Tangentes se rapprochent, & enfin elles viennent à se confondre, quand la Lemniscate totale est infiniment petite.

Un attouchement vaut deux points d'intersection, ou, ce qui est la même chose, une Tangente peut être considerée comme une droite qui seroit Sécante en deux points infiniment proches, & par conséquent deux Tangentes sont comme deux droites Sécantes chacune en deux points infiniment proches. Il n'y a point là, comme nous l'avons déja dit, de point mathématique quadruple, la Courbe ne passe point quatre fois par un mê-

même point, mais deux fois par un point, & deux fois par un autre infiniment proche, & de plus ces points pris deux à deux déterminent une position, qui ne peut être dans un point mathématique. Il n'y a point là non plus de point triple, mais seulement deux doubles.

On trouve encore dans le 4me ordre une seconde sorte de point, dont la nature peut paroitre douteuse. Lorsque deux branches d'une Courbe se coupent pour se continuer ensuite de part & d'autre, elles se coupent ordinairement, en faisant entre elles un angle, comme les deux branches de la Lemniscate que nous venons de voir. Ce sont proprement deux petits côtés, l'un d'une branche, l'autre de l'autre, qui se coupent en un point mathématique. Mais il est possible aussi que ces deux côtés, au-lieu de se couper, se posent exactement l'un sur l'autre, après quoi les deux branches prendront chacune leur cours, comme elles eussent fait après une vraye & simple interfection. M. l'Abbé de Bragelongne appelle *point d'osculation*, celui où cette affection se rencontre, parce qu'effectivement elle est fort semblable à ce qu'on a nommé *osculation* dans la Théorie des Dévelopemens.

Ce point d'osculation pourroit sembler ou quadruple, ou plus que double, comme la Lemniscate infiniment petite; mais M. de Bragelongne en l'examinant de la même maniere que la Lemniscate, le trouve de la même nature. Il y a là deux Tangentes infiniment proches, qui tombent l'une sur l'autre, &

& sont équivalentes à une Sécante en quatre points infiniment proches; il y a deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, parce que la Courbe passe deux fois par un même point, & deux fois par un autre, ce qui est assez clair.

Puisque les deux cas de la Lemniscate infiniment petite, & de l'osculation, ne résultent l'un & l'autre que des deux Tangentes égales, il faudra pour avoir les valeurs de ces deux Tangentes, ou, ce qui revient au même, déterminer ces deux sortes de points dans une Courbe donnée, differentier deux fois le rapport de l'Ordonnée à la Soutangente selon les Règles connues.

Mais ces deux Tangentes égales sont une détermination très équivoque, qui convient non seulement aux deux cas proposés, mais encore à celui d'un Rebroussement simple, où elle se trouveroit précisément la même. Il faut donc lever l'ambiguïté, & le moyen en sera fourni par des vues que nous avons déja insinuées.

Il est vrai que dans le Rebroussement simple, il y a deux Tangentes égales, mais elles ont un point commun, celui qui est le dernier où la Courbe arrive par son cours direct, & en même tems le premier d'où elle part pour le cours rebroussant, car nous avons dit en 1730 que le Rebroussement peut être conçu ainsi, & le doit, pour être un point double. Les deux autres points qui sont les extrémités des deux petits côtés où se fait le Rebroussement, sont distincts entre eux. Ainsi il n'y a que trois points non confondus, & dis-

diſtincts. Il y en a quatre diſtincts, quoiqu'infiniment proches, dans la Lemniſcate infiniment petite, & dans l'oſculation. Voilà une difference qui doit avoir ſon effet.

Ce ſera, que dans le Rebrouſſement où il n'y a que trois points diſtincts, les deux Tangentes confondues enſemble, ne vaudront qu'une Sécante en trois points, & que dans les deux autres cas elles vaudront une Sécante en quatre points.

Ainſi en prenant une expreſſion générale d'une Sécante de la Courbe, & l'appliquant au point pour lequel on aura fait la 2de Differentiation, ſi l'on trouve enſuite par le Calcul trois valeurs égales de la Sécante en ce point, il eſt un point de Rebrouſſement ſimple. Si on trouve quatre valeurs, c'eſt ou une oſculation, ou une Lemniſcate infiniment petite.

Cette ambiguïté qui reſte encore, demande une conſideration nouvelle. La Lemniſcate infiniment petite a été une Lemniſcate finie conjuguée, c'eſt-à-dire détachée de tout le reſte de la Courbe, & par conſéquent le point auquel elle eſt réduite, en eſt détaché. Donc de ce point à un autre quelconque de la Courbe, il n'y a point d'Ordonnées, ou, ce qui eſt la même choſe, les Ordonnées de tout eſpace vuide ſont imaginaires. Tout au contraire, d'un point d'oſculation à un autre point de la Courbe, les Ordonnées ſont néceſſairement réelles. On voit aſſez combien il ſera facile au Calcul de reconnoitre cette extrême difference, & par conſéquent de diſtinguer les deux points en queſtion.

En

En joignant à cela ce qui a été dit en 1730 sur les points doubles, on aura tout ce qui leur appartient, & il sera bon de mettre le tout ici sous un même coup d'œil.

Il y a cinq especes de points doubles, des points d'intersection de deux branches, des points de rebroussement, des points provenus d'Ovales conjuguées, des points provenus de Lemniscates conjuguées, des points d'osculation.

Ils ont tous deux Tangentes, qui se trouvent par deux Differentiations consécutives.

Les Tangentes sont réelles, ou imaginaires, égales, ou inégales.

Si elles sont imaginaires, le point est provenu d'une Ovale conjuguée.

Si elles sont réelles, elles sont inégales, ou égales.

Inégales, elles donnent un point d'intersection de deux branches.

Egales, elles sont équivoques entre trois cas, & il faut les considerer comme une Sécante en trois ou en quatre points.

La Sécante en trois points donne un Rebroussement simple.

La Sécante en quatre points est encore équivoque entre deux cas, dont on vient de lever l'indétermination par la differente nature de certaines Ordonnées. Pour des Ordonnées réelles, ce sera un point d'osculation; pour des imaginaires, un point provenu d'une Lemniscate.

Les cinq especes de points doubles dont le 4me ordre est susceptible, different en ce que trois d'entre elles, qui sont les points d'in-

d'interſection de deux branches, ceux de rebrouſſement, & les points provenus d'Ovales conjuguées, ſont de *ſimples* points doubles; & les deux autres eſpeces, qui ſont les points d'oſculation, & les points provenus de Lemniſcates, ſont de *doubles* points doubles, c'eſt-à-dire, deux points doubles infiniment proches, au-lieu que les premiers étoient ſeuls & iſolés. Ces deux points doubles, pour être infiniment proches, ne changent pas de nature, & n'en ſont pas moins chacun un ſimple point double.

Il a été dit en 1730, qu'une Ligne du 4me ordre qui a un point triple n'en peut avoir de double, & que ſi elle n'en a point de triple, elle n'en peut avoir plus de trois doubles; donc une Courbe de cet ordre qui n'a point de point triple, & qui en a un double de la ſeconde eſpece, n'en peut plus avoir qu'un de la premiere, ou, ce qui eſt la même choſe, elle ne peut avoir deux oſculations, ni deux Lemniſcates infiniment petites, ni une oſculation & une Lemniſcate infiniment petite, car ce ſeroient quatre points doubles; mais ſeulement outre une oſculation ou une Lemniſcate, elle pourra avoir un point d'interſection de deux branches, ou de rebrouſſement, ou provenu d'une Ovale conjuguée.

Venons maintenant aux points triples, qui commencent à ſe trouver dans le 4me ordre. A ceux que nous avons déja vus, M. l'Abbé de Bragelongne en ajoute ici un nouveau.

La Lemniſcate finie n'a qu'un nœud, un ſeul point où deux branches s'entrelacent; mais

mais il y a dans le 4me ordre d'autres Courbes, dont les branches s'entrelacent de façon qu'elles se coupent en trois points, & que le tout prend à peu près la forme de ce qu'on appelle *Las-d'amour*: aussi M. de Bragelongne donne-t-il à cet entrelacement le nom Grec de *Lemnisceros*, qui signifie la même chose, ou plus précisément, *Ruban d'amour*.

Dans le Lemnisceros, on peut imaginer trois droites, qui comme des especes de Parametres déterminent la hauteur & la largeur des trois feuilles de Ruban. Si ces trois droites deviennent infiniment petites, comme elles le pourront en certain cas, les trois points d'intersection ou d'entrelacement se confondront en un, & tout le Lemnisceros se réduira à ce seul point, qui sera triple.

Nous avons dit que quand une Lemniscate devenoit infiniment petite, les deux Tangentes de son point unique d'intersection venoient à n'en être plus qu'une; par la même raison il y aura dans le Lemnisceros infiniment petit trois Tangentes, puisqu'il contient trois points d'intersection confondus, & ces trois Tangentes seront égales, parce que prises deux à deux pour chaque point d'intersection, elles se rapprochent toujours de l'égalité à mesure que l'angle d'intersection diminue, & que quand il devient nul, elles arrivent à cette égalité, & que de même les trois Tangentes, formées chacune de deux Tangentes à chaque point d'intersection, arrivent à l'égalité entre elles en se

rap-

rapprochant toujours pour partir toutes du même point.

Il faut donc ajouter le Lemniſceros infiniment petit aux points triples déja établis en 1730, à celui de l'interſection de trois branches, à celui de rebrouſſement ſimple par où il paſſera encore une nouvelle branche de la Courbe, à celui qui ſera provenu d'une Ovale adhérente.

Si pour trouver un point double il faut une ſeconde differentiation du rapport de l'Ordonnée à la Soutangente, il eſt clair qu'il en faudra une 3me pour un point triple. On trouvera toujours trois valeurs de la Soutangente ou Tangente.

Lorſqu'il y a des valeurs imaginaires, il y en a néceſſairement deux, & la 3me eſt réelle. C'eſt un point provenu d'une Ovale adhérente, on en a déja vu la raiſon en 1730.

Trois valeurs inégales donnent un point d'interſection de trois branches.

Deux valeurs égales & une inégale donnent un point de rebrouſſement par où paſſe encore une 3me branche de la Courbe: les deux égales appartiennent au rebrouſſement, l'inégale à la nouvelle branche.

Trois valeurs égales donnent, ainſi que nous venons de le dire, un Lemniſceros infiniment petit.

Sur cette derniere détermination comparée à la premiere, on pourroit d'abord être ſurpris que les Ovales devenues infiniment petites n'ayent par elles-mêmes que des Tangentes imaginaires, & que les Lemniſceros devenus de même infiniment petits n'en ayent

que

..es de réelles. Quelle eſt donc la differen-..e ſi eſſentielle de ces deux ſortes de figures ..e de Courbes ?

Nous l'avons déja inſinuée, quand nous avons dit dans le Volume précédent que les Ovales conjuguées, car par elles on jugera aiſément des adhérentes, n'avoient par rapport à toute autre partie de la Courbe aucune poſition déterminée, parce qu'elles avoient toutes les poſitions en même tems, & que par conſéquent elles n'étoient pas ſuſceptibles de Tangentes par rapport à la Courbe, & n'en devenoient pas plus ſuſceptibles pour diminuer, même à l'infini. Il n'en eſt pas de même du Lemniſceros, il a néceſſairement dans ſes trois points d'interſection des Tangentes déterminées, qui ſe conſervent toujours.

Il eſt difficile qu'on ne ſoit ſurpris par réflexion de toutes les ſubtilités imprévues, où l'on ſe trouve néceſſairement conduit, quand on veut ſuivre la Théorie de ces Courbes dans tous ſes recoins. Qui eût penſé aux points multiples, & à leurs differentes eſpeces de multiplicité ? qui eût cru que le Calcul dût ſe plier à ces differentes idées ſi fines, ſi métaphyſiques en quelque ſorte, &, ce qui eſt encore plus, avoir le ſecret de les démêler ſurement, quand elles auroient le plus de reſſemblance apparente ?

L'ACADEMIE a examiné un Ecrit ſur les Voûtes, préſenté par M. Chardon. Il

en confidere de deux fortes, celles qui font ceintrées ou en Berceau, comme les Arches d'un Pont, les Portes Cocheres, &c. & celles qui font en Dôme comme les Fours. Il fuppofe leurs Vouffoirs dirigés vers un même point, & en équilibre entre eux, felon les Théories que nous avons expofées en 1704 * & en 1729 †, & principalement felon la derniere. La Courbe de l'Intrados étant donnée, il cherche quelle Courbe pour l'Extrados devra réfulter de l'équilibre des Vouffoirs, & la détermine géométriquement par points pour l'une & l'autre efpece de Voûtes.

Elles ont toutes deux cela de commun, que quelle que foit la Courbe de l'Intrados, celle de l'Extrados fera Afymptotique à une droite, horizontale dans la 1re efpece, & à une verticale, & à une autre horizontale dans la 2de. Il entre toujours de l'Infini dans cette matiere : nous avons vu en 1704, que géométriquement le dernier Vouffoir devroit être d'une pefanteur infinie.

Le fecond cas, qui eft le plus remarquable, confifte en ce que la Courbe de l'Extrados eft d'un côté Afymptotique à une verticale tirée par le fommet du Dôme, & de l'autre à l'horizontale qui eft la bafe de la Voûte. Du premier Afymptotifme il fuit que la Clé ou le Vouffoir du milieu doit être infiniment long, & comme il faut cependant pour l'équilibre avec les autres qu'il ne foit que d'une pefanteur finie, il n'aura qu'une épais-

* p. 114. & fuiv. † p. 103. & fuiv.

épaiſſeur infiniment petite, ce qui ne pouvant être réellement exécuté, marque du moins que la Clé ne peut être trop longue & trop mince. Par le ſecond Aſymptotiſme il ſe trouve que la baſe de la Voûte étant un Infini du 1er Ordre, la Courbe de l'Extrados, quoiqu'elle ait un cours infini, ne l'a pourtant qu'infiniment petit par rapport à cette baſe; & pour rendre raiſon de cette merveille inexplicable ſelon les idées ordinaires, M. Chardon a recours à celles des *Elémens de la Géometrie de l'Infini*.

On a trouvé que dans ce qui lui eſt commun ſur ce ſujet avec d'autres Géometres, ſa Méthode a le mérite d'une grande ſimplicité, & dans tout le reſte celui de l'invention.

ON a examiné auſſi une Théorie de la Courbure des Courbes, préſentée par M. Fontaines. Il détermine cette Courbure, non par les Rayons des Dévelopées, comme à l'ordinaire, mais par les Sinus des Angles de Contingence, comme dans les *Elémens de la Géometrie de l'Infini*, quoique differemment; & l'on a trouvé que dans ſa formule générale, & dans l'application qu'il en fait à differentes Courbes, il faiſoit voir beaucoup de connoiſſance du Calcul Infinitéſimal.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

[a] L'Ecrit de M. de Maupertuis sur la Séparation des Indéterminées.

[b] Celui de M. Nicole sur les Sections Coniques.

[c] Celui de M. Clairaut sur les Centres de Gravité.

[d] Celui de M. de la Condamine sur une Nouvelle Maniere de considerer les Sections Coniques.

[e] Celui de M. de Maupertuis sur un Probléme Astronomique de M. Mayer.

[f] Celui de M. Clairaut sur les Courbes que l'on forme en coupant une surface courbe quelconque par un plan donné de position.

[g] Celui de M. Nicole sur la Maniere d'engendrer dans un Corps solide toutes les Lignes du 3me Ordre.

ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT REEL DES COMETES. [h]

LA Comete dont nous avons parlé en 1729 [i] & 1730 [k] a donné à M. Cassini, par ses circonstances heureuses & particulieres, des vues qui méritoient d'être suivies

[a] V. les M. p. 147. [b] p. 184. [c] p. 226.
[d] p. 340. [e] p. 652. [f] p. 680.
[g] p 694. [h] V. les M. p. 422.
[i] p. 93. & suiv. [k] p. 134. & suiv.

vies plus loin, & qu'il a ſuivies en effet. Il a démontré que le mouvement de cette Comete, d'abord contraire à celui de tout le Syſtême Solaire, ne pouvoit cependant être que direct; & n'y eût-il d'autre raiſon, ſinon que ce mouvement d'abord contraire ou rétrograde a été enſuite direct, il ſeroit certain qu'il n'a été réellement que l'un ou l'autre, & dans la néceſſité de cette alternative, on devroit ſe déterminer pour la réalité du direct, & l'apparence du rétrograde, puiſque par-là la Comete devient conforme à toutes les Planetes Solaires, ce qui eſt le plus ſimple en ſoi, & ſatisfait d'ailleurs à l'intention commune de tous les Philoſophes.

Mais ce ne ſeroit rien que le mouvement rétrograde de la Comete de 1729 ne fût qu'apparent, il faut qu'il en ſoit, ou qu'il en puiſſe être de même de tous les mouvemens rétrogrades que l'on a vus à d'autres Cometes; il le faut pour l'uniformité, il le faudroit auſſi pour l'interêt des Tourbillons Cartéſiens; & quoique cet interêt ne ſoit pas une raiſon, l'idée de ces Tourbillons eſt digne qu'on ſouhaite de les conſerver, ne fût-ce que par la crainte de ce qui leur ſuccederoit.

M. Caſſini a examiné toutes les Cometes dont on a des Obſervations aſſez ſures & aſſez circonſtanciées. L'Epoque d'où il part, eſt celle de 1472, obſervée par Regiomontanus: avant cela, ce n'eſt à cet égard qu'un tems *obſcur & incertain*, qui recommence pourtant enſuite, & dure juſqu'en 1531. Il ſe

trouve dans l'eſpace des 200 années qui ſe ſont écoulées juſqu'à préſent, 36 Cometes bien obſervées, ſans compter celle de 1472, dont 20 n'ont paru avoir qu'un mouvement direct, & 16 un mouvement rétrograde, ſoit qu'elles n'en ayent pas eu d'autre, ſoit que quelques-unes ayent eu auſſi le direct. On peut voir par-là en paſſant, que les Cometes ne ſont pas rares, & qu'à prendre un nombre moyen, il a dû y en avoir 1 pour chaque période de 5 années $\frac{1}{2}$, quoique dans ces 200 ans nous n'ayons pas compté 3 Cometes, dont on n'a point le détail, & encore moins celles qui auront pu être toujours cachées dans les rayons du Soleil.

Nous ne ſuivrons pas M. Caſſini dans le détail, quoique curieux, qu'il fait de toutes ces Cometes. Il nous ſuffit d'expoſer ce qu'il prétend, & les moyens généraux dont il ſe ſert pour l'établir.

Il prétend que de toutes les Cometes qui ont paru depuis 1472 incluſivement, il n'y en a aucune parmi les rétrogrades dont on ne puiſſe repréſenter le mouvement en le ſuppoſant toujours réellement direct, de la même maniere dont le mouvement toujours direct de toutes les Planetes Solaires vient dans certaines circonſtances à paroitre rétrograde. Ces circonſtances ſont pour les Planetes ſupérieures, que la Terre vienne à paſſer entre elles & le Soleil; & pour les inférieures, qu'elles paſſent entre la Terre & le Soleil. L'apparence de la rétrogradation n'eſt pas bornée au moment de l'un ou de l'autre de ces paſſages, elle s'étend beaucoup en de-

deçà & au delà. La plus longue rétrogradation, qui est celle de Saturne, est de 4 mois ½, & la plus courte, qui est celle de Mercure, est de 18 jours. Nous avons expliqué plus à fond toute cette matiere en 1709 *. Une Comete peut se mouvoir toujours au dessus de l'Orbe annuel que la Terre décrit autour du Soleil, & en ce cas elle ne sera visible que quand elle sera la plus proche de cet Orbe, & on la pourra considerer comme une Planete supérieure. Si dans la partie visible de son cours elle est au dessous ou en dedans de notre Orbe annuel, c'est alors une Planete inférieure. Elle aura donc les accidens de Planete soit supérieure, soit inférieure, pourvu qu'elle soit dans les circonstances nécessaires à une Planete, c'est-à-dire, que quoiqu'elle soit toujours réellement directe, elle paroitra rétrograde pendant un certain tems avant & après le passage de la Terre entre elle & le Soleil, ou avant & après son passage entre la Terre & le Soleil. Quant à l'arc, ou à la durée de la rétrogradation d'une Comete, on verra qu'il n'est pas possible d'en rien déterminer, si l'on se souvient de ce qui a été dit à ce sujet sur les Planetes en 1709; ainsi il n'y aura de ce côté-là nulle difficulté à supposer les Cometes directes.

Il est très naturel de les rapporter à l'Orbe annuel de la Terre, puisqu'effectivement on ne les voit que dans leur plus grande proximité de la Terre. Après qu'on les y a vues un certain tems, elles se dérobent à nos yeux,

* p. 104. & suiv.

yeux, ſoit en s'éloignant & de la Terre & du Soleil ſi elles étoient hors de l'Orbe annuel, ſoit en s'éloignant de la Terre & s'approchant du Soleil, ſi elles étoient au dedans de l'Orbe; & alors ou elles ſe perdent dans les rayons du Soleil, qui les rendent inviſibles, ou elles vont ſimplement à une trop grande diſtance de la Terre.

On peut très bien concevoir qu'une Comete, tandis qu'elle eſt viſible, traverſe l'Orbe annuel, ſoit pour y entrer, ſoit pour en ſortir. Ce cas eſt un composé des deux que nous venons d'expliquer, & il ſera très aiſe d'en imaginer les ſuites. Les Cometes auront en quelque ſorte un double principe de rétrogradation, d'abord comme Planetes ſupérieures, enſuite comme Planetes inférieures, ou au contraire.

M. Caſſini ſuppoſe avec beaucoup de vraiſemblance, que les Cometes, puiſqu'elles ſont traitées de Planetes Solaires, ont d'autant plus de vîteſſe réelle qu'elles ſont plus proches du Soleil. On ne doit pas s'attendre que ce ſoit tout-à-fait dans la même raiſon, qui eſt, comme l'on ſait, la raiſon renverſée des Racines quarrées des diſtances au Soleil; car une Planete dont la diſtance au Soleil varie peu, prend une vîteſſe réelle à peu près conſtante, que rien n'altere, au-lieu qu'une Comete ſans comparaiſon plus ou moins éloignée du Soleil, dans un tems que dans un autre, peut avoir pris dans une grande proximité, par exemple, une ſi grande vîteſſe qu'elle en conſervera encore quelque tems une partie

tie

tie dans un éloignement qui n'auroit dû lui donner qu'une vîtesse moindre, ou bien elle ne prendra que successivement & par degrés toute la vîtesse que doit lui donner une certaine proximité. De plus, une Planete est toujours à peu près dans un Cercle dont les parties ont la même position par rapport au Soleil, qui est le centre; mais une Comete décrit une Courbe extrêmement excentrique au Soleil, dont les parties ont par rapport à lui des positions fort differentes, de sorte qu'ayant une certaine vîtesse réelle, elle paroitra cependant ne décrire qu'un trop petit espace, à cause de la position qu'aura cet espace, ou au contraire. Il suffit donc que quand on suppose, par exemple, que la Comete traverse l'Orbe annuel, on puisse lui trouver une vîtesse réelle approchante de celle de la Terre, & c'est à quoi M. Cassini s'assujettit pareillement dans toutes les autres déterminations.

Il s'assujettit aussi à les rendre telles, qu'elles puissent représenter les variations de la grandeur du corps ou de la tête de la Comete. Le célèbre Hevelius les a prises pour réelles, & cela est en effet plus commode, car en ne les prenant que pour apparentes, elles dépendront certainement de la variation des distances, sur lesquelles on n'aura plus tant de liberté. Mais au fond, il n'est guere croyable que d'aussi grands corps que les Cometes, aussi durables, éternels dans le même sens que le Monde, fussent sujets à de très grandes augmentations ou diminutions de grandeur, aussi promptes qu'elles devroient

être, & qui quelquefois se succederoient les unes aux autres.

Assez souvent on peut en plus d'une maniere supposer direct un mouvement de Comete qui aura paru rétrograde, & c'est une espece d'avantage pour le Systême que M. Cassini soutient. Cela vient de ce que la distance réelle de la Comete à la Terre ou au Soleil étant pour l'ordinaire absolument inconnue, on est le maitre de regarder la Comete dans la petite partie visible de son cours ou comme Planete supérieure, ou comme Planete inférieure, de mettre la Terre entre le Soleil & elle, ou de la mettre entre la Terre & le Soleil, ou le Soleil entre la Terre & elle, la premiere de ces dispositions appartenant aux Planetes supérieures, & les deux autres aux inférieures, & toutes trois faisant également l'effet de donner à un mouvement direct l'apparence de rétrograde. Mais il est rare que cette indétermination subsiste, quand on a égard à toutes les circonstances de la Comete, à sa variation de grandeur & de vitesse apparentes, à la vitesse réelle qu'elle doit avoir selon la Règle de Kepler dans les lieux où on la met, &c. Quelquefois toutes ces circonstances sont si fortes en faveur d'un certain mouvement direct déterminé, & conditionné de certaine façon, qu'il n'est plus permis d'hésiter.

A plus forte raison ne le fera-t-il pas alors d'hésiter entre le mouvement direct & le rétrograde, dont on peut toujours absolument supposer l'un ou l'autre réel ; on le peut même quand le mouvement apparent ou ob-

observé n'a été que direct, & M. Cassini ne néglige pas de le faire voir, tant il reste encore d'indétermination dans la Théorie des Cometes, selon ce que nous en avons dit en 1725 *. Mais s'il y a des cas où le mouvement direct ait un grand avantage sur le rétrograde pour satisfaire à tous les phénomenes, si au contraire il n'y en a pas où le rétrograde ait le même avantage, & c'est ce qui se trouve en effet, il sera difficile de résister à la conclusion générale qui se présente.

Dans le grand nombre de Cometes que M. Cassini a passées en revue, il n'a pas manqué de remarquer celles qui pouvoient avec quelque fondement être prises pour les mêmes qui revenoient: mais outre que ce n'étoit pas là son objet principal, il ne trouve pas encore une certitude suffisante dans cette Hypothese des Retours. Les Retours douteux, & qui auront besoin qu'on les ajuste à l'Hypothese, prouveront peu; les incontestables, ou qui en approcheront beaucoup, se feront apparemment attendre longtems.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

† L'Extrait fait par M. Cassini d'Observations faites à la Louisiane.

‡ L'Ecrit de M. Godin sur le Quart de Cercle Astronomique fixe.

Les

* p. 84. & suiv.
† V. les M. p. 231. ‡ p. 276.

* Les Observations de l'Eclipse Lunaire du 20 Juin par Mrs Cassini, Godin, & Grandjean.

† La Méthode de M. Pitot pour tracer les Lignes correspondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.

‡ L'Ecrit de M. Grandjean sur la forme la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Tables Astronomiques.

GEOGRAPHIE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

‡ Les Recherches Géographiques de M. Buache sur l'Etendue de l'Empire d'Alexandre.

CHRONOLOGIE.

CEtte année M. Filliol, Professeur en Hydrographie à Agde, communiqua à l'Académie un assez gros Ouvrage Manuscrit, intitulé *Nouvelle Distribution politique du Tems.* L'Auteur s'est proposé de déterminer le jour de la Pâque par des Calculs tirés des Ta-

* p. 326. 328. † p. 519. ‡ p. 611.
‡ V. les M. p. 157.

Tables Astronomiques, & en abandonnant les déterminations établies par le Calendrier Grégorien. Il fait voir que le jour marqué par ce Calendrier devance quelquefois le vrai Equinoxe, & differe de celui qui résulte des Tables. Pour cela il a besoin d'un grand nombre de Calculs, dont on a vérifié quelques-uns, qui ont fait juger qu'ils étoient tous de bonne main, & que tout l'Ouvrage avoit été fait avec beaucoup de soin & d'exactitude. Il remonte jusqu'aux principes de la Chronologie, & à des recherches savantes sur les Calendriers des diverses Nations. Mais enfin il ne s'agit ici selon le Titre même que d'une Distribution politique du Tems, où la précision astronomique n'est ni nécessaire, ni même possible, puisque les Astronomes ne sont pas encore parfaitement d'accord sur les mouvemens vrais des Astres. Il s'en ensuivroit même l'inconvénient que l'on pourroit ne pas célébrer la Fête de Pâques le même jour par toute la Terre. Tout considéré, il se trouve que l'Eglise a agi avec beaucoup de prudence de s'en tenir au Calendrier Grégorien, sauf à y faire dans la suite du tems quelque réforme, si on le juge nécessaire.

MECHANIQUE.

SUR LES TOITS OU COMBLES DE CHARPENTE. *

LA coupe verticale d'un Toit fimple & uni eft un Triangle ifofcele, dont la bafe s'appelle la *largeur* du Toit; & la hauteur, qui eft la perpendiculaire tirée du fommet du Triangle ou *faîte* fur cette bafe, s'appelle en Architecture le *Poinçon*. Nous ne donnerons ici ce nom qu'à cette perpendiculaire entiere, quoiqu'on le donne quelquefois auffi à une ligne qui n'en eft qu'une partie, & ne va pas jufqu'à la bafe du Triangle.

Les deux côtés égaux du Toit ou Comble étant pefans, puifqu'outre la Charpente des *Chevrons* dont ils font conftruits, ils portent des Tuiles ou du Plomb, il eft vifible que le Toit entier, ou le Triangle qui le repréfente, a deux tendances, l'une à tomber, l'autre à s'élargir ou à s'ouvrir en tombant; la premiere a une direction verticale, la feconde en a une horizontale. De-là naiffent differentes confiderations fur la conftruction des Toits, & c'eft ce que M. Couplet examine préfentement, en fuivant la vue qu'il a prife d'appliquer plus qu'on n'a fait jufqu'ici à la pra-

* V. les M. p. 99.

pratique utile & nécessaire de l'Architecture la Théorie de la Méchanique.

On voit du premier coup d'œil que les deux côtés égaux d'un Toit, ou ceux du Triangle qui le représente, s'arcboutent l'un contre l'autre au faîte, & soutiennent mutuellement l'effort que chacun d'eux fait pour tomber. Ainsi cet effort étant détruit, ou rendu inutile, il ne reste que celui de la poussée horizontale. On lui oppose une *plateforme* ou *sabliere* aussi inébranlable qu'il se peut, contre laquelle il s'exerce. Il tend à pousser horizontalement de dedans en dehors le point sur lequel s'appuye l'extrémité inférieure du Toit. Il suffira de considerer une moitié du Toit ou du Triangle. Si par le milieu d'un côté de ce Triangle où sera le centre de gravité de ce côté, on tire une verticale sur la demi-base ou demi-largeur du Toit, elle y déterminera un point qui sera à une certaine distance du point d'appui de la poussée horizontale. On trouvera aisément par la Théorie des Mouvemens composés, qui domine par-tout ici, que cette distance exprimera l'effort de la poussée horizontale, tandis que la hauteur du Triangle ou le poinçon exprimera la pesanteur du demi-Toit, ce qui donne en lignes, ou grandeurs connues, le rapport de cet effort & de cette pesanteur.

Si le Toit étoit *brisé* ou en Mansarde, il faudroit, en supposant les deux lignes de la Mansarde égales, tirer une droite par le milieu de chacune, & par le milieu de cette droite la verticale où se trouveroit le centre

de

de gravité du demi-Toit, & tout le reste demeureroit le même.

Qu'un Toit soit plus ou moins élevé, sa largeur étant toujours la même, ou en termes de l'Art, qu'il soit *surmonté* ou *surbaissé*, la charge que ses chevrons souffrent par les Tuiles dont ils sont couverts, est toujours égale, quoique certainement un Toit surmonté ait un plus grand poids qu'il donne à porter aux Chevrons. La raison de cette espece de paradoxe est que quand un plan incliné porte un poids, il ne le porte pas entier, & que la partie qu'il en porte, ou sa charge, est au poids total, comme la base du plan est à sa longueur. De-là il suit que si, la base demeurant la même, la longueur augmente, ce qui arrive ici lorsque le Toit est plus surmonté, la charge des Chevrons qui sont le plan incliné, n'augmentera pas, quoique le poids de ce qui les couvre soit augmenté, ou, ce qui revient à la même chose, la charge des Chevrons demeure égale en elle-même, quoiqu'elle soit une moindre partie du poids total du Toit.

En même-tems cette base du plan incliné des Chevrons exprime aussi la poussée horizontale du Toit, dont le Poinçon ou la hauteur exprime l'effort vertical, & par conséquent cette base, qui est la largeur du Toit, demeurant la même tandis que sa hauteur augmentera, ou qu'il sera plus surmonté, il est évident que les Toits surmontés auront par rapport à leur hauteur, & à leur poids, moins de poussée horizontale, & agiront moins contre leurs Sablieres.

De-là

De-là M. Couplet tire des conséquences favorables aux Toits roides ou surmontés. Ils feront certainement couler plus vîte les eaux des Pluyes, & en feront par conséquent moins endommagés; ils donneront moins de prise à l'action du Vent, qui tend toujours à les découvrir; & l'on aura ces avantages sans que ni la charge des Chevrons, ni la poussée de ces Toits en soit plus grande. Ils seront donc plus solides: mais il faut avouer qu'ils seront moins agréables à la vue, comme si le solide & l'agréable devoient toujours être en opposition.

Ce qu'il y a de plus important dans la recherche de M. Couplet sur cette matiere, regarde les *Pannes*. Ce sont des pieces de bois posées horizontalement le long du demi-Toit qu'il suffit de considerer, & vers son milieu, de sorte que les Chevrons qui se divisent à leur égard en supérieurs & inférieurs, s'appuyent sur elles chacun par une de leurs extrémités. Elles doivent s'opposer à l'effort que fait le Toit pour perdre sa rectitude & se fléchir; mais le plus souvent elles s'y opposent inutilement, & d'autant moins qu'elles tendent elles-mêmes à se fléchir par leur propre poids. Aussi est-il très commun de voir des Toits qui se démentent & se courbent, d'où s'ensuit la ruïne du faîte, & tout ce qu'il est aisé d'imaginer d'inconvéniens.

On pourroit faire les Pannes plus fortes, & d'un plus *gros équarrissage*, mais ce remede seroit cher, & chargeroit beaucoup le Toit; il y en auroit peut-être encore d'autres que nous

nous omettons, pour en venir à celui que propose M. Couplet.

Il faut faire en sorte que la Panne ait peu à travailler, que même elle ne travaille point du tout, auquel cas on pourroit absolument s'en passer, & ce ne sera plus qu'une sureté de surcroît, qui par conséquent pourra être aussi petite, & couter aussi peu qu'on voudra.

Cela se trouvera si le Toit est composé de deux parties distinctes qui soient parfaitement en équilibre, c'est-à-dire, telles que tout l'effort de l'une soit soutenu & contrebalancé par l'autre.

Pour cet effet on voit d'abord qu'il faut que le Toit soit brisé ou en Mansarde: Deux Chevrons du même demi-Toit, l'un supérieur, l'autre inférieur, qu'on suppose égaux, s'appuyeront l'un contre l'autre à l'endroit où le Toit est brisé, & où sera la Panne qu'on appelle alors Panne de *brisis*. Le Chevron supérieur s'appuye par son extrémité supérieure contre un Chevron de l'autre demi-Toit, & l'inférieur s'appuye par son extrémité inférieure contre la Sabliere. Dans cet état les deux Chevrons s'arcboutent l'un contre l'autre, & il s'agit de les mettre en équilibre.

L'effort vertical du Chevron supérieur pour tomber étant soutenu par le Chevron de l'autre côté qui en a un pareil, il ne lui reste que l'effort horizontal par lequel il tend à faire tourner le Chevron inférieur sur son point d'appui de la Sabliere, & par conséquent à le renverser de dedans en dehors; cet effort est horizontal, & comme il agit

sur

ſur ce point fixe de la Sabliere, il agit d'autant plus puiſſamment qu'il en eſt à une plus grande diſtance, ce qui ſe détermine par le lieu où eſt le centre de gravité du Chevron à l'égard de ce point fixe. C'eſt-là un bras de Levier par lequel il faut multiplier l'effort, pour avoir l'énergie du Chevron ſupérieur. D'un autre côté l'inférieur réſiſte par ſa peſanteur à l'effort du ſupérieur, il a auſſi ſon bras de Levier par rapport au même point fixe, car ſon centre de gravité, où réſide toute ſa force pour réſiſter, lui donne auſſi une diſtance à l'égard de ce point, & par conſéquent une énergie de même nature que l'autre. Après cela ce n'eſt plus l'affaire que de l'Algebre & du Calcul de trouver les expreſſions des efforts, & de leurs bras de Levier, & de prendre les deux énergies pour égales, puiſqu'elles doivent l'être dans le cas de l'équilibre cherché.

Il eſt viſible que la hauteur, & la largeur d'un Toit qui doit être briſé étant déterminées, on peut prendre pour les deux Chevrons du demi-Toit pluſieurs Chevrons differens, toujours égaux deux à deux. Les lignes verticales tirées de leur point de concours ſur la baſe ou largeur du Toit tomberont ſur differens points de cette droite. Mais quand on veut que les deux Chevrons ſoient en équilibre, toute cette indétermination eſt levée, l'équilibre eſt quelque choſe d'unique, qui demande que les Chevrons ſoient d'une certaine longueur, & que la verticale tirée de leur point de concours ne tombe que ſur un certain point de la baſe. Cela détermine

auſſi

aussi à ce point de concours la place de la Panne de brisis, soit que ce point soit plus ou moins élevé que le milieu du demi-Toit. De même la longueur des Chevrons, qui doivent faire équilibre, étant déterminée, la hauteur & la largeur du Toit le seront aussi en conséquence.

Nous ne parlons point des opérations, des Constructions géométriques, &c. où tout cela engage. L'art qu'on y employe ne peut être séparé d'avec la maniere de l'employer.

SUR LA RESISTANCE DE L'ETHER AU MOUVEMENT DES CORPS.

LE Systême général de Descartes étoit le Systême dominant chez la plus grande partie des Philosophes, qui ne laissoient pas cependant de bien sentir les difficultés qu'il renferme, lorsque M. Newton ou donna plus de force à ces difficultés, ou en proposa de nouvelles, de sorte que les fondemens de tout l'Edifice Cartésien parurent absolument renversés.

Tout est plein, selon Descartes; les plus petits interstices que les parties du Corps le plus solide & le plus dense puissent laisser entre elles, sont exactement remplis d'une matiere subtile, ou Etherée, qui est elle-même le Corps le plus solide & le plus dense qui soit possible, puisque ses parties intégrantes ne peuvent laisser d'interstices à remplir par une

une autre matiere plus subtile. Dans un volume quelconque d'une grandeur déterminée, il y a autant de matiere que dans tout autre volume de même grandeur, quelque differente que paroisse leur matiere; il y en a autant dans un volume d'Air que dans un volume d'Or égal. Il est aisé d'appercevoit les premieres difficultés qui naissent de-là presque d'elles-mêmes, sur-tout par rapport à la Pesanteur.

Mais M. Newton a été beaucoup plus loin. Il a prouvé géométriquement, & par les loix du Mouvement reçues de tout le monde, que si un Corps, qu'on peut supposer sphérique, se meut dans un fluide d'une densité égale à la sienne, il ne peut y parcourir trois fois la longueur de son diametre sans avoir perdu près de la moitié de sa vîtesse initiale, quelque grande qu'elle ait pu être. La raison générale en est, qu'à chaque espace qu'il a parcouru égal à son diametre, il a dû déplacer nécessairement autant de matiere du fluide qu'il en contient lui-même, & une matiere toute pareille à la sienne par la supposition. Or il ne l'a pu sans communiquer au fluide de sa force & de sa vîtesse, & par conséquent sans en perdre autant, & cette perte se calcule. M. Newton n'avoit garde de se tromper au calcul, & sa démonstration n'a pas été attaquée.

Puisque selon les Cartésiens un volume d'air contient la même quantité de matiere qu'un volume d'or, ou de fer, & toujours au fond la même matiere malgré toutes les differences imaginables d'arrangement & de con-

peut imaginer qu'un Corps sera plus ou moins dense, parce qu'il aura plus ou moins de sa matiere *propre*, le reste de son volume étant rempli par une matiere étrangere quelconque. Une Planete n'aura pas tout son volume rempli par sa matiere propre; mais il n'en peut pas être de même de l'Ether, il ne sauroit contenir que de sa matiere propre, & il est ce qui peut être de plus dense dans la Nature. Il est donc toujours plus dense que la Planete, & l'on peut concevoir qu'elle déplace moins de ses parties, parce qu'elle n'en déplacera que par sa matiere propre, ce qui en effet diminuera la résistance du Milieu par rapport au volume. Mais en ce cas-là même on retombe dans la démonstration de M. Newton. Que le volume de la Planete soit réduit à ne contenir plus que sa matiere propre, voilà le même nombre qu'auparavant de parties du Milieu déplacées, & la démonstration subsiste en son entier.

Nous pouvons faire ici une remarque. En supposant qu'il n'y a que la matiere propre du Corps mû qui déplace les parties du Milieu, & en concevant ce Corps réduit au seul volume que sa matiere propre formeroit, on voit très facilement pourquoi dans des expériences faites sur differens Pendules que l'on agite dans un même Milieu, une boule de bois perd plutôt son mouvement qu'une boule de plomb de même volume; c'est que l'une & l'autre boule étant réduite à sa matiere propre, celle de bois auroit un moindre diametre, & en parcourant trois fois sa longueur dans le Milieu, elle parcourroit un moindre

espa

espace que ne feroit celle de plomb, & par conséquent perdroit plutôt sa vîtesse.

Pour trancher absolument le nœud de cette terrible objection fondée sur la résistance de l'Ether, M. l'Abbé de Molieres prend le parti d'ôter à l'Ether toute résistance, en le laissant tel qu'il est chez les Cartésiens, aussi homogene, & aussi dense: car enfin tant qu'il résistera aux Planetes, quelque foiblement que ce pût être, on n'échappera point à M. Newton, & depuis le long tems qu'on observe les Planetes, on leur auroit trouvé quelque diminution de vîtesse, & même très considerable.

Si un Corps pesant se meut dans un fluïde pesant, la démonstration de M. Newton a lieu, & elle est sans replique. Mais si le Corps étant toujours pesant, le fluïde ne l'est pas, tout est changé, la résistance de ce fluïde ne sera qu'un infiniment petit du 2^d ordre, de sorte que dans un tems infini, elle ne deviendroit qu'un infiniment petit du 1er ordre, & absolument insensible. Que sera-ce donc de tout tems fini? C'est-là ce que M. de Molieres prouve géométriquement, & par-là il se met hors d'atteinte à l'égard de M. Newton, qui n'a point consideré ce 2^d cas, & n'y a pas même pensé, persuadé, comme il l'étoit, que tous les Corps sont pesans. Mais il n'est nullement nécessaire qu'ils le soient; on ne conçoit pas que la pesanteur, une tendance continuelle à un certain point déterminé, leur soit essentielle comme l'étendue ou l'impénétrabilité. Au contraire, on conçoit, & sur-tout depuis qu'on a les lumieres de

la Philoſophie moderne, qu'elle ne peut être que l'effet, le réſultat de quelque mouvement, qui néceſſairement leur ſera étranger & accidentel. Mais il ne s'agit préſentement que de prouver la réſiſtance nulle d'un fluide ſuppoſé non-peſant à un Corps peſant. Nous croyons le pouvoir montrer ſuffiſamment, ſans prendre le même tour de démonſtration que M. l'Abbé de Molieres.

La Peſanteur, telle qu'elle eſt à la ſurface de notre Globe terreſtre, & aux environs, fait tomber verticalement un Corps de 15 pieds en une ſeconde. Si elle ne le faiſoit tomber de cette même hauteur qu'en deux ſecondes, il eſt évident qu'elle ſeroit moindre, & toujours ainſi de ſuite. Si l'on vouloit comparer enſemble deux Peſanteurs, qui differaſſent de cette ſorte, on trouveroit très aiſément que l'expreſſion générale de la Peſanteur, entant que force accélératrice, étant l'Eſpace diviſé par le quarré du Tems, les deux Peſanteurs ſeroient le même Eſpace diviſé par les quarrés des deux Tems, & que par conſéquent elles ſeroient entre elles en raiſon renverſée des quarrés de leurs Tems.

La force néceſſaire pour faire parcourir à un Corps de bas en haut verticalement 15 pieds en une ſeconde eſt égale à la force de la Peſanteur qui fait le contraire, & une force qui ne feroit parcourir ces 15 pieds de bas en haut qu'en deux ſecondes, en trois, &c. ſeroit égale à une autre Peſanteur, & ces deux nouvelles forces ſeroient entre elles comme les deux Peſanteurs.

Un Corps qui tombe le long d'un Plan in-

clinė

cliné n'a acquis à la fin de sa chûte que la même vîtesse qu'il eût acquise en tombant le long de la verticale qui est la hauteur du Plan, mais il a employé plus de tems à tomber le long du Plan, & plus de tems en même raison que la longueur est plus grande que la hauteur, deux fois, trois fois plus, &c. si la longueur est deux fois, trois fois, &c. plus grande.

Un Corps étant descendu le long d'un plan incliné, si l'on veut le faire remonter le long de ce même plan jusqu'au point d'où il avoit commencé à descendre, il faut une force contraire à la Pesanteur qui l'auroit fait tomber le long de la verticale: mais comme cette force n'auroit produit son effet qu'en un tems plus long, à raison de la longueur du Plan, elle n'est égale qu'à une Pesanteur qui auroit fait tomber le Corps par la même verticale en un tems plus long, & par conséquent son expression sera l'espace vertical constant divisé par le quarré du Tems.

Donc plus le tems est long, ou plus la longueur du plan incliné est grande, plus la force nécessaire pour faire remonter ce plan par un Corps, est petite, ou, ce qui revient au même, moins le Corps est pesant par rapport à la force qui le doit mouvoir. Donc si la longueur du plan est infinie, auquel cas le plan est horizontal, & le Tems infini, la force est infiniment petite du 2ᵈ ordre, puisque c'est une fraction, dont le numérateur étant toujours une grandeur finie, le dénominateur, qui est toujours le quarré du Tems, est devenu un Infini du 2ᵈ ordre.

Donc auſſi une force infiniment petite du 2[d] ordre ſuffit pour mouvoir un Corps horizontalement, ou, ce qui eſt la même choſe, un Corps ne peſe point à l'égard de la force finie qui tend à lui imprimer un mouvement horizontal. Or le mouvement circulaire d'une Planete dans l'Ether autour d'un centre n'eſt à cet égard qu'un véritable mouvement horizontal, & tout le monde en convient. Donc la Planete n'a beſoin pour ſurmonter la réſiſtance de l'Ether, & en déplacer à chaque inſtant un volume égal au ſien, que de lui imprimer un mouvement horizontal, pour lequel une force infiniment petite du 2[d] ordre ſuffit. Donc dans quelque tems fini que ce ſoit, la Planete ne perdra rien de ſa force, ni de ſa vîteſſe.

*SUR LE JET DES BOMBES.**

VOICI une matiere déja fort traitée, mais toute neuve par la forme. On en a fait des Livres aſſez étendus, & M. de Maupertuis réduit tout à une ſeule formule d'Algebre, qui non ſeulement renferme tous ces Livres, mais y ajoute des choſes nouvelles. Nous allons cependant retrancher à ce qu'il a donné une partie de ſon mérite, l'extrême briéveté, qui pourroit n'être pas tant à l'uſage de toutes ſortes de Géometres.

U-

* V. les M. p. 419.

Une Bombe eſt tirée avec une certaine charge de Poudre, qui lui donne une certaine vîteſſe, la même qu'elle auroit acquiſe dans le Syſtême de Galilée en tombant verticalement d'une certaine hauteur. Cette hauteur, toujours differente pour chaque vîteſſe differente, mais la même & conſtante pour une vîteſſe déterminée, s'appellera *la ligne de la vîteſſe*.

La Bombe eſt tirée ſous une certaine direction qui fait un angle avec l'Horizon. La ligne inclinée de cette direction s'appellera *la ligne du jet*.

La Bombe ne parcourt jamais la ligne du jet. Tout ſon cours n'a qu'un point commun avec elle, c'eſt celui de ſon origine, ou lorſqu'elle ſort du Mortier; hors de là elle eſt toujours ramenée en en-bas par ſa peſanteur; de ſorte que ſi on conçoit la ligne du jet décrite, la Bombe en eſt toujours à une certaine diſtance en deſſous, & à une diſtance d'autant plus grande qu'elle eſt plus avancée dans ſon cours, parce que ſa chûte s'accélere ſans ceſſe. La ligne, dont la Bombe deſcend à chaque inſtant par rapport à la ligne du jet, s'appellera la *ligne de deſcente*. Elle eſt variable d'inſtant en inſtant pour un même jet, au-lieu que les deux lignes précédentes ſont conſtantes dans un jet, mais differentes ſeulement en differens jets.

Si d'un point quelconque de la ligne du jet on tire une droite verticale qu'on prendra pour la ligne de deſcente correſpondante à ce point-là, il eſt certain par le Syſtême de Galilée qu'au dernier point de cette ligne la

Bombe aura acquis par ſa peſanteur une vîteſſe telle, que ſi elle eût pris enſuite un mouvement uniforme, elle eût parcouru le double de la ligne de deſcente dans le même tems qu'elle a mis à la parcourir par un mouvement accéleré. D'un autre côté ſi la ligne du jet, priſe depuis ſon origine juſqu'au point qu'on a déterminé arbitairement, eût été parcourue comme elle l'eût été ſans l'action de la peſanteur, elle eût été parcourue d'un mouvement uniforme avec la vîteſſe exprimée par la ligne de la vîteſſe. Or dans les mouvemens uniformes les eſpaces parcourus en même tems ſont comme les vîteſſes. Donc la ligne du jet & le double de la ligne de deſcente correſpondante ſont comme les vîteſſes dont elles ſont parcourues. Selon Galilée encore, les vîteſſes s'expriment par les Racines des hauteurs néceſſaires pour les acquérir, & par conſéquent la vîteſſe dont ſeroit parcourue la ligne du jet ſera la racine de la ligne de la vîteſſe, & la vîteſſe dont ſeroit parcourue une ligne double de celle de deſcente ſera la racine de cette ligne ſimple; donc la ligne du jet, & la ligne double de celle de deſcente ſeront comme ces racines, & cela donne auſſi-tôt une Equation, qui étant quarrée donne le quarré de la ligne du jet égal à quatre fois le produit de la ligne de la vîteſſe par la ligne de deſcente. Voilà ce qui fournit tout, & d'une maniere très heureuſe.

Dès que l'on a une Equation qui conſiſte en un quarré égal à un produit, le premier coup d'œil géometrique apprend qu'il y a là

une

une Parabole. En effet il y en a une ici' Toutes les lignes de descente se terminent à une Parabole prise du côté de sa convexité, & dont la ligne du jet à son origine est Tangente. Cette Parabole étant décrite ou conçue, elle a pour axe une ligne horizontale parallele à la Tangente au sommet, & des Abscisses & des Ordonnées qui sont à l'ordinaire du côté de sa concavité.

Pour rendre complette une Formule algébrique sur ce sujet, il faut y faire entrer l'angle de la ligne du jet avec l'Horizon, ou, ce qui est le même, la direction du Mortier. Cet angle est déterminé par le rapport de son Rayon à sa Tangente, & ce rapport est le même que celui d'une Abscisse quelconque de la Parabole à l'Ordonnée correspondante augmentée de sa ligne de descente, car il se fait de part & d'autre deux Triangles rectangles où se trouve l'angle de la ligne du jet avec l'Horizon. Par conséquent le Rayon de cet angle étant pris pour 1, & sa Tangente étant un autre nombre queleonque, l'expression de la ligne composée de l'Ordonnée de la Parabole & de la ligne de descente est l'Abscisse correspondante de la Parabole multipliée par le nombre qui exprime la Tangente de l'angle du jet. De-là nait par la propriété du Triangle rectangle une seconde Equation où il n'entre plus que l'Abscisse & l'Ordonnée indeterminées de la Parabole, la ligne constante de la vîtesse, ou, ce qui est la même chose, la force de la charge de poudre, & le nombre indéterminé qui exprime la Tangente de l'angle du jet. Avec cette seule formu-

le M. de Maupertuis expédie tous les Problêmes en moins de rien ; il n'a qu'à faire des ſubſtitutions, ou des déterminations.

Si, par exemple, avec une charge de poudre donnée, on veut que la Bombe aille frapper un point donné, comme le haut d'une Tour, ou un Clocher, & qu'on cherche la direction de Mortier néceſſaire, on ſubſtituera à l'Abſciſſe indéterminée de la Parabole la diſtance horizontale de ce Clocher, & à l'Ordonnée ſa hauteur, qui doivent être toutes deux connues, & l'on trouvera auſſi-tôt qu'il y a deux directions de Mortier ou deux angles également propres à l'effet qu'on cherche, & également éloignés de l'angle de 45 degrés, l'un en deſſus, l'autre en deſſous. On verra auſſi qu'il y a des cas où le Problême eſt totalement impoſſible, & c'eſt lorsque la charge de poudre n'eſt pas aſſez grande pour l'effet propoſé. On trouve quelle doit être cette force préciſe.

Si l'on ne ſe propoſe point de frapper un point élevé, mais ſeulement de porter la Bombe à une certaine étendue horizontale avec une charge donnée, l'Abſciſſe de la Parabole ayant été déterminée de la grandeur requiſe, il n'y a qu'à égaler l'Ordonnée à zéro, alors l'étendue du jet eſt l'axe horizontal de la Parabole entier, elle le coupe au point où la Bombe arrivera, & l'on trouve encore deux directions de Mortier, qui ſatisfont également au Problême.

Si l'on vouloit frapper un point poſé au deſſous de l'Horizon, l'Ordonnée qui en détermineroit l'abbaiſſement ſeroit négative, &

par

par conséquent un changement de signe fait à cette Ordonnée dans l'Equation Parabolique suffiroit.

Il seroit inutile d'employer plus de tems à rapporter tous les Problêmes que la formule de M. de Maupertuis résout avec une facilité singuliere. Il y en a deux cependant dont nous ne pouvons nous empêcher de parler; du premier, parce qu'il vient par une voye très détournée & est presque surprenant; du second, parce qu'il est nouveau.

Tout le monde sait que la direction de Mortier qui chasse la Bombe le plus loin qu'il soit possible, est celle qui fait un angle de 45 degrés. Là se réunissent ou deviennent infiniment proches les deux jets differens & distans l'un de l'autre, produits par chacune des autres directions. Cela a été démontré bien des fois, mais presque toujours d'une maniere assez pénible. M. de Maupertuis dégage de son Equation l'expression indéterminée de l'Abscisse, & puisqu'il s'agit de la rendre la plus grande qu'il soit possible, il le fait par la Règle connue de la Géometrie moderne, & il lui vient une Equation qui au premier coup d'œil peut paroitre impossible, mais qui ne le sera pas, pourvu qu'on prenne la Tangente de l'angle du jet pour 1. Or si elle est 1, elle sera égale au Rayon que l'on a supposé 1, & dans le cas de cette égalité l'angle est de 45 degrés. Donc c'est sous cet angle que le jet a la plus grande étendue horizontale possible.

Par cette même Règle *des plus grands & plus petits*, M. de Maupertuis détermine la

moindre charge qui puisse porter une Bombe à un point donné, ce qui étoit nécessaire pour épargner la dépense inutile de poudre, & n'avoit pourtant pas été encore trouvé, ni même cherché peut-être.

Pour faire l'usage le plus solide de la Balistique Analytique de M. de Maupertuis, il en faudroit prendre les principes pour construire des Tables, qui dirigeroient les Bombardiers dans tous les cas.

* SUR LES MOUVEMENS FAITS DANS DES MILIEUX QUI SE MEUVENT.

DEPUIS que l'Astronomie n'est plus simple Astronomie, mais Astronomie Physique, les plus grands Géometres se sont fort occupés à rechercher la Méchanique des Mouvemens célestes, & à trouver des formules Algébriques qui les représentassent. De-là est née toute la sublime & fine Théorie des Forces Centrales, parce que les Astres dont le cours se rapporte toujours à un point, soit centre, soit foyer, pris au dedans de leurs Orbites, ont dû être considerés comme tirés perpétuellement vers ce point par quelque force, qu'on a appellée leur Pesanteur.

S'ils se meuvent dans un Vuide, ainsi que l'a

* V. les M. p. 546.

l'a cru M. Newton, il suit de la Règle de Kepler, qu'il est certain qu'ils observent, que leurs Orbites sont des Ellipses; dont le Soleil est un des Foyers, & leurs tendances au Soleil ou pesanteurs varient selon la raison renversée des quarrés de leurs distances à ce foyer.

Mais il n'est rien moins que sûr qu'ils se meuvent dans un Vuide, & quand même il le seroit, les Géometres se piqueroient encore, à cause de la difficulté, de déterminer ce qui arriveroit dans le Plein, ou dans des Milieux résistans. Cette résistance dépendroit de deux principes, 1°. de la densité du Milieu, soit toujours la même, soit inégale dans ses differentes couches ou parties, 2°. de la vîtesse même de l'Astre ou Mobile, car on sait qu'à une plus grande vîtesse du Mobile le Milieu oppose une plus grande résistance, & plus grande selon quelque puissance de cette vîtesse. C'a été l'objet d'une très subtile recherche de M. Bernoulli, dont nous avons parlé en 1711 *.

Il y concevoit les Milieux comme simplement résistans, & d'ailleurs en repos. Mais s'ils se meuvent eux-mêmes, ce qui ne leur fera rien perdre de leur résistance, s'ils ont une vîtesse differente de celle du Mobile, s'ils ont aussi une force centrale qui se rapportera à un autre point que la sienne, on voit qu'il se formera une étrange complication. M. Bouguer s'y est engagé, ne fût-ce que parce qu'on n'y avoit pas touché jusqu'à présent.

* p. 111. & suiv.

Dans le Vuide, le Mobile décrit une certaine Courbe avec des vîtesses qui varient selon les distances du foyer. Si le Milieu est résistant, ce mouvement qu'on peut appeller *primitif*, est alteré & dans la vîtesse & dans la direction de chaque instant; dans la vîtesse, parce que la résistance la diminue toujours selon une certaine loi; dans la direction, parce que l'action de la résistance du Milieu s'exerçant par des lignes droites qui ne sont pas les mêmes que celles des directions instantanées du Mobile, il est obligé de prendre des lignes moyennes, & d'autant plus que la differente densité des couches l'oblige encore à des détours, pareils à ceux des Réfractions.

Mais quand le Milieu se meut, & dans les circonstances que nous venons de marquer, la vîtesse, & la direction du mouvement primitif sont encore beaucoup plus alterées. Puisque le Milieu circule ou plus généralement décrit une Courbe autour d'un point different de celui autour duquel le Mobile décrit la sienne, & puisqu'il a une vîtesse differente, il ne peut que changer sans cesse les directions primitives du Mobile, & en augmenter ou diminuer les vîtesses, le tout sans préjudice des alterations qui naissent d'ailleurs de la seule résistance. De plus il influe aussi par sa force centrifuge sur celle qu'avoit primitivement le Mobile, il la favorise, ou s'y oppose en partie, & cela plus ou moins selon les differentes combinaisons.

Le grand nombre d'élémens qui entrent

dans cette recherche étant tous exprimés algébriquement de la maniere la plus générale, M. Bouguer en tire deux formules, dont l'une est pour la pesanteur, ou tendance du Mobile à son foyer, telle qu'elle résultera du concours de tous ces élémens; l'autre pour la densité du milieu, telle qu'il faudra qu'elle soit par ce même concours.

Ces formules, quoique simples, vu le sujet, sont cependant assez chargées. Tout y est indéterminé, Courbes décrites tant par le Milieu, que par le Mobile, angles de ces deux Courbes entre elles, vîtesses, forces centrales excepté la loi qui les règle, résistances selon une puissance quelconque des vîtesses, &c. en un mot ce n'est qu'un assemblage de rapports nécessaires, indépendans des grandeurs absolues, & qui recevront toutes celles qu'on voudra.

La Courbe décrite par le Mobile & la vîtesse variable dont il la décrit, sont les effets de l'action combinée de tous les élémens qu'on suppose ici, & dont on ne connoit pas l'absolu, de sorte que quand cette Courbe & cette vîtesse seroient données, ou connues par observation, comme cela est possible en Astronomie, on seroit pourtant encore bien éloigné d'en pouvoir rien conclurre pour la pesanteur du Mobile, ou pour la densité du Milieu. Il faudroit faire des suppositions, qui ne pourroient être que plus ou moins vraisemblables.

En supposant que le Mobile décrive une Logarithmique Spirale, & de plus que les vîtesses du Mobile, celles du Milieu, & les

impulsions de ce Milieu fluïde sur le Mobile solide, soient toutes en même raison que les differentes distances au centre de cette Logarithmique, M. Bouguer trouve aisément par ses deux Formules que la pesanteur du Mobile sera toujours comme ces mêmes distances, & que la densité du Milieu sera partout la même.

Il est remarquable qu'en ce cas-là le Mobile monteroit à l'infini le long de sa Courbe, & ne pourroit jamais redescendre; car s'il redescendoit, la formule de la densité la donneroit négative, or une densité négative n'est pas concevable. On voit encore assez d'ailleurs que ce cas-là n'est guere possible, & que du moins il ne s'appliqueroit à rien de connu. Mais on trouve toujours la Géometrie beaucoup plus riche que la Physique.

Plusieurs Philosophes croyent que la pesanteur des Planetes vers le Foyer de leurs Orbites n'est que l'effet de la Force centrifuge des Milieux fluïdes où elles nagent. Les Formules de M. Bouguer admettront cette idée, il n'y aura qu'à y traiter de zero ce que nous avons appellé la pesanteur primitive du Mobile, qui n'en aura alors qu'une plus simple, ou exprimée plus simplement. En joignant à cela que le Mobile décrive un Cercle, & le Milieu fluïde ou Tourbillon un autre Cercle excentrique au premier d'une quantité déterminée, M. Bouguer tire de ses Formules le rapport des vîtesses & des densités du Milieu aux differentes distances du Mobile au point où sa pesanteur se rapporte, car elle se rapporte en ce cas, non au centre du Cercle que le Mobile décrit, mais à celui du Cercle

ele décrit par le Milieu, puisque toute la pesanteur du Mobile vient de la Force centrifuge du Milieu.

Si l'on tire une droite par ces deux centres, elle sera ce qu'on appelle en Astronomie la ligne *des Apsides*, & l'une de ses extrémités sera la plus grande distance du Mobile au centre de sa pesanteur, l'autre, sa moindre distance. M. Bouguer trouve que la vîtesse du Mobile & celle du Milieu fluïde, inégales par-tout ailleurs, seront égales aux deux extrémités de la ligne des Apsides, & que cela arriveroit encore, quand même le Mobile n'auroit pas un mouvement uniforme, tel qu'on le suppose ici, parce qu'il est circulaire, pourvu cependant que la plus grande & la moindre vîtesse du mouvement variable du Mobile fussent aux deux extrémités de la ligne des Apsides.

Ce qu'il y a de plus singulier dans l'hypothese, ou dans les hypotheses présentes, c'est que des deux côtés de la ligne des Apsides, qui coupe en deux moitiés égales le Cercle décrit par le Mobile, les vîtesses & les densités du Milieu, nécessaires pour ce mouvement circulaire du Mobile, ne sont pas égales; de sorte que s'il faut qu'elles le soient, comme il est très naturel & presque indispensable de le concevoir, le 2d demi-cercle ne pourra plus être décrit par le Mobile, mais seulement quelque autre Courbe, quoique peu differente, si l'on veut.

Indépendamment de cette vue qui naît des Formules de M. Bouguer, on peut s'assurer que les deux moités de l'Orbite du Mobile, sé-

ſéparées par la ligne des Apſides, ne doivent pas appartenir à la même Courbe. Les differentes couches du Milieu décrivent toujours des Cercles concentriques, dont les ſupérieures montent ou tendent à monter par rapport aux inférieures. Le Mobile parti du point de ſon Orbite le plus éloigné du centre de ſa peſanteur, qui eſt le même que celui des couches du Milieu, deſcend donc par rapport à ce centre dans la 1re moitié de ſon cours, & paſſant d'une couche ſupérieure dans une inférieure, rencontre toujours des couches qui tendent à monter, & s'oppoſent en partie au mouvement qu'il avoit reçu du Milieu même vers le centre. Ce ſera le contraire dans la 2de moitié de l'Orbite, où en montant il trouvera des couches qui montent auſſi. Il n'eſt donc pas pouſſé dans les deux moitiés par une force égale, & par conſéquent il ne peut pas décrire de part & d'autre une Courbe précisément la même.

Cependant on ſuppoſe ordinairement en Aſtronomie qu'il la décrit, & cela eſt aſſez conforme aux obſervations. Auſſi ne prétend-on pas tirer encore de la Théorie de M. Bouguer le vrai Syſtême de la Nature; ce n'eſt qu'un moyen que l'on fournit, d'éprouver promptement & ſurement ce qui s'enſuivra ou des faits obſervés, ou des ſuppoſitions vraiſemblables qu'on imaginera. On a une Pierre de Touche, en attendant l'Or.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

Une

* Une Machine de M. d'Onzembray pour mesurer sur Mer l'angle de la ligne du Vent & de la Quille du Vaisseau, &c.

CEtte année parut un Livre de M. Pitot, intitulé *la Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux réduite en Pratique, ou les Principes & les Règles pour naviguer le plus avantageusement qu'il est possible.*

Nous avons rendu compte en 1714 † d'un Livre de M. Bernoulli sur le même sujet. C'est le sort des bons Ouvrages, de ceux sur-tout qui, comme celui-là, renferment beaucoup de choses en peu d'espace, d'être suivis par d'autres, qui les dévelopent, qui en étendent les vues, qui même y en ajoutent de nouvelles, & portent encore les connoissances à un plus haut point, ou de clarté ou de perfection. C'est ce que fait le Livre de M. Pitot. D'ailleurs M. Bernoulli avoit desiré des Tables pour la commodité de la Pratique, mais sans en donner, & M. Pitot en donne de beaucoup plus étendues que celles que M. Bernoulli avoit desirées. Elles sont ici telles que les Pilotes, avec leurs connoissances ordinaires, en pourront aisément faire usage. Comme nous ne prétendons pas répéter ce qui a été dit en 1714 avec assez d'étendue sur la Théorie de la Navigation, ni même nous engager particuliérement dans ce qu'elle peut avoir de nou-

veau

* p. 335. † p. 137. & suiv.

veau de la part de M. Pitot, nous ne nous attacherons qu'à ce qui se rapporte le plus immédiatement à la construction de ses Tables.

Si, sans se proposer une certaine Route déterminée, il n'étoit question que de faire en sorte qu'un Vaisseau fendît l'eau avec la plus grande vîtesse possible, il est clair que ce Vaisseau étant supposé de la figure ordinaire, mais avec une seule Voile platte, il ne faudroit que mettre cette Voile dans une position perpendiculaire à la ligne du Vent, & la Quille du Vaisseau dans cette même ligne. Si, par exemple le Vent étoit Est, la Voile posée Nord & Sud, recevroit toute l'impression de sa force absolue, & la Quille étant posée Est & Oüest, le Vaisseau fendroit l'eau directement par sa Proue qui est sa pointe, & l'endroit qui fend l'eau avec la plus grande facilité. Alors l'angle de la ligne du Vent, ou simplement du Vent, avec la Quille seroit de 180 degrés, puisque ces deux lignes concourroient en une, & l'angle du Vent & de la Voile seroit de 90. Le Vent s'appelleroit *Vent arriere*, ou *Vent en poupe*.

Mais un Vaisseau n'a pas pour une Voile, il en a plusieurs dont les positions doivent être à peu près paralleles, & quand le Vent est perpendiculaire à la premiere Voile qui lui est exposée, elle le dérobe nécessairement à toutes celles qui sont derriere elle ; & par conséquent si l'on veut profiter de toutes les Voiles, il faut absolument prendre le Vent de côté, & le faire tomber sur toutes sous le même angle aigu. Le moins aigu sera le plus avantageux, puisque le droit, s'il étoit possible,

se-

feroit le plus avantageux de tous. Tant que l'angle du Vent & de la Voile ne va que depuis 90, qui est son terme impossible, jusqu'à 81 ou 82, on dit que le Vent est arriere.

Il est fort different qu'une Voile soit poussée par un Vent qui lui soit perpendiculaire, ou par un oblique. Dans le premier cas, le Vent agit sur elle de toute sa force absolue; dans le second, il n'agit que selon ce qu'il a de perpendiculaire à la Voile dans son impulsion oblique; c'est selon la direction de cette perpendiculaire à la Voile, qui a été appellée *ligne de la force mouvante*, qu'il tend à faire aller le Vaisseau.

Si le Vent étoit perpendiculaire à la Voile, la ligne de la force mouvante étant la même que celle de la Quille, le Vaisseau iroit donc selon sa Quille, & fendroit l'eau avec la plus grande facilité, & par conséquent avec la plus grande vîtesse possible. Mais quand le Vent est oblique, il n'arrive presque jamais que la ligne de la force mouvante soit la même que celle de la Quille, & il faut que le Vaisseau prenne une direction moyenne entre ces deux lignes, & une vîtesse moindre que celle qu'il eût eue, mais la plus grande qu'il se puisse par rapport aux circonstances.

La plus grande difficulté qu'il y ait à trouver les rapports des differentes vîtesses que peut avoir un Vaisseau mu, comme il l'est toujours, par des vents obliques aux Voiles, consiste à connoitre la valeur des lignes des forces mouvantes. Pour cela M. Pitot prend un petit circuit qui paroît plus commode: il

éva-

évalue la force de la Réſiſtance de l'eau, qui, ſelon qu'il a été dit en 1714, eſt toujours égale à la force du Vent, & agit par la même ligne.

La ligne par laquelle agit la Réſiſtance de l'eau doit donc être conçue dans une direction qui ſeroit perpendiculaire à la Voile ou aux Voiles. Cette perpendiculaire aux Voiles eſt, ſelon ce que nous venons de dire, inclinée à la direction du chemin que fera le Vaiſſeau, & par conſéquent elle peut & doit ſe décompoſer en deux forces laterales, dont l'une ſera parallele à ce chemin, l'autre perpendiculaire. On calcule ces deux forces laterales pour tous les angles qu'elles peuvent faire entre elles. Plus la laterale parallele au chemin eſt grande par rapport à l'autre, plus l'Eau réſiſte au mouvement du Vaiſſeau, & enfin elle y réſiſte de toute la force poſſible quand la laterale perpendiculaire eſt nulle par rapport à la parallele, & la parallele par conſéquent égale à la force totale, ce qui ne pourroit arriver que dans le cas où le Vent ſeroit perpendiculaire à la Voile, & parallele au chemin du Vaiſſeau.

En mettant au-lieu de la Réſiſtance de l'Eau la force du Vent, on voit par-là toutes les variations que peut avoir de ce chef la force du Vent, & par conſéquent la vîteſſe du Vaiſſeau. Je dis *de ce chef*, car la ligne de la force mouvante varie encore d'ailleurs en elle-même. Sa valeur abſolue dépend de l'angle d'incidence du Vent ſur la Voile, cette valeur eſt d'autant plus grande que le Sinus de cet

cet angle, ou plutôt le quarré de ce Sinus, est plus grand.

Reprenons maintenant la consideration de ces angles du Vent sur les Voiles. Depuis l'angle de 81 ou 82 jusqu'à 66 ou 67, le Vent n'est plus arriere, il est *largue*, & il est clair qu'il va toujours diminuant de force, ou imprimant une moindre vîtesse au Vaisseau. Depuis 66 ou 67, c'est un *Vent de Bouline*, & la vîtesse du Vaisseau est encore moindre.

Ce Vent largue & le Vent de Bouline ne different que de degré par rapport à la vîtesse du Vaisseau. Mais ils different essentiellement par rapport à un autre effet très considerable. Tant que le Vent est largue, le Vaisseau s'éloigne du lieu d'où vient le Vent, du point de l'Horizon d'où il part, ou est censé partir, & l'on dit que le Vaisseau *fuit* ou *perd au Vent*. Quand le Vent est de Bouline, le Vaisseau s'approche du lieu d'où vient le Vent, & l'on dit qu'il *va* ou *gagne au Vent*. On entend assez qu'il ne va pas directement vers le point de l'Horizon d'où le Vent part, mais qu'il s'en approche par une ligne inclinée à celle du Vent. Plus l'angle de ces deux lignes est petit, plus le Vaisseau *serre* le Vent, mais il ne peut pas le serrer jusqu'à se mettre dans la même ligne, la Voile ne recevroit plus aucune impulsion du Vent; il y a un angle où cette impulsion seroit si petite que le Vaisseau *s'abattroit*, & c'est-là le terme où le Vent de Bouline finit.

La figure du Vaisseau, que nous n'avons point encore considerée, fait beaucoup à sa vîtesse, puisque plus il est pointu par la Proue

ou

ou l'*avant*, plus il a de facilité à fendre l'eau. M. Pitot ſuppoſe, comme avoit fait M. Bernoulli, qu'une coupe horizontale du Vaiſſeau, qu'il faut encore ſuppoſer ſemblable à toutes les autres, a ſa circonference formée de deux Arcs circulaires ſemblables & égaux, qui font entre eux à la Proue un angle curviligne d'autant plus grand que ces Arcs ſont d'un plus grand nombre de degrés de leur Cercle, car il eſt viſible que s'ils étoient de 90, ils feroient entre eux à la Proue un angle de 180, c'eſt-à-dire, qu'en cet endroit ils ſeroient poſés l'un au bout de l'autre en ligne droite, & que le Vaiſſeau n'auroit point de pointe. Pour lui en donner une ſuffiſante, M. Pitot ne prend point des Arcs qui faſſent entre eux un angle curviligne plus grand que 60; & d'un autre côté pour conſerver au Vaiſſeau la largeur néceſſaire, il ne prend point des Arcs, dont l'angle curviligne ſoit moindre que 20.

Selon ces differentes figures la Réſiſtance de l'Eau, & par conſéquent la force du Vent & la vîteſſe du Vaiſſeau, ſont differentes. La ligne du mouvement du Vaiſſeau étant la même, l'Eau frappe differemment ou ſous differens angles les parties de differens Arcs, à cauſe de leur differente poſition, & ſa force totale eſt differemment décompoſée en deux forces laterales. Quand le chemin du Vaiſſeau eſt dans la ligne de la Quille, il arrive que les deux forces laterales perpendiculaires priſes des deux côtés de la Proue à diſtances égales, ſont égales & directement oppoſées, d'où il ſuit qu'elles ſe détruiſent l'une l'autre, & qu'il ne reſte que les forces paralleles corres-

pondantes. Il est aisé de voir en général les conséquences qui naissent de-là pour la vîtesse du Vaisseau.

Il est clair que cette vîtesse dépend enfin de la vîtesse absolue du Vent, c'est-à-dire, de l'espace plus ou moins grand qu'il parcourt dans un tems déterminé, comme une seconde. Cela se peut connoitre par quelque Machine, & ce sera une expérience fondamentale.

Pour rassembler tout, la vîtesse du Vaisseau dépend donc, 1° de la vîtesse absolue du Vent, 2° de l'angle d'incidence du Vent sur les Voiles, 3° de la grandeur de la superficie des Voiles exposées au Vent, 4° de la figure du Vaisseau, qui modifie la résistance de l'eau, ou, ce qui revient au même, l'action du Vent.

Mais il ne s'agit pas dans la Navigation de faire un chemin quelconque avec la plus grande vîtesse possible, comme nous l'avons supposé jusqu'ici; il s'agit de faire avec cette condition un chemin déterminé, une certaine Route. La Route doit entrer dans toute la Théorie, & dans tous les Calculs, dont elle est un Elément principal. La plus grande vîtesse possible ne sera plus que celle qu'elle permettra.

Le Rumb de Vent est toujours connu, c'est-à-dire, la ligne droite tirée du point de l'Horizon, d'où le Vent part, jusqu'au Vaisseau. Si cette ligne étoit la même que celle de la Route qu'on veut faire, ce qui est un cas unique, nous avons vu qu'il vaudroit mieux prendre le Vent de côté, & par conséquent oblique à la Route. Ainsi on peut comp-

compter que le Rumb de Vent, & la Route font toujours un angle, & cet angle est connu, ou donné.

Cela posé, le Vent fait un angle aigu avec la Voile. Le moins aigu, ou le plus approchant du droit, sera le plus avantageux, à ne rien considerer de plus, & je suppose qu'il ait été déterminé. De-là il suit que la Voile aura nécessairement une certaine position par rapport à la Quille, ou fera un certain angle avec elle. Il faudroit pour le mieux parfait que la Route fût dans la ligne de la Quille; mais la position de la Voile par rapport à la Quille ayant été déterminée, & par conséquent celle de la ligne de la force mouvante par rapport à la Quille, puisque cette ligne est toujours perpendiculaire à la Voile, il peut arriver, & il arrive le plus souvent que la direction de la ligne de la force mouvante est trop éloignée de celle de la Quille, & de la Route qui se feroit selon la Quille, ce qui diminueroit beaucoup la force dont le Vaisseau seroit poussé. Il faut donc, pour regagner de la force du Vent, changer l'angle de la Voile & de la Quille, & pour cela changer aussi celui du Vent sur la Voile, ce qui fera perdre quelque chose de la grandeur de l'angle d'incidence du Vent, & diminuera sa force à cet égard. Il y a là un mêlange d'avantages & de desavantages, qui produit nécessairement un état, un point où tout étant compensé, il se trouvera le plus grand avantage possible, & la Géometrie moderne le détermine par des Règles de calcul connues.

L'an-

L'angle du Rumb de Vent, & de la Route qu'on veut faire, étant toujours connu, on détermine donc quel sera, pour faire cette Route, l'angle le plus avantageux, tant du Vent sur la Voile, que de la Voile avec la Quille. Ces deux angles étant trouvés, il arrive rarement que la Route soit exactement sur la ligne de la Quille; mais ces deux lignes ne s'écartent l'une de l'autre que le moins, ou ne font que le moindre angle de *dérive*, qu'il est possible, & si on vouloit gagner en diminuant cet angle, on perdroit davantage d'ailleurs.

Les deux angles les plus avantageux, celui du Vent sur la Voile, & celui de la Voile avec la Quille, & même celui de la dérive, qui en résulte, changent, comme il est bien naturel de le juger, pour chaque angle different du Rumb de Vent avec la Route. Un Vent arriere, un Vent largue, un Vent de Bouline, & tous ceux qui dans chacune de ces trois especes ne different entre eux que de degré, demandent une Voile differemment posée & par rapport à eux, & par rapport à la Quille, & en même tems les dérives deviennent differentes. Il est évident que le Vent arriere parfait, & qu'on ne prend pourtant pas, étant celui dont le Rumb fait avec la Route l'angle de 180, & auquel par conséquent la Voile dans sa plus avantageuse position seroit perpendiculaire, & perpendiculaire aussi à la Quille, tous les autres Vents pris depuis celui-là, selon l'ordre qu'on vient de les nommer, demanderont toujours pour les deux sortes d'angles les plus avantageux des

des angles décroissans depuis 90.

Il y a plus. Tout ce que nous venons de voir qui change par le changement de l'angle du Rumb de Vent avec la Route, change aussi par la differente figure du Vaisseau. On a vu par la Théorie combien cette figure influe sur la vîtesse, & pour le faire voir par un exemple bien sensible, il est sûr qu'un Vaisseau, qui aura la Proue plus aiguë, pourra se servir de tel Vent de Bouline, dont un autre ne se serviroit pas. Cela vient de ce que dans le Vaisseau qui a la Proue moins aiguë, elle a trop peu d'avantage sur le côté pour fendre l'eau; par conséquent elle ne détermine pas assez le Vaisseau à suivre une ligne où il éprouveroit moins de résistance, & il ne peut, à cause de la foiblesse du Vent supposé, surmonter la résistance qu'il éprouve. Puisqu'une certaine figure de Vaisseau peut rendre inutile un certain Vent, qui ne le seroit pas sans cela, la figure est un Elément indispensable, qui doit entrer aussi-bien que le Vent, dans toute la consideration, & dans tous les calculs du mouvement & de la vîtesse du Vaisseau.

Ainsi M. Pitot a construit des Tables où en supposant une certaine figure de Vaisseau, ou, ce qui est le même, un certain angle curviligne de la Proue depuis 20 jusqu'à 60 degrés, il donne pour chacune de ces figures les positions les plus avantageuses de la Voile, tant par rapport au Vent que par rapport à la Quille, & les differentes vîtesses résultantes, qui répondent aux differens angles donnés du Rumb de Vent, & de la Route.

Les

Les angles de la Proue depuis 20 jusqu'à 60 ne sont pris que de 5 en 5, parce que les nombres moyens ne produiront pas des différences assez sensibles. M. Pitot a même ajouté les angles correspondans les plus avantageux que puisse avoir le Gouvernail avec la Route, pour *virer vent devant ou vent arriere*.

Par le seul coup d'œil de ces Tables on voit plusieurs déterminations importantes; par exemple, quel est pour chaque figue de Vaisseau le dernier Vent de Bouline dont on puisse se servir, ou jusqu'à quel point on peut serrer le Vent; que les Vaisseaux à Proue plus pointue sont ceux qui le peuvent serrer de plus près, & il est aisé d'en voir la raison; que dans ceux dont la Proue n'auroit qu'un angle de 20 degrés, la Route pouvant se faire sous un angle de 24° 30' avec le Vent, elle ne peut plus se faire que sous un angle de 69 dans ceux dont la Proue auroit un angle de 60; que les Dérives sont d'autant plus grandes que l'angle du Vent avec la Route est plus petit, & l'angle de la Proue plus grand; que l'angle du Vent avec la Route étant de 69 degrés pour deux Vaisseaux, dont l'un n'auroit l'angle de la Proue que de 20 degrés, & l'autre de 60, le premier n'auroit que 1 de Dérive, & le second 20; que la plus grande vîtesse d'un Vaisseau à Proue de 20 degrés peut être plus de trois fois plus grande que la plus petite; & qu'un Vaisseau à Proue de 60, ne peut avoir sa plus grande vîtesse qu'un peu plus que double de la plus petite, &c. Plusieurs de ces sortes de déter-

minations, qui font nées des principes & des calculs de M. Pitot, fe font trouvées d'accord avec les obfervations & les expériences qu'il a pu avoir des habiles géns de Mer.

Il ne prétend pas avoir encore arrêté bien furement les differentes figures des Vaiffeaux, & il promet d'en faire une recherche particuliere: mais il y a bien de l'apparence qu'une plus grande exactitude fur ce point produira plutôt des difficultés de Théorie, qu'un changement confiderable dans la Pratique. En attendant on a des Tables que l'on n'avoit pas eues jufqu'ici, & qui ont couté beaucoup de travail pour mettre les Pilotes & les Matelots en état de travailler fort peu, en faifant tout pour le mieux, fi cependant il arrive qu'ils puiffent s'y réfoudre. La Théorie avance toujours beaucoup plus que la Pratique, parce que l'une n'eft qu'entre les mains de gens d'efprit, & ardéns pour la perfection de leurs Sciences, au-lieu que l'autre n'eft maniée que par des gens ordinairement très groffiers, & fort indifferens pour la perfection, quelque intereffante qu'elle pût être pour eux-mêmes, comme elle l'eft dans la Navigation.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXXI.

I.

UN Projet de M. Gallon pour lancer les Vaiſſeaux à la Mer avec moins d'inconvéniens & plus de facilité que par la pratique ordinaire. On conſtruira un Baſſin ſemblable à ceux de Breſt & de Rochefort, qui ſervent actuellement à placer les Vaiſſeaux pour les radouber, & les carener. Il ſera creuſé en ſorte que l'Eau de la Mer y entre par deux Portes, & y ſoit toujours à une certaine profondeur que l'on déterminera; la ſurface de la Mer, & celle de l'Eau de ce Baſſin, ſeront donc de niveau. Les bords en ſeront beaucoup plus élevés que ce niveau, & le Baſſin pourra contenir beaucoup plus d'eau quand il le faudra. A ſon extrémité la plus éloignée de la Mer, on fera un ſecond Baſſin dont le bas ou le fond ſera un peu plus élevé que le niveau de la Mer, & dont les bords iront auſſi haut que ceux du premier. Ce ſera dans ce ſecond Baſſin que l'on conſtruira le Vaiſſeau à ſec, & ſans aucune incommodité. Lorſqu'il ne s'agira plus que de le lancer, on fermera les Portes du premier Baſſin, & par le moyen de pluſieurs Corps de Pompe pla-

 cés

cés auprès des Portes, & que des Hommes ou des Moulins à vent feront jouer, on remplira d'eau tout le vuide que laisse le premier Bassin jusqu'à l'extrémité supérieure de ses bords, & tout le second Bassin entier, & on les remplira en même tems, parce qu'ils n'ont rien qui les sépare. Alors le Vaisseau qui étoit dans le second se trouvera naturellement à flot, pourvu qu'il ait toute l'eau qu'il doit tirer, & on le fera passer très facilement dans le premier Bassin. Quand il y sera, on ouvrira plusieurs Sabords, pratiqués dans les Portes alors fermées, & quand on en aura laissé écouler assez d'eau pour mettre la surface de ce Bassin au niveau de celle de la Mer, il n'y aura plus qu'à ouvrir les Portes, qui ne feront aucune résistance, puisqu'elles n'auront aucune charge d'eau, & le Vaisseau sortira de ce Bassin avec autant de facilité que de l'autre. L'Auteur donne ce Projet principalement pour les Ports de la Méditerranée, qui sont exempts de Flux & de Reflux. Il a paru nouveau.

II.

Une Machine de M. du Buisson, Ingénieur, pour empêcher que les Monnoyeurs en mettant les Pieces sur les Quarrés du Balancier pour y être marquées, ne courent le risque d'avoir les doigts écrasés. Quoique l'accident soit très rare, il mérite d'être prévenu. A chaque coup du Balancier, une Piece viendra se placer d'elle-même à l'endroit où elle doit recevoir le coup, & cela peut encore

être

être plus utile dans les cas où l'on manqueroit de Monnoyeurs assez adroits pour mettre les Pieces sur le Quarré. Malgré quelques objections qu'on peut faire sur cette Machine, elle a paru simple, & ingénieusement imaginée.

III.

Une Machine à élever l'Eau, de M. Jean-Baptiste le Brun. Pourvu que l'on ait une chûte d'eau, soit naturelle, soit procurée par art, l'Eau à l'aide de cette Machine, & sans aucun Moteur étranger, s'éleve d'elle-même à une hauteur considerable. Quand elle est élevée, il faut qu'il y en ait une certaine quantité qui redescende pour agir de nouveau sur la Machine, & contribuer avec la chûte de la source à entretenir le mouvement; le reste de l'eau montée est destiné aux usages qu'on aura eus en vue, & c'est le produit ou le profit de la Machine.

Elle est exécutée à Sève, où l'on a vû qu'une Eau qui tomboit de 9 $\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, étoit portée à 32 pieds, & par conséquent à 22 $\frac{1}{2}$ pieds au-dessus de sa source, qu'il s'élevoit 120 Muids d'eau par jour, & qu'on en avoit 6 pour le profit, ou $\frac{1}{20}$.

Il a paru que cette Machine étoit nouvelle, très ingénieusement inventée, & exécutée, qu'elle avoit peu de frottemens parce que le Piston & les Soupapes étoient toujours entre deux eaux, & n'avoient point de Colomne à soutenir, qu'elle pouvoit être très utilement établie dans tous les lieux où l'on

avoit déja une chûte d'eau, que selon les circonstances on pourroit aisément avoir un plus grand profit que $\frac{1}{20}$ de l'eau élevée, & qu'enfin l'Inventeur étoit très capable de donner à sa Machine toute la perfection qu'elle pourroit encore recevoir.

IV.

Un Instrument présenté par M. de Mean, où il a réuni les usages de plusieurs Instrumens déja connus, du Quartier de Réduction, du Cadran Solaire Horizontal, du Vertical Méridional, & qui sert pour trouver la Méridienne, & la Déclinaison de l'Aiguille. Le fondement en est une Table de multiplication, par laquelle se font toutes les principales Règles d'Arithmetique. Quoiqu'on ne puisse pas attendre de cet Instrument une grande précision pour ce qui concerne l'Astronomie & la Navigation, il peut être cependant de quelque utilité à cause de son petit volume, qui le rend aisé à porter par-tout avec soi. Il a paru d'ailleurs qu'on n'avoit pas encore pensé à tous les usages auxquels M. de Mean a fait voir qu'on pouvoit appliquer la Table de multiplication, ce qui mérite l'attention des Mathématiciens, & prouve les connoissances & l'intelligence de l'Auteur.

V.

Deux Chaises roulantes du Sieur Maillard, Maitre Menuisier pour les Carosses du Roi. Elles sont un peu differentes de construction; un

un Homme aſſis dedans ou derriere, les fait mouvoir en tournant deux Manivelles, qui font jouer le Rouage, on avance & on recule avec la même facilité, & on peut tourner fort vite. Des Chaiſes dont l'Hiſtoire de l'Académie a parlé dans les Hiſtoires de 1710* & 1711 †, & celle qui eſt décrite par Mathurin Jouſſe dans ſon Traité de Serrurerie, ne ſont que pour aller dans des Appartemens; & celles-ci peuvent faire de plus grands voyages, étant à grandes Roues, comme celles qui ſont tirées par des Chevaux; elles ſont auſſi differentes des autres par le Rouage. Celle que M. Ozanam a donnée dans ſes Récréations Mathématiques, quoiqu'à grandes Roues, a été trouvée auſſi d'une conſtruction differente, & moins commode, tant pour le recul, que pour l'application de la force de l'Homme.

ELOGE

DE M. GEOFFROY.

ETIENNE-FRANÇOIS GEOFFROY naquit à Paris le 13 Février 1672, de Matthieu-François Geoffroy, Marchand Apotiquaire, ancien Echevin, & ancien Conſul, & de Louiſe de Vaux, fille d'un Chirurgien, célèbre en ſon tems. Le biſayeul pater-

* p. 186. † p. 131.

ternel de M. Geoffroy avoit été auſſi premier Echevin de Paris, & alors on ne choiſiſſoit que des Bourgeois d'ancienne famille, & d'une réputation bien nette, eſpece de nobleſſe qui devroit bien valoir celle dont la preuve ne conſiſte que dans les filiations.

Si nous diſions que l'éducation d'un jeune homme a été telle que quand il fut en Phyſique, il ſe tenoit chez ſon Pere des Conferences règlées, où M. Caſſini apportoit ſes Planiſpheres, le P. Sébaſtien ſes Machines, M. Joblot ſes Pierres d'Aiman, où M. du Verney faiſoit des diſſections, & M. Homberg des opérations de Chimie, où ſe rendoient du moins par curioſité pluſieurs autres Savans fameux, & de jeunes gens qui portoient de beaux noms; qu'enfin ces Conferences parurent ſi bien entendues, & ſi utiles, qu'elles furent le modele & l'époque de l'établiſſement des expériences de Phyſique dans les Colleges; ſans doute on croiroit qu'il s'agiſſoit de l'éducation d'un fils de Miniſtre, deſtiné pour le moins aux grandes dignités de l'Egliſe: cependant tout cela fut fait pour le jeune Geoffroy, que ſon Pere ne deſtinoit qu'à lui ſucceder dans ſa profeſſion. Mais il ſavoit combien de connoiſſances demande la Pharmacie embraſſée dans toute ſon étendue; il l'aimoit, & par goût, & parce qu'elle lui réuſſiſſoit fort, & il croyoit ne pouvoir mieux faire que de fournir à ſon fils les moyens de pourſuivre avec plus d'avantage la carriere où lui-même auroit vieilli.

Après cette premiere étude de Phyſique générale, M. Geoffroy fit des Cours particuliers,

culiers, de Botanique, & de Chimie, & même d'Anatomie, quoique cette Science ne fût pas de son objet principal. Il s'en écartoit encore davantage dans ses heures de délassement, où l'on est le maitre de choisir ses plaisirs. Il tournoit, il travailloit des Verres de Lunettes, il exécutoit des Machines en petit, il apprenoit l'Italien de l'Abbé Roselli, si connu par le Roman de l'*Infortuné Napolitain*.

En 1692, son Pere l'envoya à Montpellier pour y apprendre la Pharmacie chez un habile Apotiquaire, qui de son côté envoya son fils à Paris chez M. Geoffroy: échange bien entendu, puisque l'un & l'autre de ces jeunes gens en laissant dans la maison paternelle ce qu'il étoit bien sûr d'y retrouver toujours, alloit chercher dans une maison étrangere ce qu'il n'eût pas trouvé chez lui.

M. Geoffroy suivit les plus habiles Professeurs de la fameuse Ecole de Montpellier, & il vit presque naitre alors dans cette ville un grand nom qui s'est toujours accru depuis, & qui par lui-même, & sans nul secours étranger, s'est élevé à la premiere place.

Avant que de revenir à Paris, M. Geoffroy voyagea dans les Provinces Méridionales du Royaume, & alla voir les Ports de l'Océan, car il embrassoit aussi ce qui n'étoit que de pure curiosité. Il en eût peut-être été bien puni à S. Malo où il se trouva enfermé en 1693, dans le tems du Bombardement des Anglois, si la terrible Machine Infernale, qui menaçoit d'abîmer tout, n'eût manqué son effet. M. le Comte de Tallard, depuis

Duc, Pair, & Maréchal de France, ayant été nommé au commencement de 1698, à l'Ambaſſade extraordinaire d'Angleterre, il choiſit M. Geoffroy, qui n'étoit point Médecin, pour avoir ſoin de ſa ſanté, & il ne crut point que cette confiance donnée au mérite dépourvu de titre, fût trop hardie. M. Geoffroy, qui ſavoit voyager, ne manqua pas de profiter du ſéjour de Londres: il gagna l'amitié de la plupart des Illuſtres d'un Païs, qui en produit tant, & principalement celle de M. le Chevalier Sloane, & en moins de ſix mois il devint leur confrere par une place qu'ils lui donnerent dans la Société Royale.

De-là il paſſa en Hollande, où il vit d'autres Savans, fit d'autres obſervations, acquit de nouvelles connoiſſances. Il ſe préſenta encore à lui l'occaſion de faire un voyage agréable, celui d'Italie, où il alla en 1700 avec M. l'Abbé de Louvois, en qualité de ſon Médecin, ſelon le langage de M. Geoffroy, & en qualité d'Ami, ſelon le langage de cet Abbé, car ils avoient tous deux le mérite de ne pas parler de même.

Le grand objet de M. Geoffroy étoit toujours l'Hiſtoire Naturelle, & la Matiere Médicinale, & il étoit d'autant plus obligé à porter ſes vues de ce côté-là, que ſon pere avoit deſſein de lui laiſſer ſa place & ſon établiſſement. Dès 1693 il avoit ſubi l'examen pour la Pharmacie, & fait ſon Chef-d'œuvre: cependant ce n'étoit point là le fond de ſon intention, il vouloit être Médecin, & n'oſoit le déclarer. Il faiſoit des études équivoques, qui convenoient également au

plan

plan de ſon pere & au ſien: telle étoit la Matiere Médicinale, qu'un habile Apotiquaire ne ſauroit trop connoitre, & que ſouvent un habile Médecin ne connoit pas aſſez.

Enfin quand le tems fut venu de ne pouvoir plus ſoutenir la diſſimulation, & de prendre un parti déciſif, il ſe déclara, & le pere ſe rendit. Il avoit deſtiné à la Médecine ſon ſecond fils, qui eſt aujourd'hui l'un des Chimiſtes de cette Académie; celui-là prit la Pharmacie au-lieu de ſon Ainé. Cette légere tranſpoſition dut être aſſez indifferente au pere, mais enfin ce n'étoit pas-là ſon premier projet, & il apprit combien la Nature qu'il n'avoit pas aſſez conſultée ſur ſes enfans, eſt jalouſe de ſes droits.

M. Geoffroy ſe mit donc ſur les Bancs de Médecine, & fut reçu Bachelier en 1702. Sa premiere Theſe fut extrêmement retardée, parce que M. Fagon, premier Médecin, qui devoit y préſider, & qui avoit coutume de commettre pour la Préſidence, voulut préſider en perſonne, honneur qui ſe fit acheter par des délais. M. Geoffroy, qui avoit fait ſa Theſe lui-même, quoique ſelon l'uſage établi elle dût être l'ouvrage du Préſident, avoit choiſi cette Queſtion, *Si le Médecin eſt en même tems un Méchanicien Chimiſte?* On ſent aſſez qu'il avoit interêt de conclurre pour l'affirmative, au hazard de ne pas comprendre tous les Médecins dans ſa définition. Il compoſa pareillement ſes deux autres Theſes de Bachelier, & à plus forte raiſon celles dont il fut Préſident après avoir été reçu Docteur en 1704. Il prenoit toujours

jours des sujets utiles ou intereſſans; celle où il demandoit *ſi l'Homme a commencé par être Ver*, piqua tellement la curioſité des Dames, & des Dames du plus haut rang, qu'il fallut la traduire en François, pour les initier dans des myſteres, dont elles n'avoient pas la Théorie. On aſſure que toutes les Theſes ſorties de ſa main n'ont pas ſeulement été regardées dans nos Ecoles comme des Traités preſque complets ſur les ſujets choiſis, mais qu'elles ſe ſont trouvées plus au goût des Etrangers, qu'un grand nombre d'autres, où ils ſe plaignent que le ſoin dominant a été celui de l'élégance du ſtile, & de la belle Latinité.

Il ne ſe preſſa point de ſe jetter dans la pratique, dès qu'il en eut le droit; il s'enferma pendant dix ans dans ſon Cabinet, & il voulut être ſûr d'un grand fonds de connoiſſances, avant que de s'en permettre l'uſage. Les Médecins ont entre eux ce qu'ils appellent les bons principes, & puiſqu'ils ſont les bons, ils ne ſont pas ceux de tout le monde. Les Confreres de M. Geoffroy conviennent qu'il les poſſedoit parfaitement. Son caractere doux, circonſpect, moderé, & peut-être même un peu timide, le rendoit fort attentif à écouter la Nature, à ne la pas troubler par des remedes ſous prétexte de l'aider, & à ne l'aider qu'à propos, & autant qu'elle le demandoit. Une choſe ſinguliere lui fit tort dans les commencemens: il s'affectionnoit trop pour ſes Malades, & leur état lui donnoit un air triſte & affligé qui les allarmoit; on en reconnut enfin le principe,

& on lui fut gré d'une tendresse si rare, & si chere à ceux qui souffrent.

Persuadé qu'un Médecin appartient également à tous les Malades, il ne faisoit nulle difference entre les bonnes pratiques & les mauvaises, entre les brillantes & les obscures. Il ne recherchoit rien, & ne rejettoit rien. De-là il est aisé de conclurre que ce qui dominoit dans le nombre de ses pratiques, c'étoient les obscures, ou les mauvaises, & d'autant plus que ses premiers engagemens lui étoient sacrés, & qu'il n'eût pas voulu les rompre, ou s'en acquitter légerement, pour courir aux occasions les plus flatteuses qui feroien[illegible]nues. D'ailleurs souverainement éloign[illegible]out faste, il n'étoit point de ceux qui savent aider à leur propre réputation, & qui ont l'art de suggerer tout bas à la Renommée, ce qu'ils veulent qu'elle répéte tout haut avec ses cent bouches. Cependant le vrai avoit percé à la longue, & M. Geoffroy étoit bien connu. Dans les grandes affaires de Médecine, ceux qui s'étoient saisis des premiers postes l'appelloient presque toujours en consultation, il étoit celui dont tous les autres vouloient emprunter des lumieres. Ciceron conclud que les Romains étoient le plus vaillant Peuple du monde, de ce que chaque Peuple se donnoit le premier rang pour la valeur, & accordoit toujours le second aux Romains.

En 1709, le Roi lui donna la place de Professeur en Médecine au College Royal, vacante par la mort de M. de Tournefort. Il entreprit de dicter à ses Auditeurs toute l'Histoire

toire

toire de la Matiere Médicinale, ſur laquelle il avoit depuis longtems amaſſé de grandes proviſions. Tout le Regne Minéral a été expédié, c'eſt-à-dire, tous les Minéraux qui ſont en uſage dans la Médecine, & c'eſt ce qu'on a juſqu'à préſent ſur ce ſujet de plus recherché, de plus certain, & de plus complet. Il en étoit au Regne Végétal, & comme il ſuivoit l'ordre Alphabétique, il en eſt reſté à la *Meliſſe*, qui quoiqu'aſſez avancée dans l'Alphabet, laiſſe après elle un grand vuide, & beaucoup de regret aux curieux de ces ſortes de matieres. Il n'avoit point touché au Regne Animal, mais du moins tout ce qu'il a dicté s'eſt trouvé en très bon ordre dans ſes papiers, & on eſpere que ſa famille le donnera au Public.

M. Fagon, qui étoit toujours demeuré titulaire de la Charge de Profeſſeur en Chimie au Jardin Royal, la faiſoit exercer par quelqu'un qu'il choiſiſſoit. M. de St. Yon, à qui il avoit donné cet emploi, n'ayant pu le remplir en 1707, à cauſe de ſes infirmités, M. Geoffroy eut ſa place, & s'en acquitta ſi bien que dans la ſuite M. Fagon ſe démit abſolument de la charge en ſa faveur. Cela arriva en 1712. M. Fagon, pour mettre en œuvre M. Geoffroy tout entier, lui demanda qu'aux leçons ordinaires de Chimie, il en joignît ſur la Matiere Médicinale, ce qui, dans une même ſéance ajoutoit deux heures, & quelquefois trois, à deux autres heures déja employées. M. Geoffroy y conſentit, emporté par ſon zèle, & ſans doute auſſi par un certain ſentiment de gloire, qui

agit,

agit, & qui doit agir sur les ames les plus éloignées de la vanité; il étoit soutenu par le plaisir de voir que de si longues séances, loin de rebuter les Auditeurs, ne les rendoient que plus assidus, & plus attentifs: mais enfin il consulta trop peu les interêts de sa santé, qui étoit naturellement foible, & qui en souffrit.

La Faculté de Médecine, qui se choisit tous les deux ans un Chef qu'on appelle Doyen, crut en 1726 se trouver dans des circonstances où il lui en falloit un, qui, quoique digne de l'être, ne fît aucun ombrage à sa liberté, & qui aimât mieux sa Compagnie que sa place. M. Geoffroy fut élu: mais comme tous les membres d'une République ne sont pas également Républicains, quelques-uns attaquerent son élection par des irrégularités prétendues, & lui-même auroit été volontiers de leur parti; mais l'élection fut confirmée par le jugement de la Cour.

Ses deux années de Décanat finies, il fut continué, & cela par les suffrages mêmes qui auparavant lui avoient été contraires. On sentoit un nouveau besoin qu'on avoit de lui. Il s'étoit élevé un Procès entre les Médecins & les Chirurgiens, espece de guerre civile, qui divisoit les Citoyens d'un même Etat; & il falloit ou du zèle pour la soutenir, ou de la douceur pour la terminer, & même en la soutenant il falloit toujours de la douceur avec le zèle. On lui fit un honneur singulier; il y a sous le Doyen un Censeur, qui est son Lieutenant, & ce Censeur est tou-

toujours le Doyen qui vient de sortir de place. On supprima le titre de Censeur pour les deux années du nouveau Décanat de M. Geoffroy, & on le laissa le maître de choisir ceux qu'il voudroit pour l'aider. Ces témoignages d'estime de la part de sa Compagnie, qu'il n'auroit pas recherchés par ambition, il les sentit vivement par un principe de reconnoissance, d'autant plus fort qu'on est plus dégagé de passions tumultueuses. Il se livra sans ménagement aux travaux extraordinaires du second Décanat, qui joints à ceux qu'exigeoient sa profession, & ses differentes places, ruïnerent absolument sa santé, & au commencement de 1730 il tomba accablé de fatigues. Il eut cependant le courage de mettre la derniere main à un ouvrage que ses prédécesseurs Doyens avoient jugé nécessaire, mais qu'ils n'avoient pas fini : c'est un Recueil des Médicamens composés les plus usités, que les Pharmaciens doivent tenir toujours prêts.

Nous ne l'avons point encore représenté comme Académicien, parce que nos Histoires imprimées font foi qu'il n'a pas rempli ce devoir avec moins d'exactitude que les autres, si ce n'est dans les quatre dernieres années, où le Décanat étoit une dispense assez légitime. Il donna en 1718 un Système singulier & une Table des Affinités ou Rapports des differentes substances en Chimie. Ces Affinités firent de la peine à quelques-uns, qui craignirent que ce ne fussent des Attractions déguisées, d'autant plus dangereuses, que d'habiles gens ont déja su leur

don-

donner des formes séduisantes : mais enfin on reconnut qu'on pouvoit passer par dessus ce scrupule, & admettre la Table de M. Geoffroy, qui bien entendue & amenée à toute la précision nécessaire, pouvoit devenir une loi fondamentale des opérations de Chimie, & guider avec succès ceux qui travaillent.

Il étoit entré dans cette Compagnie dès l'an 1699, & il est mort le 6 Janvier 1731.

ELOGE

DE M. RUYSCH.

FREDERIC RUYSCH naquit à la Haye le 23 Mars 1638, de Henri Ruysch Secretaire des Etats-Généraux, & d'Anne Van Berghem. La famille des Ruysch étoit d'Amsterdam, où depuis 1365 elle avoit continuellement occupé les premieres Magistratures jusqu'en 1576, que la guerre contre l'Espagne apporta du changement à sa fortune.

M. Ruysch se destina à la Médecine, & il commença par s'appliquer à la Matiere Médicinale, aux Plantes, aux Animaux ou parties d'Animaux, aux Minéraux qui y appartiennent, aux opérations de Chimie, aux dissections Anatomiques; & de tout cela il se fit de bonne heure un Cabinet déja digne des regards & de l'attention des Connoisseurs. Il etoit tout entier à ce qu'il avoit entrepris;

pris; peu de fommeil avec beaucoup de fanté, point de ces amufemens inutiles, qui paffent pour des délaffemens néceffaires, nul autre plaifir que fon travail; & quand il fe maria en 1661, ce fut en grande partie pour être entierement foulagé des foins domeftiques, ce qui lui réuffit affez aifément dans le Païs où il vivoit.

En ce tems-là vint à Leyde un Anatomifte affez fameux, nommé Bilfius, que le Roi d'Efpagne avoit envoyé profeffer à Louvain. Ce Docteur traitoit avec très peu de confideration ceux qui avoient jufque-là le plus brillé dans cette Science, & préféroit de beaucoup, & hautement fes découvertes aux leurs, principalement fur ce qui regarde le mouvement de la Bile, de la Lymphe, du Chile, de la Graiffe. Mrs. de le Boe ou Sylvius, & van Horne, Profeffeurs à Leyde, qui auroient voulu réprimer la vanité de cet Etranger, crurent ne le pouvoir fans le fecours du jeune Ruyfch qui avoit donné plus de tems qu'eux à des diffections fines & délicates. De la Haye, où il demeuroit, il venoit les nuits à Leyde leur apporter fes préparations, & leur mettre en main dequoi étonner Bilfius; & il retournoit bien vîte à la Haye pour travailler à de nouvelles préparations, deftinées au même ufage.

Après avoir fourni en fecret des armes contre Bilfius, il vint enfin à fe battre avec lui à vifage découvert, car ceux qu'il avoit aidés n'avoient pas prétendu le tenir toujours caché. Il avoit dit que la réfiftance qu'il fentoit en foufflant les Vaiffeaux Lymphatiques d'un

d'un certain ſens, lui faiſoit croire qu'il s'y trouvoit des Valvules, qu'il n'avoit pourtant pas encore vues, & il n'étoit pas le ſeul qui eût eu cette penſée. Bilſius nia ces Valvules avec la derniere aſſurance, & même avec mépris pour ceux qui les jugeoient ſeulement poſſibles. M. Ruyſch fit ſi bien par ſon adreſſe ſinguliere qu'il les découvrit, & au nombre de plus de deux-mille, & les démontra, à la grande ſatisfaction de ceux qui étoient bien aiſes de voir confondre des déciſions téméraires, & ſuperbes. L'Adverſaire, qui ſe tenant bien ſûr qu'il ne verroit pas, avoit promis de ſe rendre s'il voyoit, fit effectivement tout ſon poſſible pour ne pas voir; & quand il y fut forcé, il ſe ſauva par un endroit qu'on n'avoit pas prévu, il dit qu'il connoiſſoit bien ces Valvules, mais qu'il n'avoit pas jugé à propos de le déclarer. M. Ruyſch dans un très petit Volume qu'il donna en 1665, & qui eſt le premier des ſiens, a fait l'hiſtoire détaillée de cette conteſtation, où le vaincu, qui pouvoit l'être ſans honte, & même avec honneur, trouva moyen de l'être honteuſement.

M. Ruyſch fut dès l'an 1664 Docteur en Médecine dans l'Univerſité de Leyde, & il eut preſque auſſi-tôt après une occaſion, qui n'étoit que trop déciſive, de prouver combien il méritoit cette dignité. La Peſte ravagea la Hollande, & il ſe dévoua aux Peſtiferés de la Haye, ſa Patrie: début qui, quelque glorieux qu'il ſoit, ne ſera pas envié.

Mais

Mais sa grande occupation, celle qui a rendu son nom si célèbre, a été de porter l'Anatomie à une perfection jusque-là inconnuë. On s'étoit longtems contenté des premiers Instrumens, qui s'étoient d'abord offerts comme d'eux-mêmes, & qui ne servoient guere qu'à séparer des parties solides, dont on observoit la structure particuliere, ou la disposition qu'elles avoient entre elles. Reynier de Graaf, ami intime de M. Ruysch, fut le premier, qui pour voir le mouvement du sang dans les Vaisseaux, & les routes qu'il suit pendant la vie, inventa une nouvelle espece de seringue par où il injectoit dans les Vaisseaux une matiere colorée, qui marquoit tout le chemin qu'elle faisoit, & par conséquent celui du Sang. Cette nouveauté fut d'abord approuvée, mais ensuite on l'abandonna, parce que la matiere injectée s'échapoit continuellement, & que l'injection devenoit bien-tôt inutile.

Jean Swammerdam remédia au défaut de l'invention de Graaf. Il pensa très heureusement qu'il falloit prendre une matiere chaude, qui en se refroidissant à mesure qu'elle couloit dans les Vaisseaux, s'y épaissît de sorte qu'arrivée à leur extrémité elle cessât de couler: ce qui demande, comme on voit, une grande précision, tant pour la nature particuliere de la matiere qu'on employera, que pour le juste degré de feu qu'il faudra lui donner, & le plus ou moins de force, dont on la poussera. Par ce moyen Swammerdam rendoit visibles pour la premiere fois les Arteres & les Veines Capillaires de la Fa-

ce;

ce; mais, il ne suivit pas lui-même bien loin sa nouvelle invention. Une grande piété, qui vint à l'occuper entierement, l'en empêcha, & ne le rendit pourtant pas assez indifferent sur son secret, pour en faire part à M. Ruysch son ami, qui en étoit extrêmement curieux.

Il le chercha donc de son côté, & le trouva pour le moins, car il y a beaucoup d'apparence que ce qu'il trouva étoit encore plus parfait que ce qu'avoit Swammerdam lui-même. Les parties étoient injectées de façon que les dernieres ramifications des Vaisseaux, plus fines que des fils d'Araignées, devenoient visibles, &, ce qui est encore plus étonnant, ne l'étoient pas quelquefois sans Microscope. Quelle devoit être la matiere assez déliée pour pénétrer dans de pareils canaux, & en même tems assez solide pour s'y durcir?

On voyoit de petites parties, qui ne s'apperçoivent ni dans le vivant, ni dans le mort tout frais.

Des cadavres d'Enfans étoient injectés tout entiers; l'opération n'eût guére été possible dans les autres: cependant en 1666 il entreprit par ordre des Etats Généraux le Cadavre déja fort gâté de Guillaume Bercley, Vice-Amiral Anglois tué à la Bataille donnée le 11 Juin entre les Flottes d'Angleterre & de Hollande, & on le renvoya en Angleterre, traité comme auroit pu l'être le plus petit Cadavre. Les Etats Généraux récompenserent ce travail d'une maniere digne d'eux, & du travail même.

Tout

Tout ce qui étoit injecté confervoit fa confiftance, fa molleffe, fa flexibilité, & même s'embelliffoit avec le tems, parce que la couleur en devenoit plus vive jufqu'à un certain point.

Les Cadavres, quoiqu'avec tous leurs Vifceres, n'avoit point de mauvaife odeur; au contraire ils en prenoient une agréable, quand même ils euffent fenti fort mauvais avant l'opération.

Tout fe garantiffoit de la corruption par le fecret de M. Ruyfch. Une fort longue vie lui a procuré le plaifir de ne voir aucune de fes Pieces fe gâter par les ans, & de ne pouvoir fixer de terme à leur durée. Tous ces Morts fans deffechement apparent, fans rides, avec un teint fleuri, & des membres fouples, étoient prefque des Reffufcités, ils ne paroiffoient qu'endormis, tout prêts à parler quand ils fe réveilleroient. Les Momies de M. Ruyfch prolongeoient en quelque forte la vie, au-lieu que celles de l'ancienne Egypte ne prolongeoient que la mort.

Quand ces prodiges commencerent à faire du bruit, ils trouverent, felon une Loi bien établie de tout tems, beaucoup d'Incrédules ou de Jaloux. Ils détruifoient par quantité de raifonnemens les faits qu'on leur avançoit; quelques-uns difoient en propres termes, qu'*ils fe laifferoient plutôt crever les yeux, que de croire de pareilles fables*. A tous leurs difcours M. Ruyfch répondoit fimplement, *Venez & voyez*; fon Cabinet étoit toujours prêt à leur parler, & à raifonner avec eux.

Ces

Ces deux mots étoient devenus son Refrain perpétuel, son Cri de guerre.

Un Professeur en Médecine lui écrivit bien gravement, qu'il feroit mieux de renoncer à toutes ces nouveautés, & de s'attacher à l'ancienne doctrine si solidement établie, & qui renfermoit tout. Comme le Novateur ne se rendoit point, le Docteur redoubla ses Lettres, & lui dit enfin que tout ce qu'il faisoit dérogeoit à la dignité de Professeur. M. Ruysch répondit, *Venez & voyez*.

Il a caché le nom de ce Professeur si délicat sur cette dignité, mais il n'a pas ménagé de même ceux de Mrs. Rau & Bidloo, célèbres tous les deux dans l'Anatomie, & qui s'étoient hautement déclarés contre lui, Bidloo sur-tout. Celui-ci se vantoit d'avoir, & même avant Ruysch, le secret de prépare & de conserver les Cadavres, & sur cela M. Ruysch lui demande pourquoi donc il n'a pas vu telles & telles choses, pourquoi il a gâté ses Tables Anatomiques, par des fautes qu'il lui marque, &c. Jusque-là, tout est dans les règles, & Ruysch paroît avoir tout l'avantage : mais il faut avouer qu'il en perd une partie pour la forme, quand sur ce que Bidloo l'avoit traité de Boucher subtil, il répond qu'il aime mieux être *Lanio subtilis* que *Leno famosus*. Le jeu des mots Latins peut l'avoir tenté, mais c'étoit aller trop rudement aux mœurs de son Adversaire, dont il ne s'agissoit point. Il est vrai aussi qu'on ne sait quel nom donner à Bidloo, lorsqu'il s'emporte jusqu'à appeller Ruysch *le plus misérable des Anatomistes*. Sera-ce donc toujours un écueil

pour la vertu des Hommes, qu'un simple combat d'esprit ou de savoir?

Après un premier feu, quelquefois cependant assez long, essuyé de la part de l'Ignorance ou de l'Envie, la Vérité demeure ordinairement victorieuse. Comment eût-on fait pour ne pas sentir à la fin les avantages de l'invention de M. Ruysch? Les Sujets nécessaires pour les dissections, & que la superstition populaire rend toujours très rares, périssoient en peu de jours entre les mains des Anatomistes; & lui, il savoit les rendre d'un usage éternel. L'Anatomie ne portoit plus avec elle ce dégoût, & cette horreur, qui ne pouvoient être surmontés que par une extrême passion. On ne pouvoit auparavant faire les démonstrations qu'en Hiver; les Etés les plus chauds y étoient devenus également propres, pourvu que les jours fussent également clairs. Enfin l'Anatomie, aussi-bien que l'Astronomie, étoit parvenue à offrir aux Hommes des objets tout nouveaux, dont la vue leur paroissoit interdite.

Et comme dans l'une & l'autre de ces Sciences, il est impossible de mieux voir sans découvrir, on ne sera pas surpris que M. Ruysch ait beaucoup décou... Nous en renvoyons le détail à ses Ouvrag..., ...ne Artere Bronchiale inconnue aux plus grands Scrutateurs du Poumon; le Périoste des Osselets de l'Organe de l'Ouïe qui paroissoient nuds; les Ligamens des Articulations de ces Osselets; la Substance Corticale du Cerveau uniquement composée de Vaisseaux infiniment ramifiés, & non pas Glanduleuse, comme on le croyoit;

plu-

plusieurs autres parties qui passoient pareillement pour Glanduleuses, réduites à n'être que des tissus de Vaisseaux, toujours simples dans chacune, & qui ne differoient que par leur longueur, leur diametre, les Courbes décrites dans leur cours, la distance de l'extrémité de ce cours à l'origine du mouvement de la liqueur, differences d'où devoient naitre les differentes Sécrétions, ou filtrations, &c. Cependant il faut avouer, & il l'avouoit sans peine, qu'il n'avoit pas tout vu. Quelquefois il tombe dans des difficultés, où il ne feint pas d'avoir recours, soit à la volonté de Dieu, qui opere sans méchanisme, soit au dessein qu'il a eu de nous cacher le méchanisme. Un premier Voile, qui couvroit l'Isis des Egyptiens, a été enlevé depuis un tems; un second, si l'on veut, l'est aussi de nos jours; un troisieme ne le sera pas, s'il est le dernier.

M. Ruysch, outre les fonctions de Médecin & de Professeur en Anatomie, avoit encore été chargé par les Bourgmestres d'Amsterdam, où étoit son domicile, de l'inspection de tous ceux qui avoient été tués ou blessés dans des querelles particulieres, pour en faire son rapport aux Juges. De plus, par des vues d'un bon Gouvernement, on avoit créé pour lui une place de Professeur ou Maitre des Sages-femmes, qui souvent n'étoient pas assez instruites. Elles se hâtoient, par exemple, de tirer, & même avec violence, le Placenta lorsqu'il tardoit à venir, & elles aimoient mieux le mettre en pieces, ce qui causoit souvent la mort. Il

leur apprit, quoiqu'avec peine, à l'attendre ſans impatience, ou à n'aider que doucement à ſa ſortie, parce qu'un Muſcle Orbiculaire, qu'il avoit découvert au fond de la Matrice, le pouſſoit naturellement en dehors, & pouvoit même ſuffire pour le chaſſer entierement.

Il eſt aiſé de juger combien dans ſes differentes fonctions, il lui tomboit entre les mains de faits remarquables, & avec quel ſoin s'en emparoit un homme ſi curieux de ramaſſer, & ſi habile à conſerver.

Enfin il étoit Profeſſeur en Botanique, & l'on peut bien croire qu'il ne démentoit pas dans cette occupation, ſon caractere naturel. Le grand commerce des Hollandois lui fourniſſoit des Plantes de tous les Climats de l'Univers. Il les diſſéquoit avec la même adreſſe que les Animaux, & dégageant entierement leurs Vaiſſeaux de la Pulpe ou Parenchime, il montroit à découvert tout ce qui faiſoit leur vie. Les Animaux & les Plantes étoient également embaumés, & ſûrs de la même durée.

Son Cabinet, où tout alloit ſe raſſembler, devint ſi abondant & ſi riche, qu'on l'eût pris pour le Tréſor ſavant d'un Souverain. Mais non-content de la richeſſe, & de la rareté, il voulut encore y joindre l'agrément, & égayer le ſpectacle. Il mêloit des bouquets de Plantes & des Coquillages à de triſtes Squéletes, & animoit le tout par des Inſcriptions, ou des Vers pris des meilleurs Poëtes Latins.

C'étoit pour les Etrangers une des plus grandes merveilles des Païs-Bas, que ce Cabinet:

binet de M. Ruysch. Les Savans seuls l'admiroient dignement, tout le reste vouloit seulement se vanter de l'avoir vu. Les Généraux d'Armée, les Ambassadeurs, les Princes, les Electeurs, les Rois y venoient comme les autres, & ces grands titres prouvent du moins la grande célébrité. Quand le Czar Pierre I. vint en Hollande pour la premiere fois en 1698, il fut frappé, transporté à cette vue. Et en effet quelle surprise, & quel plaisir pour un Génie naturellement aussi avide du Vrai, qu'un pareil Spectacle, où il n'avoit point été conduit par degrés! Il baisa avec tendresse le Corps d'un petit Enfant, encore aimable, & qui sembloit lui sourire. Il ne pouvoit sortir de ce lieu, ni se lasser d'y recevoir des instructions, & il dînoit à la Table très frugale de son Maitre, pour passer les journées entieres avec lui. A son second voyage en 1717, il acheta le Cabinet, & l'envoya à Petersbourg: présent des plus utiles qu'il pût faire à la Moscovie, qui se trouvoit tout d'un coup, & sans peine, en possession de ce qui avoit couté tant de travaux à un des plus habiles hommes des Nations Savantes.

Aussi-tôt après M. Ruysch, âgé de 79 ans, recommença courageusement un Cabinet nouveau. Sa santé toujours ferme le lui permettoit, le goût & l'habitude l'y obligeoient. Ce second travail devoit même lui être plus facile, & plus agréable que le premier. Il ne perdoit plus de tems en tâtonnemens, & en épreuves, il étoit sûr de ses moyens, & du succès. D'ailleurs des choses rares, qui

autrefois lui auroient échappé, ou qu'il n'auroit obtenues qu'avec peine, venoient alors s'offrir d'elles-mêmes à lui.

En 1727, il fut choisi par cette Académie, pour être un de ses Associés Etrangers. Il étoit Membre aussi de l'Académie Léopoldine des Curieux de la Nature, & de la Société Royale d'Angleterre.

Il eut le malheur en 1728, de se casser l'Os de la Cuisse par une chûte. Il ne pouvoit plus guere marcher, sans être soutenu par quelqu'un: mais du reste il n'en fut pas moins sain de corps & d'esprit jusqu'en 1731, qu'il perdit en peu de tems toute sa vigueur qui s'étoit maintenue sans altération sensible. Il mourut le 22 Février, âgé de plus de 92 ans, & n'ayant eu sur une si longue carriere qu'environ un mois d'infirmité. Peu de tems avant sa mort, il avoit fini le Catalogue de son second Cabinet qu'il avoit rendu fort ample en 14 ans. Beaucoup de grands Hommes n'ont pas assez vécu pour voir la fin des contradictions injustes, & desagréables, qu'ils s'étoient attirées par leur mérite, & leur nom seul a joui des honneurs qui leur étoient dûs. Pour lui il en a joui en personne, grace à sa bonne constitution, qui l'a fait survivre à l'Envie.

Il a donné un grand nombre d'Ouvrages, ses 16 Epitres Problématiques, les 3 Décades de ses *Adversaria Anatomico-Medico-Chirurgica*, ses 11 *Trésors*, &c. Tout cela est le produit d'une très longue vie, dont tous les momens ont été occupés du même objet, faits nouveaux, observations rares, réflexions

xions de Théorie, remarques de Pratique; tout est écrit d'un stile simple & concis, dont toutes les paroles signifient, & qui n'a pour but que l'instruction sans étalage. Le plus souvent, en parlant de ses découvertes, il ne se regarde que comme l'Instrument, dont il a plu à Dieu de se servir, pour manifester au genre-humain des vérités utiles; & ce ton si humble, & si Chrétien, ne peut être suspect dans un homme, qui n'étoit obligé à le prendre, ni par son état, ni par l'exemple des autres Auteurs de découvertes.

Encore une singularité de ses Ouvrages. Il a publié ses *Adversaria* en Hollandois & en Latin sur deux colomnes, l'un étant la traduction de l'autre. Il y a des matieres qu'il n'est permis qu'aux Physiciens de traiter sans envelope, & dans les termes propres. Quand il les traite, ce n'est qu'en Latin, & on s'apperçoit d'un vuide dans la colomne Hollandoise. Il n'a pas voulu présenter des images dangereuses à ceux ou à celles qui n'en avoient pas besoin.

ELOGE

DE M. LE PRESIDENT DE MAISONS.

JEAN-RENÉ DE LONGUEIL naquit à Paris le 15 Juillet 1699, de Claude de Longueil Marquis de Maisons, Président du Parlement, & de Charlotte Roque de Varangeville.

On sait que la Maison de Longueil est distinguée par son ancienneté, tant dans l'Epée que dans la Robbe, & plus encore par les dons de l'esprit, qui s'y sont assez perpétués pour lui donner un caractere général, & former en faveur du nom une prévention agréable.

Le jeune M. de Maisons, à cause de la délicatesse de sa santé, fut élevé dans la maison paternelle. On assure qu'à 12 ans il ne trouvoit plus de difficultés dans les Poëtes Latins, & sentoit toutes les beautés des François: car à quoi sert d'entendre avec beaucoup de peine des Auteurs dans une Langue étrangere, quand on ne sait pas juger, comme il arrive souvent, de ceux qu'on lit dans la Langue que l'on parle? La partie de l'Education qui regarde le Goût, extrêmement négligée jusqu'ici, ne le fut pas à l'égard de M. de Maisons. On pourroit lui reprocher de s'être fait un goût trop sévère, mais le plaisir de critiquer peut être pardonné à la grande jeunesse.

A l'âge de 14 ans, il fit un Cours de Physique, mais de vraye Physique, & il y entra avec cette ardeur qui annonce le génie. Il se plaisoit à faire lui-même les expériences, ce qui instruit beaucoup plus que de les laisser faire à des gens plus exercés, & d'en être simple spectateur. On est obligé d'entrer dans des détails, dont l'importance & les suites ne sont bien connues que de ceux qui y ont prêté leurs mains.

On le mit à 15 ans dans la Jurisprudence qui devoit être son grand objet, & il en embrassa l'étude d'une maniere à contenter une famille accoutumée à fournir de bons sujets pour une importante place. Ce fut alors qu'il perdit son Pere, Magistrat très consideré, & dans sa Compagnie, & dans le Public, & à qui il n'a manqué qu'une plus longue vie pour monter encore à une plus haute consideration. Le feu Roi eut la bonté de reparer autant qu'il le pouvoit le malheur du fils, & il lui accorda la Charge de Président du Parlement, *dans l'esperance*, lui dit-il, *qu'il le serviroit avec la même fidelité qu'avoient fait ses Ancêtres.* Cette grace a une époque remarquable, elle fut la derniere d'un si long Regne.

La Régence ne fut pas moins favorable à M. de Maisons. Il eut par grace singuliere voix & séance à sa place de Président, dès l'âge de 18 ans.

Il travailla à mériter tout ce qu'il avoit obtenu, & le mérita en effet par son application aux affaires, par la pénétration qu'il faisoit déja paroitre, par une droiture inflexi-

flexible dans l'administration de la Justice.

Cependant il conservoit toujours du goût pour la Physique. Ceux à qui il n'est permis de prendre les Sciences que pour le délassement ou pour l'ornement, ne peuvent choisir ni des délassemens plus nobles, ni des ornemens qui siéent mieux. Il se fit à Maisons un Jardin de Plantes rares, & un Laboratoire de Chimie, dignes tous les deux d'un Lieu où tout ce qui n'auroit pas été magnifique auroit eu fort mauvaise grace. Il est sorti du Jardin le seul Caffé, que l'on sache, qui ait encore pu venir à maturité en France, & on assure qu'il n'a pas moins de parfum que celui de Moka. M. de Maisons a fait lui-même dans le Laboratoire, le Bleu de Prusse, le plus parfait que l'on ait encore dans cette espece de Couleur. Il avoit aussi depuis peu fait préparer des lieux pour les Expériences de M. Newton sur la Lumiere, qui ne sont pas aisées à répéter, & qui peut-être eussent été poussées plus loin. Nous ne nous interessons pas tant à son Cabinet de Médailles, quoique très curieux; mais nous ne laissons pas de bien connoitre tout le prix de l'étendue & de la variété de ses connoissances.

Avec tous les droits qu'il avoit par rapport à nous, il desira d'être un de nos Honoraires, & il le fut vers la fin d'Août 1726. Le Roi le nomma Président de l'Académie pour l'année 1730. Il marqua par un redoublement d'assiduité qu'il ne regardoit pas ce titre comme un vain titre d'honneur, & il le marqua encore mieux dans les occasions où

il

il fut queſtion de quelque interêt général de la Compagnie. Alors un Corps ne peut guere ſe mouvoir par lui-même, toute ſon action, toute ſa vie réſide dans ſon Chef, & le nôtre s'acquitta de ſes fonctions avec une ardeur & un zèle qui nous firent bien ſentir l'avantage de le poſſeder. Il prenoit une habitude, qui lui devoit être utile dans des fonctions pareilles, & plus importantes, auxquelles il étoit deſtiné, mais dont il a été privé par une fin trop prompte.

Il mourut de la petite Vérole le 13 Septembre 1731, ne laiſſant qu'un fils de la fille unique de M. d'Angervilliers Secretaire d'Etat.



MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCC. XXXI.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites à Aix par M. DE MONTVALON, *Conseiller au Parlement d'Aix, comparées avec celles qui ont été faites à Paris en* 1730.

Par M. CASSINI.

Observations sur la quantité de Pluye.

En

	A Paris.		A Aix.	
Janvier...	0p	0l 4/6	0p	3l 14/24
Fevrier...	1	4	2	2 9/24
Mars.....	1	5 1/6	2	3 15/24
Avril....	1	6	1	8 16/24
Mai.....	1	3 2/6	1	1 4/24
Juin.....	2	6 3/6	1	4 23/24

	A Paris.			A Aix.		
Juillet......	2p.	1l	3/6	0p	1l	6/24
Août......	0	8	1/6	0	5	5/24
Septembre.	1	3	1/6	0	8	16/24
Octobre...	1	9	3/6	1	1	5/24
Novembre.	1	1	2/6	0	4	12/24
Décembre.	0	11	1/6	0	0	
Pluye tombée à Paris en 1730.	16	0	1/3	11	9	1/12

(Somme de la Pluye tombée à Aix en 1730.)

Il paroît par ces Obſervations comparées enſemble, qu'il n'eſt tombé à Aix que 11 pouc. 9 lign. ½ de pluye, 4 pouc. 3 lignes moins qu'à Paris, au-lieu que l'année précédent il en étoit tombé à Aix 18 pouc. 3 lign. ⅔, un pouce & 3 lign. plus qu'à Paris, & que dans l'année 1728 il y en avoit eu à Aix 24 pouc. 9 lign. ½, 8 pouces 8 lignes plus qu'à Paris ; d'où l'on voit qu'il y a eu bien plus de variation dans la quantité de pluye à Aix qu'à Paris pendant les trois années dernieres, puiſqu'à Paris, de la plus grande à la plus petite, il n'y a eu qu'un pouce de difference, au-lieu qu'à Aix il y en a eu plus de douze.

A l'égard de la diſtribution de la pluye dans chaque ſaiſon, elle a été auſſi fort differente dans ces deux Villes, puiſque dans les trois premiers mois de l'année elle a été à Aix de 4 pouc. 9 lign. ½, plus grande de près de 2 pouces qu'à Paris ; au-lieu que dans les mois de Juin, Juillet & Août, dans leſquels il

il tombe ordinairement le plus de pluye à Paris, il n'y en a eu à Aix qu'un pouce 11 lign. $\frac{1}{3}$, 3 pouc. 4 lign. moins qu'à Paris.

Observations sur le Thermometre.

Le plus grand froid est arrivé à Aix le 22 Janvier, le Thermometre y étant descendu par un vent de Nord-Est à 21 degrés, qui répondent environ à 25 degrés du Thermometre de l'Observatoire.

A Paris le plus grand froid est arrivé par un vent de Nord-Est le 27 Janvier à 23 degrés, c'est-à-dire, 2 degrés ou environ plus bas que le 22 Janvier à Aix.

La plus grande chaleur est arrivée à Aix le 14 Août, le Thermometre étant le matin à $66^d\frac{1}{2}$, & le soir à 2 heures & demie à $84^d\frac{1}{2}$, ce qui peut répondre à 81 ou $81^d\frac{1}{2}$ de celui de l'Observatoire. Il faisoit alors un vent d'Ouest-Sud-Ouest qui est toujours chaud en ce païs, & fond plus vîte la glace ou la neige en Hyver que le vent de Sud-Est, au-lieu que les plus grands froids se font sentir ordinairement par un vent de Nord-Est ou Est-Nord-Est, comme il arriva en 1709.

A Paris la plus grande chaleur est arrivée par un vent de Sud-Ouest le 5 Août, où le Thermometre étoit le matin à 63 degrés, & a monté à 3 heures après midi à 76 degrés, c'est-à-dire, 5 à 6 degrés plus bas que le 11 Août à Aix.

Sur le Barometre.

A Aix la plus grande hauteur du Barometre a éte observée le 31 Décembre à 27 pouces 10 lignes, elle étoit ce jour-là à Paris de 28 pouc. 3 lign. & la plus grande hauteur y a été observée le 22 Janvier de 28 pouc. 5 lign. $\frac{1}{2}$ dans le tems qu'elle n'étoit à Aix que de 27 pouces 5 lignes.

A Aix la plus petite hauteur du Barometre a été observée le 9 Mars à 26 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, elle étoit le 10 Mars de 26 pouces 9 lign. $\frac{1}{4}$, & le 11 de 26 pouc. 9 lign. avec une difference seulement de $\frac{3}{4}$ de ligne pendant ces trois jours.

A Paris la plus petite hauteur du Barometre a été observée de 27 pouc. 2 lign. le 9 Mars, qui est le même jour que le Barometre à été le plus bas à Aix, & il est resté à Paris à la même élévation le 10 & le 11 du même mois. Ainsi la difference de hauteur du Barometre dans ces deux Villes seroit de 5 lignes, de même qu'elle résulte de l'Observation du 31 Décembre.

Pour pouvoir réduire au niveau de la Mer les Observations du Barometre faites à Aix, qui n'en est éloignée que de 4 lieues, M. de Montvalon est allé le 30 Mai de l'année 1730 au bord de la Mer, où il a observé la hauteur du Barometre précisément de 28 pouces. Il a réiteré cette expérience trois fois sur trois Tuyaux differens sans s'en éloigner d'un quart de ligne. Cette hauteur fut observée en même tems à Aix de 27 pouc. 4 lign. avec une diffe-

difference de 8 lignes, ce qui, suivant les règles prescrites dans les Mémoires de l'Académie de 1703 & 1705, donneroit l'élévation d'Aix au-dessus du niveau de la Mer d'environ 85 toises. A Paris, qui est éloigné d'environ 40 lieues de la Mer, l'élévation de la Tour où l'on observe le Barometre, n'a été jugée que d'environ 45 toises; ainsi la hauteur du Barometre y doit être plus grande d'environ 4 lignes qu'à Aix, ce qui ne differe que d'une ligne des Observations des 9, 10 & 11 Mars.

M. de Montvalon ayant pris une hauteur moyenne entre toutes celles du Barometre pendant l'année 1730, l'a trouvée de 27 pouc. 4 lign. $\frac{11}{24}$; & comme la difference entre la hauteur du Barometre à Aix & au niveau de la Mer a été déterminée de 8 lignes, il s'ensuit que si cette difference est constante, la hauteur moyenne au niveau de la Mer a dû être pendant l'année 1730 de 28 pouc. 0 ligne $\frac{11}{24}$. Il doit réiterer cette expérience dans la belle saison, pour essayer de déterminer la hauteur moyenne du Barometre au niveau de la Mer, & pouvoir la comparer aux hauteurs moyennes observées en divers païs.

Il espere par ce moyen connoitre les hauteurs de divers païs au-dessus du niveau de la Mer, ce qu'il juge être peut-être l'usage le plus utile des Barometres, ou du moins sur lequel l'on peut le plus compter.

Dans le grand nombre d'expériences que M. de Montvalon a faites sur le Barometre, il remarque qu'une petite bulle d'air qui s'est introduite dans un de ses Barometres, & qui

tendoient par tout le Ciel, & éclairoient toute la Campagne, où l'on pouvoit lire très distinctement une Lettre; à minuit & demi une de ces bandes, qui étoit du côté de l'Orient, forma une queue semblable à celle d'une Comete, où l'on distinguoit une infinité de couleurs, comme rouge, bleu, jaune, vert, &c. Ce Phénomene dura jusqu'à 4h ½.

Quoique cette lumiere ait paru le même jour & à la même heure que celle que l'on a vue à Paris, il n'y a point d'apparence que ce soit la même, puisqu'à Paris on l'apperçut vers le Nord-Est, & qu'elle se dissipa entierement à 9h du soir; au-lieu qu'à Toulouse, qui n'est pas fort éloigné du Méridien de Paris, & où elle auroit dû paroitre vers la même région, on la vit au Nord-Ouest, où elle forma diverses apparences jusqu'au lendemain matin à 4h ½. Ainsi on peut juger que ces deux lumieres differentes ont été causées en même tems par la même disposition ou température de l'air, & qu'elles ont duré plus longtems dans l'endroit où il y avoit une plus grande quantité de matiere propre à s'enflâmer.

On remarquera ici, que ces lumieres qui étoient autrefois fréquentes dans le Nord, & plus rares dans ces païs-ci, ont commencé l'année 1730 à se faire appercevoir plus souvent & avec plus d'éclat dans les Païs méridionaux.

OBSERVATIONS Astronomiques & Météorologiques faites à Marseille par le P. Pezenas, Professeur d'Hydrographie, pendant l'année 1730.

Le P. Pezenas, Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Marseille, a envoyé à M. le Comte de Maurepas plusieurs Observations Astronomiques & Météorologiques qu'il y a faites pendant l'année 1730, dans son Observatoire, qui est élevé de 24 toises sur le niveau de la Mer.

Entre ces Observations il y en a deux d'Eclipse de Lune.

La premiere du 8 Août 1729, dont le commencement est arrivé à.	11^h	$31'$	$32''$
L'Immersion totale à	12	32	0
Le commencement de l'Emersion à	14	10	32
Et la fin à.	15	11	24

La seconde, du 2 Fevrier 1730, dont le commencement est arrivé à.	15^h	$2'$	$0''$
Et la fin à	16	58	0

Cette Eclipse n'a pas pu être observée à Paris, où on ne l'a vue que l'espace de quelques secondes à 3^h $20'$ & à 4^h $35'$, sans avoir eu le loisir d'en déterminer la quantité.

Entre les Observations Météorologiques, le P. Pezenas rapporte celles de la Lumiere céleste du 15 Fevrier 1730, qui paroîssoit appuyée du côté de l'Ouest sur quelques brouillards à la hauteur de 2 ou 3 degrés. Elle s'étendoit obliquement à peu près suivant la

poſition du Zodiaque, & formoit une eſpece de ceintre large par ſes deux extrémités de 10 à 12 degrés: cette lumiere étoit beaucoup plus blanche & plus denſe que la Voye de lait du côté de l'Oueſt; elle étoit un peu interrompue au milieu du Ciel, où elle ſe terminoit en differentes pointes ou lances lumineuſes qui ne parurent pas tout le tems de l'Obſervation. La baſe de cette lumiere étoit plus large au Nord-Eſt, où elle paroiſſoit d'un rouge clair qui éclairoit toute la Campagne; elle paſſoit par le cœur du Lion & par l'Ecreviſſe, où elle couvroit un peu Jupiter. Elle raſoit l'épaule ſupérieure d'Orion, & paſſoit par les Pléiades, paroiſſant dirigée vers le Soleil. Cette lumiere n'empêchoit pas de voir les plus petites Etoiles, même au Nord-Eſt où elle étoit plus denſe. Elle s'affoiblit du côté du Nord-Eſt ſur les 8 heures, elle parut plus vive ſur les 9 heures qu'elle prit de nouvelles forces juſqu'à 10 heures que l'horizon parut de ce côté-là très éclairci. Elle diminua enſuite, & elle ceſſa preſque entierement ſur les 11 heures. . . . .

Le P. Pezenas a auſſi obſervé pendant les ſix derniers mois de l'année 1730, la quantité de Pluye qui eſt tombée à Marſeille, par le moyen d'une Cuvette de Fer-blanc qui a quatre pieds de ſurface, & d'un petit Vaſe cubique de deux pouces de diametre, dont ſix remplis d'eau meſurent une ligne de hauteur ſur la ſurface de la grande Cuvette.

Ob-

Observations sur la quantité de Pluye à Marseille.

En Juillet	0p	0l $\frac{1}{3}$
Août	1	0 $\frac{1}{3}$
Septembre	0	7
Octobre	0	11 $\frac{1}{12}$
Novembre	0	2 $\frac{1}{6}$
Décembre	0	2
Somme de la Pluye tombée à Marseille pendant les six derniers mois de 1730	2p	10l $\frac{11}{12}$.
Il en étoit tombé pendant le même tems à Aix	2	8 $\frac{5}{6}$.

Ainsi la quantité de Pluye tombée à Aix pendant les six derniers mois de 1730 ne differe que de 2 lignes de celle qui est tombée à Marseille. Il paroît même qu'elle y a été distribuée assez uniformément dans chacune de ces deux Villes.

Le P. Pezenas a aussi observé à Marseille, pendant l'année 1730, la hauteur du Barometre placé dans la Salle de l'Observatoire, qui, comme on l'a dit ci-dessus, est élevée de 24 toises au-dessus du niveau de la Mer.

Observations sur le Barometre.

A Marseille la plus grande hauteur du Barometre a été observée le 31 Décembre 1730 de . . . . 28p 2l $\frac{1}{4}$.

Le Barometre étoit ce jour-là à Aix à sa plus grande hauteur, où il fut ob-

servé de . . . . 27p 10l.

Ainsi la difference de hauteur entre Aix & Marseille a été de . . . . . 0 4 $\frac{3}{4}$.

A Marseille la plus petite hauteur du Barometre a été observée le 11 Mars de 27 2

Il fut observé à Aix deux jours auparavant à sa plus petite hauteur de... 26 8 $\frac{1}{2}$

Et le 11 Mars de 26 9

De sorte que la difference entre la plus petite hauteur observée à Marseille & à Aix dans deux jours differens a été de.. 0 5l $\frac{1}{2}$

Et le 11 Mars de. 0 5

fort approchante de celle que l'on a trouvée par la plus grande hauteur du Barometre.

Le 29 Décembre 1729, le P. Pezenas observa à Marseille la Déclinaison de l'Aimant de 14d 50' vers le Nord-Ouest.

E X.

EXAMEN DES LIGNES DU QUATRIEME ORDRE.

TROISIEME PARTIE DE LA SECTION I.

Dans laquelle on traite des Osculations, des Lemniscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle espece de point multiple invisible, dont les Lignes du quatrieme ordre sont susceptibles.

Par M. L'Abbé DE BRAGELONGNE.

LES Osculations & les Lemniscates infiniment petites, dont on va parler dans ce Mémoire, sont des especes de points multiples qui ont beaucoup plus de rapport avec les points doubles qu'avec les points triples, auxquels seuls nous avions destiné cette troisieme Partie. Il étoit donc naturel que le Mémoire imprimé en 1730, page 517 & suivantes, renfermât la Théorie de ces Osculations & de ces Lemniscates infiniment petites, & en même tems l'application de cette Théorie aux lignes du 4me ordre. Mais comme j'étois obligé, en quelque sorte, de ne donner à mon second Mémoire qu'une certaine étendue, & que cette Théorie, jointe à la matiere qui devoit nécessairement y entrer, excedoit de beaucoup les bornes dans lesquelles je me trouvois renfermé; j'ai cru qu'il

étoit plus à propos de renvoyer à la tête de la troisieme Partie tout ce qui concerne ces deux especes de points multiples, que de faire, dans la seconde Partie de cette Section, quelques retranchemens qui auroient pu causer de l'obscurité dans la suite de ce Traité.

Ainsi on va commencer ce troisieme Mémoire par une matiere qui devroit naturellement être à la fin du second; par la Théorie de deux points multiples, qui ont beaucoup de choses communes avec les points doubles & sur-tout avec les points de rebroussement, mais qui n'ont rien de commun avec les points triples, si ce n'est que les lignes Algébriques ne commencent d'en être susceptibles que dans le 4me ordre.

Après cela nous ferons voir comment on applique aux lignes du 4me ordre, la Théorie contenue dans les Art. 53 & 54 du premier Mémoire, où l'on a donné des règles pour connoitre si un point donné sur une ligne donnée, est triple, & de quelle espece de triplicité il est.

Enfin nous traiterons d'une nouvelle espece de point multiple que je nomme le *Lemnisceros infiniment petit*: c'est un point triple, lequel, quoiqu'invisible sur le plan & quoiqu'adhérant à la courbe, est très different de celui dont on a parlé dans les Art. 59 & 60 du premier Mémoire.

Nous nommons celui-ci *Lemnisceros infiniment petit*, parce qu'il est produit par un entrelacement de la Courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit, pareil à ces entre-

la-

lacemens qu'on appelle vulgairement *Lacs d'amour.*

Si on ne l'a pas annoncé dans la premiere Partie de cette Section, c'est parce que, le Lemnisceros supposant trois interfections de la même courbe à certaines distances les unes des autres, on a cru qu'il falloit démontrer qu'une ligne du quatrieme ordre pouvoit avoir trois interfections, avant de faire voir que ces interfections, en devenant infiniment près les unes des autres, pouvoient former, dans de certains cas, ce que l'on appelle ici un *Lemnisceros infiniment petit*; & ce n'est que par les Articles 83 & 84 du second Mémoire, qu'on a démontré qu'il pouvoit y avoir trois points d'interfection sur une même ligne du 4me ordre. Ainsi on s'est vu obligé, en quelque façon, de rejetter la Théorie des *Lemnisceros infiniment petits*, jusqu'à la troisieme Partie de cette Section, dont les Articles doivent suivre le même ordre que ceux des Mémoires précédens, puisqu'elle en est la suite.

DEFINITION ET EXPLICATION.

CXII. Tous les Géometres conviennent aujourd'hui, comme nous l'avons déja dit plusieurs fois, que la Tangente d'une courbe n'est autre chose qu'une ligne droite qui coupe cette courbe en deux points infiniment près l'un de l'autre. Sur cette idée, il est aisé de voir qu'une courbe, qui en touche une autre, la coupe en deux points infiniment près l'un de l'autre, ensorte que ces deux points sont communs, & à la courbe

te-

touchée, & à la courbe touchante.

Ainsi, lorsqu'une courbe se touche elle-même, elle passe deux fois par un point du plan sur lequel elle est décrite, & deux fois par un autre point, du même plan, infiniment près du premier. Le lieu où cette courbe se touche elle-même, sera nommé ici l'*Osculation* de la Courbe.

COROLLAIRE I.

CXIII. Dè-là il est aisé de conclure, 1°. Que l'Osculation d'une courbe est équivalente à deux points d'intersection infiniment près l'un de l'autre. 2°. Que la tangente à l'Osculation d'une courbe quelconque est équivalente à une sécante en deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, ou, ce qui est la même chose, à une sécante en quatre points simples. 3°. Que les lignes du 4me ordre sont susceptibles d'Osculation: car, puisque ces lignes peuvent avoir jusqu'à trois points doubles *, s'il arrive que deux de ces points doubles soient des points d'intersection infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Osculation. 4°. Mais en même tems, il est évident que les lignes du 3me ordre †, & à plus forte raison celles du 2d, ne sauroient avoir d'Osculation.

COROLLAIRE II.

CXIV. De-là il est aisé de conclure encore,

* *Art.* 83. 2 *Mem.* † *Art.* 36. & 42. 1. *Mem.*

re, qu'une ligne du 4me ordre ne sauroit jamais avoir plus d'une Osculation: car, puisqu'une Osculation est équivalente à deux points doubles *, deux Osculations doivent être équivalentes à quatre points doubles, & par conséquent une courbe qui a deux Osculations a réellement quatre points doubles, qui pris deux à deux sont infiniment près l'un de l'autre: or, par l'Art. 110 du second Mémoire, une ligne du 4me ordre ne sauroit avoir quatre points doubles; donc une ligne du 4me ordre ne sauroit jamais avoir deux Osculations.

COROLLAIRE III.

CXV. Il n'est pas moins évident que la tangente à l'Osculation d'une ligne du 4me ordre ne sauroit rencontrer sa courbe en un autre point: car, cette tangente étant équivalente à une sécante en quatre points infiniment près les uns des autres †, si elle rencontroit sa courbe en quelque autre point, elle seroit sécante en cinq points: or, il est impossible ‡ qu'une droite soit sécante, en cinq points, d'une ligne du 4me ordre. Donc, &c.

COROLLAIRE IV.

CXVI. Il est visible ‖ qu'une tangente *BT*, en un point d'osculation *B* d'une courbe quelconque *MBmNBn*, est tangente en *B* de la branche *MBm*, & tangente en ce même point *B* de la branche *NBn*, ensorte qu'elle

* *Art.* 113. *n.* 1. † *Art.* 113. *n.* 2.
‡ *Art.* 33. 1. *Mem.* ‖ *Fig.* 59.

le eſt deux fois tangente de la courbe *MBmNbn* en un même point *b*; donc la ſeconde differentiation de l'équation de cette courbe (faite ſuivant ce qui eſt dit dans l'Art. 63 du ſecond Memoire) doit fournir deux valeurs, égales & de même ſigne, du rapport de l'ordonnée à la ſoutangente de la courbe en ce point d'oſculation. Propriété qui convient auſſi au point de rebrouſſement ſimple, comme on l'a remarqué dans l'Art. 52 du premier Mémoire.

COROLLAIRE V.

CXVII. La tangente au point de rebrouſſement ſimple n'étant équivalente qu'à une ſécante en trois points infiniment près les uns des autres, comme on l'a démontré dans les Art. 19 & 35 * du premier Mémoire, & la tangente à l'Oſculation étant équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres †; il eſt évident qu'après avoir trouvé, par l'Art. 63 du ſecond Mémoire, pour un point multiple donné, dont on ignore la nature, deux tangentes qui tombent exactement l'une ſur l'autre, ce point pouvant être ou un Rebrouſſement, ou une Oſculation ‡, il eſt évident, dis-je, que l'on connoitra la véritable nature de ce point, en traitant cette double tangente comme une ſécante de la courbe: car ſi cette double tangente, conſiderée comme une ſécante, ſe trouve ſécante en quatre points infiniment près

près

* n. 5. † Art. 113. n. 2. ‡ Art. preced.

près les uns des autres, le point multiple en question sera une Osculation (*Art.* 113. *n.* 2.) si elle ne se trouve que sécante en trois points infiniment près les uns des autres, le point multiple en question ne sera qu'un point de rebroussement (*Art.* 19. 1. *Mem.*) Donc, quoique le calcul analytique ait quelque chose de commun & aux points de rebroussement, & aux points d'osculation, néanmoins ce même calcul fera toujours connoitre si le point en question est un Rebroussement ou une Osculation.

EXEMPLE.

CXVIII. On demande quel est le point multiple de la courbe $ANBmMBn$, (Fig. 59.) dans laquelle le rapport des abscisses AQ (x) aux ordonnées QM (y) est exprimé par l'Equation marquée ici par (D).

$$(D)\ 4y^4 - 5cy^3 - \overline{7cx - 6ca} \times y^2 - \overline{3cx^2 - 4cax + caa} \times y = cx^3 - 2cax^2 + ca^2x.$$

Il est visible (par l'Art. 81. du second Mémoire) que cette Equation désigne une courbe qui passe deux fois par un point B de son axe AQ, (distant de A, origine de cet axe, de la grandeur $AB = a$); puisque dans le dernier membre de cette Equation égalé à zero (c'est-à-dire, dans $cx^3 - 2cax^2 + ca^2x = 0$) il y a deux racines égales & de même signe (qui sont $x - a = 0$ & $x - a = 0$), &

que

que cette grandeur $(x-a)$ eſt un diviſeur exact du pénultieme membre de cette même Equation (c'eſt-à-dire, de $3cx^2-4cax+caa$).

Cela poſé, il eſt clair (*Art. 46. premier Mem.*) qu'il faut differentier deux fois l'Equation donnée, pour avoir en ce point B, le rapport du (dy) au (dx) ou, ce qui eſt la même choſe, pour connoitre les tangentes de la courbe en ce point. Cette double differentiation donnera l'Equation differentielle qu'on voit marquée ici par Σ.

$$\Sigma \ldots \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{\overline{6cx+14cy-4ca}\times dy}{\overline{24y^2-15cy-7cx+6ca}\times dx} - \frac{3cy+3cx-2ca}{24y^2-15cy-7cx+6ca} = 0.$$

On rendra cette Equation differentielle, propre au point multiple B, en y ſubſtituant, au-lieu des indéterminées (x) & (y), leurs valeurs en ce même point B, qui ſont $x=a$ & $y=0$: or cette ſubſtitution donne $\frac{dy^2}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+1=0$, d'où l'on tire $\frac{dy}{dx}=-1$, & $\frac{dy}{dx}=-1$, ce qui fait voir que les deux tangentes de la courbe au point multiple B, tombent exactement l'une ſur l'autre (en faiſant avec l'axe AB & une droite QT, parallele aux ordonnées, un triangle iſoſcele BQT). D'où il ſuit que le point multiple B, de la courbe en queſtion,

eſt

eſt ou * un Rebrouſſement, ou bien † une Oſculation.

Mais puiſque la droite BT, double tangente de la courbe en B, fait, avec l'axe AB & les droites QT paralleles aux ordonnées, des triangles iſoſceles comme BQT, il eſt clair que l'Equation $u=a-x$ eſt l'Equation de cette droite BT, par rapport à l'axe AQ; donc toutes les fois que (y) ordonnée de la courbe deviendra $=u=a-x$, la courbe en queſtion & la droite BT ſe rencontreront. Ainſi la ſubſtitution de $(a-x)$ au-lieu de l'indéterminée (y), dans l'Eqation marquée (D), doit ‡ donner une égalité du quatrieme degré, dans laquelle il n'y ait que des (x) & des conſtantes, dont les racines ſeront les expreſſions des abſciſſes correſpondantes aux points de rencontre de la courbe en queſtion & de la droite BT; or cette ſubſtitution donne l'égalité $x^4-4ax^3+6aaxx-4a^3x+a^4=0$, dont les quatre racines $x=a$, $x=a$, $x=a$, & $x=a$, ſont égales & de même ſigne: donc les quatre points de rencontre de la courbe $ANBmMBn$ & de la droite BT, tangente au point multiple B, tombent tous quatre en B: donc la tangente BT eſt, en B, équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres: donc le point multiple B n'eſt pas un point de rebrouſſement, car s'il étoit un Rebrouſſement, la tangente BT ne ſeroit équivalente, en B, qu'à une ſécante en trois points infiniment

près

* *Art. 63. second Mem.* † *Art. 116.*
‡ *Art. 35. premier Mem.*

près le uns des autres *. Donc ce point multiple *B* est une Osculation †. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXIX. 1°. Si de tous les points de la courbe *ANBmMBn*, on mène des droites comme *Mm* & *Nn*, paralleles à la tangente *BT* de la courbe au point d'osculation *B*, & terminées de part & d'autre par la courbe, ces droites seront coupées par l'axe *AQ* en deux parties égales, en des points comme *P* & *p*: d'où il suit que cet axe *AQ* est un diametre de la courbe *ANBmMBn*.

2°. Si par le point *A*, origine des abscisses, on mène une droite *AT*, parallele à la tangente *BT* du point d'osculation *B*, cette droite *AT* sera tangente de la courbe *ANBmMBn* au sommet *A* de l'axe *AQ*.

3°. Toutes les droites, comme *mPM*, menées parallelement à la tangente *BT*, du côté des (*x*) positifs, rencontrent toujours la courbe en deux points, à quelque distance qu'elles soient de l'origine *A* de l'axe *AQ*. D'où il suit que cette courbe s'étend à l'infini de part & d'autre de l'axe, du côté où les (*x*) sont positifs.

4°. Les droites menées parallelement à la tangente *BT*, du côté des (*x*) négatifs, ne rencontrent jamais la courbe, à quelque distance qu'elles soient de l'origine *A* de l'axe *AQ*. D'où il suit que la courbe *ANBmMBn* ne

* *Art.* 19. *premier Mém.* † *Art.* 117.

ne s'étend pas au-delà du point *A* par rapport au point *B*.

5°. De-là il est aisé de conclure que cette courbe est composée de deux branches infinies *BM*, *Bm*, qui s'unissent en *B*, sommet d'une sinuosité *MBm*, & qui y baisent une ovale *ANBn*, qui fait partie de la courbe, & y est adhérente par le moyen de l'osculation *B*.

AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici plusieurs autres exemples d'Osculations prises parmi les lignes du 4me. ordre, mais je crois que l'exemple précédent suffit pour faire connoitre de quelle maniere on doit manier l'Analyse pour reconnoitre les Osculations, des autres points multiples, dont les lignes algébriques sont susceptibles.

DEFINITION ET EXPLICATION.

CXX. On a remarqué dès le commencement de ce Traité * que les lignes du 4me. ordre, soit qu'elles s'étendent à l'infini, soit qu'elles rentrent en elles-mêmes, peuvent avoir des *Lemniscates conjuguées*: on en a même déja vu un exemple dans l'Art. 104 du second Mémoire. Ces Lemniscates conjuguées peuvent être infiniment petites, & alors elles forment un certain point multiple invisible, mais conjugué, dont nous n'avons pas encore parlé; c'est ce que je nommerai dans la

* *Art. 2. 1. Mém.*

la suite *Lemniscate infiniment petite conjuguée* ou bien, *Lemniscate invisible*, parce qu'effectivement, lorsque la courbe est tracée, cette Lemniscate ne paroît pas, quoiqu'elle existe réellement, & quoique son existence se fasse sentir par l'Equation qui exprime la nature de la courbe.

REMARQUES.

CXXI. Il est aisé de voir, 1°. Qu'une Lemniscate finie *GEBεGFAφG* * n'est autre chose que deux ovales finies, & infiniment près l'une de l'autre qui se nouent en *G*, point d'intersection de cette Lemniscate; de même une Lemniscate infiniment petite n'est autre chose que deux ovales infiniment petites & infiniment près l'une de l'autre, nouées ensemble par une intersection, qui ne differe des autres intersections qu'en ce que les portions de courbe qui s'y nouent sont invisibles à cause de leur infinie petitesse.

2°. Puisque les deux tangentes à l'intersection, d'un *Folium* infiniment petit, ne forment entre elles qu'un angle infiniment petit †; il est clair que les angles *TGA*, *tGA* (formés par les tangentes *GT*, *GT* au nœud *G* de la Lemniscate *GEBεGFAφG*, & par la doite *GA* qu'on peut nommer le parametre de cette Lemniscate) seront infiniment petits, si cette Lemniscate est infiniment petite; d'où il faut conclure que les tangentes à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite se confondent ensemble, par rapport au

* Fig. 60. † Art. 7. & 10. premier Mém.

au fini, n'y ayant point de grandeur finie assez petite pour exprimer le sinus de l'angle qu'elles forment entre elles.

COROLLAIRE I.

CXXII. Puisque les Lemniscates infiniment petites sont formées par la réunion de deux ovales infiniment petites qui se nouent ensemble [a], il est visible, 1°. Qu'une Lemniscate infiniment petite est équivalente à deux points doubles invisibles infiniment près l'un de l'autre. 2°. Que les lignes du 4me ordre peuvent avoir des Lemniscates infiniment petites conjuguées; car puisque ces lignes peuvent avoir deux points doubles invisibles sur la même droite [b], s'il arrive que ces deux points doubles invisibles soient infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Lemniscate invisible [c]. 3°. Que les lignes du 3me ordre ne sauroient avoir de Lemniscates invisibles, par la raison qu'elles ne sauroient jamais avoir plus d'un point double [d]. 4°. Que les lignes du 2d ordre ne pouvant pas avoir de points doubles, elles ne peuvent, à plus forte raison, avoir de Lemniscates invisibles.

COROLLAIRE II.

CXXIII. De-là il est aisé de conclure encore, qu'une ligne du 4me ordre ne sauroit ja-

a *Art. précéd.* n. 1. b *Art.* 38. n. 3. *prem. Mém.*
c *Art. précéd.* d *Art.* 42. *prem. Mém.*

jamais avoir plus d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée: car puisqu'une Lemniscate infiniment petite conjuguée est équivalente à deux points doubles invisibles [a], il est clair que deux Lemniscates infiniment petites conjuguées sont équivalentes à quatre points doubles invisibles; donc une courbe qui a deux Lemniscates infiniment petites conjuguées, a quatre points doubles: or une ligne du 4me ordre ne sauroit jamais avoir quatre points doubles [b]: donc une ligne du 4me ordre ne sauroit jamais avoir deux Lemniscates infiniment petites conjuguées.

COROLLAIRE III.

CXXIV. Puisque l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée ne differe pas [c] essentiellement des autres points d'intersection, il est évident que pour avoir, à l'intersection de ces especes de Lemniscates, les rapports de l'ordonnée aux soutangentes de la courbe, il faut differentier [d] deux fois l'Equation de la courbe (suivant la méthode de l'Art. 163 de l'Analyse des infiniment petits.) Mais il n'est pas moins évident que la seconde differentiation doit fournir alors deux valeurs réelles, égales & de même signe, du rapport de l'ordonnée aux deux soutangentes, puisque [e] dans tout point d'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée, les deux tangentes sont censées, par

a *Art.* 121. b *Art.* 109. & 110. *second. Mém.*
c *Art.* 121. *n.* 1. d *Art.* 46. *prem. Mém.*
e *Art.* 121. *n.* 2.

par rapport au fini, se confondre ensemble: Propriété qui convient aussi & au point de rebroussement simple, comme on l'a dit dans l'Art. 52 du premier Mémoire, & au point d'osculation, suivant l'Art. 116 de celui-ci.

COROLLAIRE IV.

CXXV. Il suit encore des Art. 121 & 122, & de ce que les Lemniscates infiniment petites sont composées de deux *Folium* égaux, que la tangente à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée, est équivalente à une sécante en quatre points; car l'intersection de toute Lemniscate, dont les *Folium* sont égaux entre eux, est une intersection de la 3me espece; or les tangentes à l'intersection de la 3me espece sont équivalentes à des sécantes en quatre points infiniment près les uns des autres [a]; donc les tangentes à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite sont équivalentes à des sécantes en quatre points simples infiniment près les uns des autres. Propriété qui convient aussi aux points d'osculation [b], mais qui ne convient pas aux Rebroussemens ordinaires, dont les tangentes ne sont équivalentes qu'à des sécantes en trois points simples infiniment près les uns des autres [c].

COROLLAIRE V.

CXXVI. Il suit encore [d] de l'Art. 120, c'est-

a *Art.* 51. *n.* 3. *prem. Mém.* b *Art.* 116.
c *Art.* 33. *n.* 5. *prem. Mém.* d *Fig.* 61.

c'eſt-à-dire, de ce que l'on ſuppoſe que la Lemniſcate infiniment petite eſt conjuguée, il ſuit, dis-je, qu'entre cette Lemniſcate & un point quelconque *C* de la courbe *MCm*, à laquelle elle eſt conjuguée, il doit y avoir, ſur l'axe *GC*, des abſciſſes réelles, comme *GC*, auxquelles il n'y a que des ordonnées imaginaires qui puiſſent correſpondre : car de ce qu'une Lemniſcate eſt conjuguée, il s'enſuit qu'il y a un eſpace vuide entre elle & la courbe à laquelle elle eſt conjuguée.

REMARQUE.

CXXVII. De-là nait la difference qui doit ſe trouver par le calcul analytique entre un point de rebrouſſement ordinaire, une Oſculation, & une Lemniſcate infiniment petite. Car quoique ces trois points ayent cela de commun, que dans les uns & dans les autres les deux tangentes ne font entre elles qu'un angle infiniment petit, enſorte que par rapport au fini ces deux tangentes ſont ſenſées tomber l'une ſur l'autre ; quoique ce ſoit, dis-je, le calcul analytique qui donne cette propriété commune à ces trois points multiples, néanmoins ce calcul fera connoitre, 1°. Si cette double tangente, dont la poſition par rapport à l'axe a été découverte, eſt équivalente à une ſécante en trois points ſimples infiniment près les uns des autres, ou bien à une ſécante en quatre points ſimples infiniment près les uns des autres. Dans le premier cas, le point multiple en queſtion

ſe-

seroit un Rebroussement [a]: dans le second cas, ce seroit ou une Osculation [b], ou une Lemniscate infiniment petite conjuguée [c]. 2°. Ce même calcul fera connoitre dans le second cas, où il reste encore de l'ambiguïté, si les ordonnées, qu'on imagine entre le point multiple en question & un autre point quelconque *C* de la courbe, sont des ordonnées réelles, ou imaginaires: car si elles sont réelles, le point multiple en question est une Osculation [d]; si elles sont imaginaires, c'est une Lemniscate infiniment petite conjuguée [e]. C'est ce que l'on va voir par l'Exemple suivant.

EXEMPLE.

CXXVIII. On demande quel est le point multiple de la courbe *MCm* [f], dont la nature est exprimée par l'Equation suivante marquée (1) dans laquelle l'indéterminée (x) exprime les abscisses GQ, & l'indéterminée (y) les ordonnées QM, faisant avec l'axe GQ des angles droits GQM.

$$(1) \ldots y^4 + by^3 - \overline{3bx - bb} \times yy + \overline{3bx^2 - 2bbx} \cdot y = bx^3 - bbxx.$$

Il est évident (par l'Art. 81 du 2[d] Mémoire) que cette Equation désigne une courbe qui passe deux fois par le point G, origine de son axe, puisque dans le dernier membre de cette Equation égalé à zero (c'est-àdire, dans $bx^3 - bbxx = 0$) il y a deux racines réelles égales & de mêmes signes (qui sont

 $x = 0$:

a *Art.* 35. *n.* 2. *prem. Mém.* b *Art.* 116.
c *Art.* 125. d *Art.* 116. e *Art. précéd.*
f *Fig.* 61.

$x=0$ & $x=0$), & que cette grandeur (x) est un diviseur exact du pénultieme membre de cette même Equation (c'est-à-dire de $3bx^2-2bbx$.)

Cela posé, il est clair (*Art.* 46. *premier Mém.*) qu'il faut differentier deux fois l'Equation donnée pour avoir, en ce point G, le rapport du (dy) au (dx), ou (ce qui est la même chose) pour connoître les tangentes de la courbe en ce point. Cette double differentiation donnera l'Equation differentielle qu'on voit marquée ici par (Σ).

$$(\Sigma)\ \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{\overline{6by-6bx+2bb}.\ dy}{6yy+3by-3bx+bb.\ dx} + \frac{3by-3bx+bb}{6yy+3by-3bx+bb} = 0.$$

On rendra cette Equation differentielle propre au point multiple G, en y substituant, au-lieu des indéterminées (x) & (y), leurs valeurs en ce même point G, qui sont $x=0$ & $y=0$: or cette substitution donne $\frac{dy^2}{dx^2} - 2\times\frac{dy}{dx} + 1 = 0$, d'où l'on tire $\frac{dy}{dx}=1$ & $\frac{dy}{dx}=1$, ce qui fait voir que les deux tangentes de la courbe, au point multiple G, tombent l'une sur l'autre (en faisant avec l'axe GQ un angle de 45 degrés); d'où il suit que ce point multiple G est ou un Rebroussement (*Art.* 52. *premier Mém.*) ou une Osculation (*Art.* 116.) ou une

Lemniscate infiniment petite conjuguée [a].

Mais toutes les droites menées parallèlement à l'ordonnée principale *GL* entre ce point *G* & le point *C* (distant de *G* de la grandeur *GC* = *b*) où la courbe rencontre son axe, étant des ordonnées imaginaires, il s'ensuit que le point multiple *G* est absolument séparé & isolé de la courbe *MCm*, à laquelle il appartient, & par conséquent [b] que ce point multiple est une Lemniscate infiniment petite. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

SCHOLIES.

CXXIX. Puisque l'Osculation est équivalente à deux points d'intersection [c], & que la Lemniscate infiniment petite conjuguée vaut autant que deux points doubles invisibles [d], il est évident, 1°. Qu'une ligne du 4me ordre, qui a une Osculation, peut encore avoir un point double: de même celle qui a une Lemniscate infiniment petite conjuguée, peut avoir en même tems un point double: c'est une suite de l'Art. 83 du second Mémoire, où nous avons prouvé qu'une ligne du 4me ordre pouvoit avoir trois points doubles. 2°. Il n'est pas moins évident qu'une ligne du 4me ordre, qui a ou une Osculation ou une Lemniscate infiniment petite conjuguée, ne sauroit avoir de point triple; car puisqu'une ligne du 4me ordre, qui a un point double, ne sauroit avoir de point tri-

a *Art.* 125. b *Art. précéd.*
c *Art.* 113. d *Art.* 122. *n.* 1.

triple [a], à plus forte raiſon celle qui a deux points doubles, ne ſauroit avoir de point triple: or une Oſculation & une Lemniſcate infininiment petite conjuguée ſont l'une & l'autre équivalentes à deux points doubles [b]. Donc &c.

AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici quantité d'Exemples de Lignes du 4me ordre qui ont en même tems & un point d'Oſculation & un point double, ou bien une Lemniſcate infiniment petite conjuguée & un point double. Telles ſont, par exemple, les courbes déſignées par les Equations $y^4 - 2bxyy = x^4 + 2bx^3 + bbxx$, & $y^4 - \frac{1}{2}bxyy + x^4 - 2bx^3 + bbxx = 0$. *La premiere déſigne une ligne du 4me ordre qui a une Oſculation à ſon origine & une interſection ſur ſon axe, diſtante de l'origine des indéterminées* x & y *d'une grandeur* $= -b$. *La ſeconde déſigne une ligne du 4me ordre qui a une Lemniſcate infiniment petite conjuguée à ſon origine, & un point d'interſection ſur ſon axe diſtant de la Lemniſcate infiniment petite conjuguée d'une grandeur* $= + b$. *Mais je craindrois, en m'y arrêtant davantage, d'allonger inutilement ce Mémoire: ainſi je paſſe à ce qui concerne les points triples, & en premier lieu à cette eſpece de point triple que nous avons nommé le Lemniſceros infiniment petit.*

REMARQUE.

CXXX. On a vu, dans le ſecond Mémoire

a *Art.* 44. *premier Mém.* b *Art.* 113. & 122.

re, qu'une ligne du 4me ordre, soit qu'elle rentre en elle-même, soit qu'elle s'étende à l'infini, peut avoir jusqu'à trois points d'intersection : on en a même donné des exemples dans les Art. 84 & 86, où l'on a fait voir que les courbes *MRBKEVCRFφBVm* * & *ERBKfVCReφBVF* † avoient trois points d'intersection, & que ces trois intersections venoient à la suite d'un entrelacement que nous avons nommé *Lemniſceros* ‡ à cause de sa ressemblance avec cet entrelacement qu'on nomme vulgairement *Las-d'Amour*.

Si les droites *BA*, *BC* & *Kφ* ‡, qui font, pour ainsi dire, les parametres, ou les droites qui mesurent la hauteur & la largeur du Lemnisceros *RBKEVCRFφBV*, font toutes trois infiniment petites, il est visible non seulement que les trois points d'intersection sont infiniment près les uns des autres, mais encore, que l'entrelacement des branches de la courbe se fait dans un espace infiniment petit.

DEFINITION.

CXXXI. Ainsi, ce que je nomme *Lemnisceros infiniment petit* est un entrelacement des branches de la courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit, lorsque les trois parametres *BA*, *BC*, *Kφ*, de cet entrelacement, sont infiniment petits.

C o-

* Fig. 62. † Fig. 63.
‡ Art. 85. Second Mém. ‡ Fig. 62. & 63.

COROLLAIRE I.

CXXXII. Il eſt évident, 1°. Que le Lemniſceros infiniment petit eſt un point triple : car lorſque le parametre *BC* d'un Lemniſceros fini *VBφFCRCVEKB* * devient = o, il eſt évident que les points *B* & *C* tombent exactement l'un ſur l'autre, & par conſéquent que la courbe a un point triple en *B*, puiſqu'elle paſſe alors trois fois par ce point *B* : or dans tout Lemniſceros infiniment petit le parametre *BC* devient infiniment petit, ou = o †; donc dans tout Lemniſceros infiniment petit il y a un point triple.

2°. Il n'eſt pas moins évident que la triplicité du Lemniſceros infiniment petit, eſt inviſible lorſque la courbe eſt décrite : car le Lemniſceros étant infiniment petit, ou, ce qui eſt la même choſe ‡, les droites *BA*, *Kφ*, étant infiniment petites, il eſt clair que l'entrelacement de la courbe eſt inviſible; or c'eſt cet entrelacement des branches de la courbe qui cauſe la triplicité du point *B*; donc cette triplicité eſt inviſible, puiſque l'entrelacement n'eſt pas viſible.

COROLLAIRE II.

CXXXIII. Lorſque les droites *BC*, *BA* & *Kφ* ſont infiniment petites, il eſt évident que les tangentes des trois points *C*, *K*, *φ*, ſont infiniment près les unes des autres.

D'où

* Fig. 42. † Art. précéd. ‡ Art. précéd.

D'où il suit que dans tous les Lemnisceros infiniment petits, il y a trois tangentes, qui sont infiniment près les unes des autres, c'est-à-dire, trois tangentes qui, par rapport au fini, sont censées tomber les unes sur les autres.

COROLLAIRE III.

CXXXIV. Puisque le Lemnisceros infiniment petit est un point triple *, il est clair qu'il faut differentier trois fois l'Equation de la courbe † pour avoir, en ce point, le rapport de l'ordonnée aux soutangentes de la courbe; mais puisque les trois tangentes de la courbe, en ce point, se confondent ensemble par rapport au fini ‡, il est visible que la troisieme differentiation doit donner, pour ces sortes de points triples, trois valeurs réelles, égales & de même signe, de la fraction $\frac{du}{dx}$, c'est-à-dire, du rapport de l'ordonnée à la soutangente de la courbe en ce point.

REMARQUES.

CXXXV. De-là naît la difference qui doit se trouver, dans le calcul algébrique, entre les quatre especes de points triples, dont nous avons parlé jusqu'ici, savoir, entre les Lemnisceros infiniment petits; les points triples d'interfection; les points de rebroussement par lesquels il passe une 3me branche de la

* Art. 132. † Art. 46. premier Mém. ‡ Art. précéd.

la courbe; & enfin entre les points triples invisibles formés par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. Car, 1°. dans les points triples d'intersection, la troisieme differentation doit fournir trois valeurs réelles & inégales du rapport $\frac{du}{dz}$ [a]. 2°. Dans les Rebroussemens, par lesquels il passe une troisieme branche de la courbe, des trois valeurs de $\frac{du}{dz}$, il doit y en avoir deux égales entre elles & de même signe, & une troisieme inégale [b]. 3°. Dans les points triples formés par l'adhésion d'une ovale infiniment petite, des trois valeurs de $\frac{du}{dz}$, il doit y en avoir deux imaginaires & une réelle [c]. 4°. Enfin dans le point triple, que l'on nomme ici le *Lemnisceros infiniment petit*, la troisieme differentiation doit fournir trois valeurs réelles égales, & de même signe, du rapport $\frac{du}{dz}$ [d]. Donc chaque espece de point triple est distingué dans le calcul analytique par un caractere different: donc il est aisé de reconnoitre, par le calcul seul, & avant de supposer la courbe décrite, de quelle espece est un point triple donné sur cette courbe.

PRO-

a *Art.* 54. *premier Mém.* b *Art. id.* c *Art. id.*
d *Art.* 134.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

CXXXVI. *Toutes les lignes du 4me ordre (telle que* MGDGCGmμEBFN *) *dont la nature est exprimée par une Equation particuliere qui peut se rapporter à l'Equation générale, marquée ici par* (30), *dans laquelle* (z) *exprime les abscisses* GQ, *&* (u) *les ordonnées* QM, *ont un point triple à l'origine* G *de leur axe.*

$$(30)\ldots \Delta u^4 + \overline{Qz + A} \times u^3 + \overline{Bzz + cz} \times u^2$$
$$+ \overline{Ez^3 + Fz^2} \times u + Kz^4 + Lz^3 = 0.$$

DEMONSTRATION.

Lorsque le point *Q* tombe en *G*, alors *GQ* (*z*) étant $=0$, l'égalité marquée par (*L*), dans l'Art. 49. du premier Mémoire, est telle qu'on la voit ici.

$$(L)\ldots \Delta u^4 + Au^3 = 0.$$

Cette égalité ayant trois racines égales & de même signe, qui sont $u=0$, $u=0$, & $u=0$, il est visible qu'il y a au point *G*, trois ordonnées égales & de même signe. Mais quand l'ordonnée $QM = 0$, l'égalité marquée par (*A*), dans le même Art. 49, qui donne les valeurs des abscisses *GQ* (*z*), lorsque les ordonnées *QM* (*u*) sont égales à une des racines de l'égalité (*L*), cette égalité, dis-je, est telle qu'on la voit ici en (*A*).

* Fig. 64.

$$(A)\ldots\ Kz^4 + Lz^3 = 0.$$

Or cette seconde égalité ayant encore trois racines égales & de même signe, qui sont $z=0$, $z=0$, & $z=0$; il est visible qu'il y a au point G, non-seulement trois ordonnées égales & de même signe, comme on vient de le voir, mais encore trois abscisses égales & de même signe, savoir $z=0$, $z=0$, & $z=0$. Donc * il doit y avoir en G, ou un point triple auquel GQ & GL soient sécantes, ou bien un point double auquel GQ & GL soient tangentes.

Mais en substituant, dans l'égalité marquée par (K) Art. 33. du premier Mémoire, en substituant, dis-je, dans cette égalité, au-lieu des coëfficiens 1, q, α, β, γ, δ, ε, η, λ, μ, ν, ρ, π, φ, σ, leurs valeurs Δ, Q, A, B, C, o, E, F, o, o, K, L, o, o, o, & au-lieu des indéterminées (t) & (s), les indéterminées (z) & (u), & au-lieu de l'exposant indéfini n, l'exposant défini (4), on a l'égalité marquée ici par (2 K), dont les racines réelles donnent les quatre points auxquels la courbe $MGDGCGM\mu EBFm$ est coupée par une ligne droite quelconque GM qui passe par l'origine G des abscisses GQ.

$$(2K)\ldots \left.\begin{matrix} +\Delta b^4 \\ +Qb^3 \\ +Bb^2 \\ +Eb \\ +K \end{matrix}\right\} z^4 \quad \left.\begin{matrix} +Ab^3 \\ +Cb^2 \\ +Fb \\ +L \end{matrix}\right\} z^3 = 0.$$

Or cette égalité, ayant trois racines égales, à

* Art. 53. premier Mém.

à zero, il est évident que la sécante GM rencontre, en G, trois points de la courbe $MGDGCG m \mu EBFN$, tandis que l'axe GQ, & l'ordonnée principale GL rencontrent aussi en G trois points de la même courbe. Donc [a] le point G est un point triple, & cela, dans toutes les courbes $MGDGCG m\mu EBFN$, dont la nature peut être exprimée par l'Equation marquée (30) dans l'exposé de ce Théoreme. *C. Q. F. D.*

PROPOSITION XII.

PROBLEME.

CXXXVII. *Les mêmes choses étant posées: déterminer si le point triple G, de la courbe en question (dont la nature est exprimée par l'Equation (30), est un point triple d'intersection* [b] *de trois branches; ou s'il est un point triple formé par le rebroussement de deux branches & le passage d'une troisieme branche par ce point de rebroussement* [c]; *ou si c'est un point triple invisible, produit par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe* [d]; *ou enfin si c'est un point triple invisible, causé par l'entrelacement des branches de la courbe en forme de Lemnisceros* [e].

SOLUTION.

On cherchera d'abord quel est le rapport de

a Art. id. b Fig. 64. c Fig. 65.
d Fig. 66. e Fig. 67.

de (du) à (dz) au point G, origine de la courbe, & pour cela, le point G étant un point triple, on commencera par differentier trois fois l'Equation marquée (*Art. précéd.*) par (30), selon la méthode de M. Bernoulli: la troisieme differentiation donnera l'Equation differentielle qu'on voit ici marquée par (Σ).

$$(\Sigma)\ldots \left\{\begin{matrix}+4\Delta u\\ +Qz\\ +A\end{matrix}\right\} du^3 + \left\{\begin{matrix}+2Bz\\ +3Qu\\ +C\end{matrix}\right\} du^2 dz + \left\{\begin{matrix}+2Bu\\ +3Ez\\ +F\end{matrix}\right\} du\, dz^2 + \left\{\begin{matrix}+Eu\\ +4Kz\\ +L\end{matrix}\right\} dz^3 = 0.$$

Cela fait, on rendra cette Equation propre au point G, en y substituant, au-lieu des indéterminées (z) & (u), leurs valeurs en ce même point G, qui sont (*Art précéd.*) $z=0$, & $u=0$; ainsi l'Equation (Σ), étant devenue telle qu'on la voit ici en (P),

$$(P)\ldots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{F\,dz^2}{L\,du^2} + \frac{C\,dz}{L\,du} + \frac{A}{L} = 0$$

exprimera le rapport de (du) à (dz), ou, ce qui est la même chose, le rapport de l'ordonnée à la soutangente de la courbe au point triple G.

Mais ce rapport de l'ordonnée à la soutangente, au point triple G, c'est-à-dire, $\frac{dz}{du}$ étant ici élevé jusqu'à la 3me puissance, il est manifeste qu'il doit y a-

voir.

voir quatre differens cas. Car, 1°. Si l'Equation (*P*) a trois racines réelles & inégales, c'est-à-dire, si elle fournit trois valeurs réelles & inégales du rapport $\frac{dz}{du}$, la courbe aura trois tangentes réelles & distinctes au point triple *G*, & par conséquent [a] ce point triple *G* sera formé par l'intersection de trois branches.

2°. Si, des trois racines réelles de l'égalité marquée (*P*), il y en a deux égales & de même signe, la troisieme étant inégale, des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en aura deux qui tomberont exactement l'une sur l'autre, & ne feront plus qu'une même tangente, tandis que la troisieme demeurera distincte, & dans ce cas [b] le point triple *G* sera produit par le Rebroussement d'une branche & l'intersection d'une autre branche de la même courbe.

3°. Si des trois racines de l'égalité (*P*), il y en a deux imaginaires, la troisieme étant nécessairement réelle, il est visible que des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en aura deux imaginaires & une réelle, d'où il [c] suit que le point triple *G* sera alors un point triple causé par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe.

4°. Enfin, si les trois racines de l'égalité (*P*) sont réelles, égales & de même signe, les trois tangentes de la courbe au point triple

ple

a *Art.* 22. *n.* 1. & *Art.* 54. *premier Mém.*
b *Art.* 22. *n.* 2. & *Art.* 54. c *Art. id. n.* 3. & *Art.* 54.

ple *G*, tomberont les unes sur les autres, & dans ce dernier cas [a] le point triple *G* sera un de ces points triples invisibles que nous avons nommé *Lemnisceros infiniment petit*, à cause de l'entrelacement des branches de la courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit; entrelacement dont on a donné la Théorie dans les Art. 131 & 132 de ce Mémoire.

Donc par le moyen de l'Equation $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} + \frac{A}{L} = 0$, on déterminera toujours la nature du point triple *G*; ou, ce qui est la même chose, on connoitra si ce point triple *G* est causé par l'intersection de trois branches [b]: ou par le rebroussement de deux branches, & le passage d'une troisieme branche, de la même courbe, par ce point de rebroussement [c]: ou bien s'il est un point triple invisible, produit par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe [d]: ou enfin si c'est un Lemnisceros infiniment petit [e]. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

CXXXVIII. Lorsque le coëfficient (*A*) de l'Equation marquée par (30) dans l'exposé de l'Art. 136, est égal à zero, l'ordonnée principale *GL* est une des tangentes de la cour-

a *Art.* 134. & 135. b Fig. 64. c Fig. 65. d Fig. 66. e Fig. 67.

courbe au point triple G : car alors on a $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} = 0$, dont une des racines est $\frac{dz}{du} = 0$; or tous les Géometres conviennent que ce rapport donne une tangente parallele aux ordonnées. Donc, &c.

COROLLAIRE II.

CXXXIX. Lorsque les coëfficiens (A) & (C) de l'Equation marquée par (30) dans l'Art. 136, sont l'un & l'autre égaux à zero, il n'est pas moins évident qu'il y a alors, au point triple G, un rebroussement dont la tangente se confond avec l'ordonnée principale : car en ce cas on a $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} = 0$, d'où l'on tire $\frac{dz^2}{du^2} = 0$, ce qui fait voir qu'il y a, en G, deux tangentes qui tombent l'une sur l'autre, en se confondant avec l'ordonnée principale GL. Donc, &c.

COROLLAIRE III.

CXL. Lorsque les coëfficiens A, C, F, de l'Equation marquée (30) dans l'Art. 136, sont tous trois égaux à zero, il y a, au point G, un *Lemnisceros infiniment petit*, dont la tangente se confond avec l'ordonnée principale GL : car alors on a $\frac{dz^3}{du^3} = 0$, d'où l'on

voit

voit que les trois tangentes ſe confondent enſemble & avec la droite GL.

EXEMPLE I.

CXLI. Soit la courbe $MGDGCGmN EBFn$ *, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux ordonnées QM (y) eſt exprimé par l'Equation.

$$u^4 - 2z^2u^2 + 2bzu^2 - z^4 - 5bz^3 = 0.$$

Je dis que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſon axe, & que ce point triple eſt formé par l'interſection de trois branches MGD, mGC, $\varphi G\iota$, qui ſe coupent en ce même point G.

Il eſt viſible que l'Equation donnée n'eſt qu'un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30) dans la 11me Propoſition †, & que l'on a ici $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = -2$, $C = 2b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$, & $L = -5b$. Or on a démontré que toutes les lignes du 4me ordre, dont la nature pouvoit ſe rapporter à l'Equation marquée par (30), avoient un point triple à l'origine G de leur axe. Donc, puiſque l'Equation donnée n'eſt qu'un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30), il s'en enſuit que la courbe $MGDGCGmNEBFn$, dont cette Equation donnée exprime la nature, a un point triple à l'origine G de ſon axe. *Ce qu'il falloit faire voir en premier lieu.*

Mais il n'eſt pas moins évident, par l'Art. 137,

* Fig. 64. † Art. 136.

137, que ce point triple G est causé par l'intersection de trois branches. Car si l'on substitue dans l'Equation differentielle (P) de l'Art. 137¹, au-lieu des coëfficiens A, C, F, L, leurs valeurs o, $2b$, o, & $-5b$, on a l'égalité $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{2dz}{5du} = 0$, qui a trois racines réelles & inégales, savoir $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$; d'où il suit qu'il y a trois tangentes au point triple G, & par conséquent que ce point triple G * est causé par l'intersection de trois branches qui se croisent en G. *Ce qu'il falloit faire voir en second lieu par cet Exemple.*

COROLLAIRE.

CXLII. Il suit de-là, 1°. Que des trois branches qui passent par le point G, il y en a une qui coupe l'axe GQ parallelement à l'ordonnée principale GL à cause de $\frac{dz}{du} = 0$: ensorte que la tangente de cette branche, au point triple G, se confond avec l'ordonnée principale GL. 2°. Que les deux autres branches MGD & mGC coupent cet axe obliquement au point G, à cause de $\frac{dz}{du} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. Donc en prenant sur l'axe GQ, du côté où les (z) sont positifs, le point θ, tel que $G\theta$ soit $= \sqrt{2}$, & sur une droite θT, parallele à l'ordonnée principale GL; de part & d'au-
tre

* Art. 137. n. 1.

tre du point t, les points T & t, tels que tT & tt soient l'une & l'autre $= \sqrt{5}$, les droites TG, tG, feront les deux autres tangentes de la courbe au point triple G.

REMARQUE.

CXLIII. Il est aisé de s'appercevoir, 1°. Que l'axe GQ est le diametre de la courbe $MGDGCGmNEBFn$, puisque l'on a toujours $x = \pm \sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2az + 3bz + bb}}$.

2°. Si l'on prend sur ce diametre GQ, du côté où les (z) sont négatifs, le point B, tel que GB soit $= 5b$, ce point B sera celui où la courbe coupe son diametre parallement à l'ordonnée principale GL.

3°. Si l'on prend sur le diametre GQ, du côté où les (z) sont négatifs, le point Ω, tel que $G\Omega$ soit $= b$; si par le point Ω on mène la droite $E\Omega F$ parallele aux ordonnées QM; si l'on prend sur cette droite, de part & d'autre du point Ω, les points E & F, tels que ΩE & ΩF soient l'une & l'autre $= b\sqrt{2}$: les points E & F seront deux des points de la courbe où les tangentes sont paralleles à l'ordonnée principale GL; ensorte que cette droite $E\Omega F$ est tangente de la courbe aux points E & F.

4°. Si l'on prend sur le diametre GQ, du côté où les (z) sont négatifs, le point π, tel que $G\pi$ soit $= \frac{1}{2}b$; si par le point π on mène la droite $C\pi D$ parallele aux ordonnées QM; si l'on prend sur cette parallele $C\pi D$, de part & d'autre du point π, les points C & D,

D, tels que πC & πD soient l'une & l'autre $= \frac{1}{2} b \sqrt{3}$: les points C & D seront deux des points de la courbe en question auxquels les tangentes sont paralleles aux ordonnées QM; ensorte que cette même droite $C \pi D$ est tangente de la courbe aux points C & D.

5°. Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL au-delà du point B, par rapport au point G, ne rencontrent la courbe qu'en deux points, à quelque distance que ces droites soient du point G. Mais celles qui sont menées parallelement à l'ordonnée principale, entre les points B & π, rencontrent la courbe en quatre points. D'où il suit, 1°. Que cette courbe a deux branches BEN, BEn, qui s'étendent à l'infini, le long de l'axe GQ, du côté où les (z) sont négatifs. 2°. Que ces deux branches se réunissent au point B, où elles coupent l'axe parallelement aux ordonnées. 3°. Que ces deux branches, avant de se réunir, forment deux sinuosités πFB, NEB.

6°. Toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale GL, au-delà du point triple G, par rapport au point B, & à quelque distance qu'elles soient du point G, ne rencontrent la courbe qu'en deux points; d'où il suit que cette courbe n'a que deux branches GM & Gm qui s'étendent à l'infini le long de l'axe GQ, du côté où les (z) sont positifs.

7°. Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL entre les points G & π, rencontrent la courbe en qua-

quatre points : car dès que $(-z)$ est $< \frac{1}{2}b$, les 4 racines $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$ sont réelles. D'où il suit que les deux branches infinies *MG*, *mG*, après s'être coupées en *G*, passent la premiere dans l'angle *lGπ*, la seconde dans l'angle *LGπ*, où elles touchent la droite *DπC*, la premiere au point *D*, la seconde au point *C* : après quoi elles reviennent, l'une de *D* en *G* par *ι*, l'autre de *C* en *G* par *φ*, se joindre au point *G*, où elles touchent l'ordonnée principale *GL*, en formant ainsi deux *Folium* *GDι* & *GCφG*.

8°. Les droites menées parallelement à l'ordonnée principale entre les points Ω & π, ne rencontrent jamais la courbe : car dès que $(-z)$ est plus grand que $\frac{1}{2}b$, & cependant plus petit que b, les quatre racines $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$ sont imaginaires ; d'où il suit que les deux branches infinies *BEN*, *BFn*, (dont on a parlé dans le nomb. 5. de cet Art.) sont entierement séparées des branches infinies *GιDGM*, *GφCGm*.

EXEMPLE II.

CXLIV. Soit la courbe *MGmNGn*, dans laquelle le rapport des abscisses *GQ* (z) aux ordonnées *QM* (u) est exprimé par l'Equation $u^4 + bzzu - 2z^4 = 0$; il est visible que cette courbe a un point triple à l'origine *G* de son axe, puisque l'Equation donnée est un

un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30) dans l'Art. 136.

Mais il n'est pas moins évident, que ce point triple est produit par le Rebroussement G d'une portion de courbe MGm & le passage, en ce même point G, d'une autre branche NGn de la même courbe. Car puisque l'on a ici $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $E = 0$, $F = b$, $K = -2$ & $L = 0$, l'Equation differentielle marquée par (P) dans l'Art. 137, est ici $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{bdz^2}{0du^2} = 0$, dont les trois racines sont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = 0$, & $\frac{dz}{du} = -\frac{b}{0}$; d'où il suit, 1°. Que des trois tangentes de la courbe au point triple G, il y en a deux qui tombent l'une sur l'autre, en se confondant avec l'ordonnée principale GL, ce qui fait voir qu'il y a un point de Rebroussement en G, auquel GL est tangente *. 2°. Que la troisieme tangente de la courbe au point G est infinie, & se confond avec l'axe GQ, ce qui désigne une branche † NGn qui passe par le point de Rebroussement G. Donc le point triple G de la courbe en question est produit par le Rebroussement d'une portion de courbe MGm & le passage d'une autre branche NGn, de la même courbe, par le point de Rebroussement G. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

RE-

* *Art.* 137. *n.* 2. † *Art. id.*

REMARQUES.

CXLV. On remarquera, 1°. Que l'ordonnée principale GL est le diametre de la courbe $MGmNGn$: car on a toujours $z = \pm\frac{1}{2}\sqrt{bu \pm u\sqrt{8uu+bb}}$.

2°. Que toutes les droites menées parallelement à l'axe GQ, du côté où les (u) sont positifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points, aussi-bien que celles qui sont, comme Mm, menées parallelement à l'axe du côté où les (u) sont négatifs.

3°. Si l'on prend sur le diametre GL, du côté où les (u) sont négatifs, le point A, tel que GA soit $= \frac{b}{4\sqrt{2}}$, & sur l'axe GQ, de part & d'autre du point G, les points S & σ, tels que GS & $G\sigma$ soient l'une & l'autre $= \frac{b}{4\sqrt{2}\sqrt{2}}$: si par les points A & S, & par les points A & σ, on tire les droites indéfinies ASE & $A\sigma\epsilon$, prolongées de part & d'autre du point A, ces droites seront les deux Asymptotes de la courbe $MGmNGn$. Si l'on prend sur le même diametre GL, de part & d'autre du point G, les points Ω & φ, tels que $G\Omega$ ou $G\varphi$ soient $= \pm\frac{1}{8}b$: si, par les points Ω & ϕ, on mène, parallelement à l'axe GQ, les droites $E\Omega\epsilon$ & $F\varphi f$; les points E, ϵ, F & f, où ces droites rencontrent la courbe $MGmNGn$, sont ceux auxquels cet-

cette même courbe est coupée par ses Asymptotes $fASE$ & $FA\sigma\epsilon$.

EXEMPLE III.

CXLVI. Soit la courbe $MGmNBn$ *, dans laquelle le rapport des abscisses GQ (z) aux ordonnées QM (u) est exprimé par l'Equation $u^4 - bzu^2 - z^4 - 2bz^3 = 0$: il est clair que cette Equation n'est qu'un cas particulier de l'Equation générale désignée par (30) dans l'Art. 136; d'où il suit, que la courbe en question $MGmNBn$ a un point triple à l'origine G de ses abscisses.

Mais puisque dans ce cas particulier, on a $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = -b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$, $L = -2b$, il est visible que l'Equation marquée par (P) dans l'Art. 137, est ici $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz}{2du} = 0$, dont les trois racines sont $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$; or la racine $\frac{dz}{du} = 0$ est réelle, & désigne une tangente en G, qui se confond avec l'ordonnée principale GL †, & les racines $\frac{dz}{du} = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$ sont des racines imaginaires qui désignent, en G, deux tangentes imaginaires. Donc des trois tangentes de la courbe, au point triple G, il y en a une réelle & deux imaginaires; donc ‡ ce point triple G, est un point triple in-

* Fig. 66. † Art. 138. ‡ Art. 137. n. 1.

invisible, ou, ce qui eſt la même choſe, la triplicité de ce point eſt cauſée par l'adhéſion en G d'une ovale infiniment petite ſur la branche MGm de la courbe. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXLVII. Il eſt aiſé de s'appercevoir, 1°. Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGmNBn$, puiſque l'on a toujours $n = \pm\sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb + 8bz + 4zz}}$.

2°. En prenant, du côté où les abſciſſes GQ ſont négatives, le point B, tel que GB ſoit $= 2b$, il eſt viſible que le point B ſera un point ſimple de la courbe, dont la tangente BT eſt parallele à l'ordonnée principale GL.

3°. Toutes les droites, comme Mm, menées parallelement à l'ordonnée principale GL au delà du point G, du côté où les (z) ſont poſitifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches infinies GM, Gm, qui s'étendent du côté des (z) poſitifs.

4°. Toutes les droites, comme Nn, menées parallelement à l'ordonnée principale GL au-delà du point B, par rapport au point G, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches BN, Bn, qui s'étendent à l'infini du côté des (z) négatifs.

5°. Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL, entre les points

B

B & G, ne rencontrent jamais la courbe: car dès que $(-z)$ est plus petit que $2b$, les quatre racines $u = \pm\sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb+8bz+4zz}}$ sont imaginaires; d'où il suit que les deux branches infinies GM, Gm, qui s'étendent du côté des abscisses positives, sont séparées des deux branches infinies BN, Bn, qui s'étendent du côté des abscisses négatives, par une portion GB de l'axe GQ, qui est $= -2b$.

Exemple IV.

CXLVIII. Soit la courbe $MGmNBn$*, dans laquelle le rapport des abscisses GQ (z) aux ordonnées QM (u) est exprimé par l'Equation $u^4 = z^4 + az^3$, il est visible que cette courbe a un point triple à l'origine G de ses abscisses, puisque son Equation est un cas particulier de l'Equation générale marquée par (30) dans l'Art. 136.

Mais puisque l'on a dans cet Exemple $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$ & $L = -a$, il est évident que l'Equation marquée par (P) dans l'Art. 137, est ici $\frac{dz^3}{du^3} = 0$, dont les trois racines sont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = 0$, & $\frac{dz}{du} = 0$, qui étant réelles, égales & du même signe, désignent, en G, trois tangentes qui se confondent ensemble & avec l'ordonnée principale GL; d'où il

C 3 suit

* Fig. 67.

ſuit * que ce point triple G eſt un *Lemniſceros* infiniment petit. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXLIX. Il eſt viſible, 1°. Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGmNBn$, puiſque l'on a toujours $u = \pm\sqrt{\pm z\sqrt{zz + az}}$.

2°. Si l'on prend ſur le diametre GQ, du côté où les (z) ſont négatifs, le point B, tel que GB ſoit $= a$, il eſt évident que le point B eſt un point ſimple de la courbe en queſtion, dont la tangente BT eſt parallele à l'ordonnée principale GL.

3°. On trouvera qu'en ce point ſimple B, la courbe a une inflexion de la ſeconde eſpece †, c'eſt-à-dire, ce que M. de Maupertuis a nommé *point de ſerpentement*, dont la tangente eſt parallele aux ordonnées, comme on vient de le dire.

4°. On remarquera enfin que cette courbe n'eſt compoſée que de quatre branches qui s'étendent à l'infini de part d'autre de l'axe GQ, deux du côté des (z) poſitifs, & les deux autres du côté des (z) négatifs.

EXEMPLE V.

CL. Soit la courbe $MGDGCGmEBFM$ ‡, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux

* *Art.* 137. *n.* 4. † *Art.* 50. *n.* 4. *premier Mém.*
‡ Fig. 68.

aux ordonnées QM (u) eſt exprimé par l'Equation $u^4 - 2zzuu + 2bzuu + \frac{5}{4}z^4 - 2bz^3 = 0$. Il eſt clair que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſon axe, puiſque ſon Equation n'eſt qu'un cas particulier de l'Equation générale marqué par (30) dans l'Art. 136 de ce Mémoire.

Mais puiſque, dans cet Exemple, on a $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = -2$, $C = 2b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = \frac{5}{4}$ & $L = -2b$, il eſt viſible que l'Equation marquée par (P) dans l'Art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{dz}{du} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = +1$, & $\frac{dz}{du} = -1$. La premiere de ces trois racines fait voir qu'une des tangentes de la courbe, au point triple G, eſt réelle, & qu'elle ſe confond avec l'ordonnée principale GL; d'où il ſuit qu'il y a une branche qui coupe l'axe, au point G, parallelement à l'ordonnée principale. Les deux autres racines $\frac{dz}{du} = \pm 1$, étant réelles, font voir que les deux autres tangentes de la courbe, au point triple G, ſont réelles & obliques à l'ordonnée principale GL, faiſant avec cette droite chacune un angle de 45 degrés, & par conſéquent qu'il y a deux autres branches CGM, DGM, qui coupent l'axe obliquement au point G; d'où il ſuit * que ce point triple G eſt produit par l'interſection de trois branches CGD, DGM, CGM.

* Art. 137. n. 1.

CGM. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CLI. On peut remarquer, 1°. Que l'axe GQ est le diametre de la courbe $MGDGCGmEBFM$, puisque l'on a toujours $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{4bb - zz}}$.

2°. Qu'en prenant sur le diametre GQ, du côté où les abscisses GQ (z) sont positives, le point B, tel que GB soit $= \frac{3}{2}b$, le point B est un point simple de la courbe en question où la tangente est parallele aux ordonnées QM.

3°. Si l'on prend sur le diametre GQ, de part & d'autre du point triple G, les points Ω & π, tels que $G\Omega$ & $G\pi$ soient l'une & l'autre $= 2b$; si, par les points Ω & π, on mène les droites $F\Omega E$, $C\pi D$, paralleles aux ordonnées; cela fait, si l'on prend 1°. sur la parallele $F\Omega E$, de part & d'autre du point Ω, les points F & E, tels que ΩF & ΩE soient l'une & l'autre $= b\sqrt{2}$: les points F & E seront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à l'ordonnée principale GL, & en même tems les limites de la courbe du côté où les abscisses sont positives. 2°. Si l'on prend sur la parallele $C\pi D$, de part & d'autre du point π, les points C & D, tels que πC & πD soient l'une & l'autre $= b\sqrt{6}$: les points C & D seront ceux où la courbe touche la parallele $C\pi D$ & en même tems les limites de la courbe du côté où les abscisses sont négatives.

4°. On

4°. On trouvera que toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale GL, entre les points G & B, ne rencontrent la courbe qu'en deux points; mais que les paralleles à cette droite GL, menées entre les points B & Ω, la rencontrent en quatre points. D'où il suit, & de ce qui a été dit dans les nombres précédens, que cette courbe forme, du côté où ses abscisses sont positives, une espece de cœur $GMFBEmG$.

5°. On trouvera de même que toutes les droites, menées parallelement à l'ordonnée principale GL entre les points G & ϖ, rencontrent la courbe en quatre points: d'où il suit, & de ce qui a été dit dans le nomb. 3, que cette courbe forme, du côté où ses abscisses sont négatives, deux especes de *Folium* $G\phi CG$ & $G\iota DG$.

6°. Enfin on trouvera que toutes les droites menées, parallelement aux ordonnées QM, au-delà des points Ω & ϖ, par rapport au point G, ne rencontreront la courbe en aucun point, à quelque distance qu'elles soient des points Ω & ϖ: d'où il suit que la courbe en question ne s'étend pas au-delà des points Ω & ϖ, qu'elle rentre en elle-même, & par conséquent qu'elle n'est composée que de deux *Folium* $G\phi CG$, $G\iota DG$, & de l'espece de cœur $GMFBEmG$: ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllocardie*.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

CLII. *Une ligne du 4me. ordre étant donnée.*

Ou, ce qui est la même chose, l'Equation qui exprime le rapport des ordonnées aux abscisses d'un axe quelconque de cette courbe étant donnée, trouver si cette courbe a un point triple. (Σ)

SOLUTION.

Supposons que la nature de la courbe en question est donnée par l'Equation générale qu'on voit ici marquée par $(4D)$: cette Equation exprime la nature de toutes les lignes du 4me ordre, (*Art.* 31. *premier Mém.*) & par conséquent ce qu'on dira de cette Equation pourra s'appliquer à toutes les Equations particulieres des lignes du 4me ordre.

$$(4D)\ldots\ \Delta u^4 \left.\begin{matrix} +qz \\ +A \end{matrix}\right\} u^3 \left.\begin{matrix} +\beta zz \\ +\gamma z \\ +\delta \end{matrix}\right\} u^2 \left.\begin{matrix} +\varepsilon z^3 \\ +\eta z^2 \\ +\lambda z \\ +\mu \end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix} +\nu z^4 \\ +\rho z^3 \\ +\varpi z^2 \\ +\varphi z \\ +\sigma \end{matrix}\right\} = 0.$$

Si on differentie cette Equation, on aura le rapport de (du) à (dz) exprimé par la fraction marquée ici par (Σ), dont le numerateur & le dénominateur deviendront égaux à zero, dans tous les points multiples de la ligne du 4me ordre. (*Art.* 46. *premier Mém.*

$$(\Sigma)\ \ldots\ \frac{du}{dz} = -\left\{\frac{qu^3 + \overline{2\beta z + \gamma} \times u^2 + \overline{3\varepsilon zz + 2\eta z + \lambda} \times u + 4\nu z^3 + 3\rho z^2 + 2\pi z + \varphi}{4u^3 + \overline{3qz + 3A} \times u^2 + \overline{2\beta zz + 2\gamma z + 2\delta} \times u + \varepsilon z^3 + \eta z^2 + \lambda z + \mu}\right\}$$

Si on differentie séparément (suivant l'Art. 163 de l'Analyse des Infiniment-petits) le numerateur & le dénominateur de cette fraction, on aura les deux nouvelles fractions marquées ici par (M) & par ($2M$).

$$(M)\ \ldots\ \frac{du}{dz} = -\left\{\frac{2\beta u^2 + \overline{6\varepsilon z + 2\eta} \times u + 12\nu z^2 + 6\rho z + 2\pi}{3qu^2 + \overline{4\beta z + 2\gamma} \times u + 3\varepsilon z^2 + 2\eta z + \lambda}\right\}$$

$$(2M)\ \ldots\ \frac{du}{dz} = -\left\{\frac{3qu^2 + \overline{4\beta z + 2\gamma} \times u + 3\varepsilon z^2 + 2\eta z + \lambda}{12\Delta u^2 + \overline{6qz + 6A} \times u + 2\beta z^2 + 2\gamma z + 2\delta}\right\}$$

Or il est constant (*Art. id.*) que si l'on substitue, dans les fractions (M) & ($2M$), au-lieu de (z) & de (u), leurs valeurs au point triple, de la ligne du 4me ordre dont la nature est exprimée par l'Equation ($4D$); il est constant, dis-je, que les numerateurs & les dénominateurs de ces deux fractions deviendront

les uns & les autres égaux à zero. Ainſi la Solution du Problême ſe réduit à trouver quelles ſont les valeurs des indéterminées (z) & (u), qui étant ſubſtituées dans les fractions (M) & ($2M$), font évanouïr en même tems les numerateurs & les dénominateurs de ces deux fractions.

Pour trouver les valeurs en queſtion des indéterminées (z) & (u), ſoient les trois Equations déſignées * par (A), (B), (C), qui ne diffèrent, ſavoir; la premiere du numerateur de la fraction (M) égalé à zero; la ſeconde du dénominateur de cette fraction, ou (ce qui eſt la même choſe) du numerateur de la fraction ($2M$) égalé à zero; la troiſieme du dénominateur de la fraction ($2M$) auſſi égalé à zero; qu'en ce que l'on a mis, au-lieu de l'indéterminée (u), l'indéterminée (y), & qu'on a ôté les communs diviſeurs.

$$(A)\ldots \epsilon y^2 + \overline{3\tau z + \eta} \times y + 6\nu z^2 + 3\rho z + \varpi = 0.$$

$$(B)\ldots 3qy^2 + \overline{4\epsilon z + 2\gamma} \times y + 3\tau z^2 + 2\eta z + \lambda = 0.$$

$$(C)\ldots 6\Delta y^2 + \overline{3qz + 3A} \times y + \epsilon z^2 + \gamma z + \delta = 0.$$

Cela poſé, il eſt viſible, 1°. Que les trois Equations (A), (B), (C), déſignent trois lignes du 2d ordre, qui peuvent être conſtruites, toutes les trois, ſur l'axe des (z) de la ligne donnée du 4me ordre, dont la nature eſt exprimée par l'Equation ($4D$). 2°. Que ces trois lignes du 2d ordre, que je nomme ici

* V. ces trois Equations quelques lignes plus bas.

ici les *Courbes auxiliaires* du Problême, peuvent se rencontrer en un même point du plan sur lequel elles sont décrites. 3°. Que le point d'intersection, de ces trois courbes auxiliaires, peut tomber sur un des points de la ligne du 4me ordre.

Or, je dis que la ligne donnée du 4me ordre aura un point triple dans l'endroit où l'intersection des trois courbes auxiliaires tombera. Car 1°. si les trois courbes auxiliaires se coupent en un même point, la substitution des valeurs de l'ordonnée & de l'abscisse correspondante à ce point d'intersection, fait évanouïr tous les termes des Equations (*A*), (*B*), (*C*), & par conséquent tous ceux des numerateurs & des dénominateurs des fractions (*M*) & (2*M*), quand l'indéterminée (*u*) est égale à l'indéterminée (*y*). 2°. Mais le point d'intersection, des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4me. ordre, il est constant que l'indéterminée (*y*) des trois Equations (*A*), (*B*), (*C*), est égale, en ce point, à l'indéterminée (*u*) des fractions marquées par (*M*) & par (2*M*). Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires (*A*), (*B*), (*C*), tombant sur la ligne donnée du 4me. ordre, fait connoitre les valeurs des indéterminées (*z*) & (*u*), qui étant substituées dans les fractions (*M*) & (2*M*), font évanouïr les numerateurs & les dénominateurs de ces fractions. Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4me. ordre, désigne l'endroit de

de cette ligne où eſt ſon point triple.

Or, 1°. il eſt aiſé de connoitre, par les premiers principes de l'application de l'Algebre à la Géometrie, non ſeulement ſi les trois courbes auxiliaires, déſignées par les Equations (*A*), (*B*), (*C*), ſe rencontrent en un même point, mais encore quelles ſont les valeurs de l'ordonnée & de l'abſciſſe qui correſpondent à ce point d'interſection.

2°. Il eſt auſſi aiſé de connoitre ſi ce point d'interſection, des trois courbes auxiliaires, tombe ſur la ligne du 4me. ordre: car, dès le moment qu'on a les valeurs de l'abſciſſe & de l'ordonnée communes aux trois courbes auxiliaires, en ſubſtituant ces valeurs dans l'Equation (4*D*), au-lieu des indéterminées (*z*) & (*u*), ſi la ſubſtitution fait évanouïr tous les termes de l'Equation (4*D*), il ſera évident que le point commun d'interſection des trois courbes auxiliaires (*A*), (*B*), (*C*), tombe ſur la ligne du 4me. ordre, & par conſéquent que cette ligne a un point triple en cet endroit; au contraire ſi la ſubſtitution ne fait pas évanouïr tous les termes de l'Equation (4*D*), il ſera évident que l'interſection commune des trois courbes auxiliaires (*A*), (*B*), (*C*), ne tombe pas ſur la ligne du 4me. ordre, & par conſéquent que cette ligne du 4me. ordre n'a aucun point triple.

3°. Enfin ſi les trois courbes auxiliaires (*A*), (*B*), (*C*), ne ſe rencontrent pas toutes les trois en un même point (ce qui eſt

eſt encore très aiſé de connoître par les premiers principes de l'application de l'Algebre à la Géometrie) la ligne du 4me. ordre, déſignée par l'Equation $(4D)$, n'aura aucun point triple.

Donc par le moyen des trois Equations *auxiliaires* (A), (B), (C), on connoîtra toujours ſi une ligne quelconque du 4me ordre, déſignée par l'Equation $(4D)$, a un point triple, & le lieu où il eſt ſitué, ou bien ſi elle n'en a pas. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE I.

CLIII. On demande s'il y a un point triple ſur la courbe $MmBGCBDM$ (*Fig.* 69.), dans laquelle le rapport des abſciſſes GP (z) aux ordonnées PM (u) eſt exprimé par l'Equation ſuivante $(Æ)$:

$$(Æ) \ldots u^4 - bu^3 \left.\begin{matrix} +6zz \\ -\frac{17}{5}bz \\ +\frac{11}{25}bb \end{matrix}\right\} u^2 \left.\begin{matrix} +bzz \\ -\frac{2}{5}b^2z \\ +\frac{1}{25}b^3 \end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix} +5z^4 \\ -3bz^3 \\ +\frac{3}{5}b^2z^2 \\ -\frac{1}{25}b^3z \end{matrix}\right\} = 0.$$

En comparant cette Equation avec celle qu'on a déſignée dans l'Article précé-

dent

dent par la caractériſtique (4 *D*), il eſt évident qu'on a ici $\Delta = 1$, $q = 0$, $A = -b$, $\zeta = 6$, $\gamma = -\frac{17}{5}b$, $\delta = \frac{11}{25}bb$, $\varepsilon = 0$, $\eta = b$, $\lambda = -\frac{2}{5}bb$, $\nu = 5$, $\rho = -3b$, $\varpi = \frac{3}{5}bb$: d'où il ſuit que les trois Equations auxiliaires, marquées dans l'Article précédent, par (*A*), (*B*), (*C*), ſont, dans cet Exemple, telles qu'on les voit ici en (*A*), (*B*), & (*C*).

$$(A) \ldots y^2 + \tfrac{1}{6}by + 5z^2 - \tfrac{3}{2}bz + \tfrac{1}{10}bb = 0.$$

$$(B) \ldots \overline{z - \tfrac{17}{60}b} \times y = \tfrac{1}{60}bb - \tfrac{1}{12}bz.$$

$$(C) \ldots y^2 - \tfrac{1}{2}by + zz - \tfrac{17}{30}bz + \tfrac{11}{150}bb = 0.$$

Le lieu de l'Equation marquée par (*A*) eſt une Ellipſe; celui de la ſeconde marquée par (*B*) eſt une Hyperbole entre ſes Aſymptotes; & celui de la troiſieme eſt encore une Ellipſe.

Or, ſi l'on avoit décrit ſur l'axe *GP*, de la ligne du 4me. ordre *MmBGCBDM*, les trois Sections coniques *, qui ſont les lieux des trois Equations précédentes (*A*), (*B*), (*C*), on verroit que ces trois Sections coniques ſe couperoient mutuellement ſur leur axe *GP*, en un même point *B*, diſtant de *G*, origine des (z) de la grandeur $GB = \frac{1}{5}b$: enſorte qu'en ce point *B* de l'axe *GP*, commun aux trois courbes auxiliaires, on a dans les trois courbes $z = \frac{1}{5}b$ & $y = 0$.

Mais cette commune interſection, des trois courbes auxiliaires, tombe auſſi ſur la ligne du 4me. ordre *MmBGCBDM*, dont la nature eſt exprimée par l'Equation (*Æ*); car tous les termes de cette Equation (*Æ*) s'éva-

* *On n'a point tracé ces trois Sections coniques dans la Figure 69, de crainte de la rendre trop confuſe.*

vanouïssent, lorsqu'on y substitue, au-lieu de (z), la valeur $\frac{b}{5}$, & au-lieu de l'indéterminée (u), la valeur (zero) qui convient à l'indéterminée (y) au point d'intersection B des trois Sections coniques auxiliaires.

Donc il est constant que la courbe $MmBCBDM$, qu'on suppose n'être connue que par son Equation ($Æ$), a un point triple sur son axe GP, en un point B, distant de G, origine des (z), de la grandeur $GB = \frac{b}{5}$. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUE I.

CLIV. Si l'on veut connoitre la nature du point triple B, dont on vient de découvrir l'existence & la situation sur la courbe $MmBGCBDM$, on commencera (en conséquence de l'Art. 54 du premier Mémoire, & de l'Art. 137 de celui-ci), on commencera, dis-je, par differentier trois fois l'Equation ($Æ$), suivant la méthode de M. Bernoulli, il en résultera l'Equation differentielle marquée ici par (Σ),

$$(\Sigma)\ldots \left\{ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \frac{120z}{18b} \right\} dz^3 \left. \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \frac{72u}{6b} \right\} du\,dz^2 \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \frac{72z}{\frac{18^2}{5}b} \left.\right\} du^2\,dz \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \frac{24u}{6b} \left.\right\} du^3 = 0;$$

dans

dans laquelle on ſubſtituera au-lieu de (z) & de (u) les valeurs trouvées (par l'Article précédent) de l'abſciſſe & de l'ordonnée correſpondantes au point triple B, qui ſont * $z = \frac{1}{3} b$, & $u = 0$. Cette ſubſtitution donne l'égalité marquée ici par (P),

$$(P) \ldots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz^2}{du^2} - \frac{dz}{du} - 1 = 0,$$

dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 1$, $\frac{dz}{du} = -1$, & $\frac{dz}{du} = -1$, ce qui fait voir que des trois tangentes de la courbe au point triple B, il y en a deux qui tombent exactement l'une ſur l'autre, tandis que la troiſieme tangente θB, coupe les deux premieres, à angles droits. D'où il ſuit, 1°. Que le point triple B, trouvé par l'Article précédent, eſt un Rebrouſſement † par lequel il paſſe une troiſieme branche de la courbe. 2°. Que les tangentes au point triple B, font avec l'axe GP, des angles TBP, & θBP de quarante-cinq degrés.

REMARQUE II.

CLVII. eſt aiſé de prouver, 1°. Que la droite ABT, tangente de la courbe MmB $GCBDM$ au point de rebrouſſement B, eſt le diametre de cette courbe.

2°. Qu'en prenant, ſur ce diametre BA, le point A, tel que BA ſoit $= \frac{b}{\sqrt{2}}$, ſi, par

ce

* Art. 153. † Art. 137. n. 2.

ce point A, on mène, parallelement à la tangente $B\theta$, la droite DBC, sur laquelle on prenne, de part & d'autre du point A, les parties AD, AC, l'une & l'autre égales à $\frac{b}{\sqrt{2}}$, les points D & C seront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à $B\theta$.

3°. Que toutes les droites, menées parallelement à AD entre les points A & B, rencontrent toujours la courbe en quatre points.

4°. Que cette courbe rentre en elle-même, & ne s'étend pas le long de son diametre BA au-delà des points A & B, ensorte qu'elle ne forme qu'un double *Folium* $BmMDBBCGnB$, ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllon*, pour la distinguer de l'Ovale bifoliée du 4me ordre (*Art.* 99. *second Mém.*)

EXEMPLE II.

CLVI. On demande s'il y a un point triple sur la courbe $MBmA$ (*Fig.* 70.) dans laquelle le rapport des abscisses GQ (z) aux ordonnées QM (u) est exprimé par l'Equation (Ω):

$$(\Omega)\ldots\ u^4 - 4bu^3 \left.\begin{array}{l} +2zz \\ -6bz \\ +10b^2 \end{array}\right\} uu \left.\begin{array}{l} -4bzz \\ +12bbz \\ -12b^3 \end{array}\right\} u \left.\begin{array}{l} +\frac{5}{4}z^4 \\ -7bz^3 \\ +\frac{31}{2}b^2z^2 \\ -17b^3z \\ +\frac{23}{4}b^4 \end{array}\right\} = 0:$$

Puis-

Puisque dans cet Exemple on a $\Delta = 1$, $q = 0$, $A = -4b$, $\beta = 2$, $\gamma = -6b$, $\delta = 10b^2$, $\epsilon = 0$, $\eta = -4b$, $\lambda = 12b^2$, $\mu = -12b^3$, $\nu = \frac{5}{4}$, $\rho = -7b$ & $\pi = \frac{31}{2}bb$, il est évident * que les Equations des trois courbes *auxiliaires* seront telles qu'on les voit ici marquées par (A), (B) & (C).

$(A) \ldots yy - 2by + \frac{15}{4}zz - \frac{31}{2}bz + \frac{51}{4}bb = 0.$

$(B) \ldots zy - \frac{3}{2}by - bz + \frac{3}{2}bb = 0.$

$(C) \ldots yy - 2by + \frac{1}{3}zz - bz + \frac{5}{3}bb = 0.$

Or il est visible, 1°. Que ces trois lignes *auxiliaires*, dont la premiere est une Ellipse, la seconde une ligne droite parallele à l'axe GQ, la troisieme une autre Ellipse; il est, dis-je, évident que ces trois lignes auxiliaires †, étant décrites sur l'axe GQ de la courbe $MBmA$, se rencontrent toutes les trois en un point B, auquel l'abscisse GT (z), commune aux trois lignes auxiliaires, est $= b$, & où l'ordonnée BT (y) commune aux trois mêmes lignes est aussi $y = b$.

2°. Il est constant que ce point d'intersection B des trois lignes *auxiliaires*, tombe sur la ligne du 4me ordre $MBmA$: car la substitution de b, au-lieu de (z), & celle de b, au-lieu de u, dans l'Equation de la courbe, désignée ci-dessus par la caractéristique (Ω), fait évanouïr tous les termes de cette Equation.

Donc la courbe $MBmA$, dont la nature est exprimée par l'Equation (Ω), a un point triple.

* *Art.* 152.

† *On ne les a pas tracées dans la Figure 70, dans la crainte d'y causer trop de confusion; mais il est aisé de les suppléer.*

triple. Donc si l'on prend, sur l'axe GQ, la partie $GT = b$, & sur une droite TB, parallele à l'ordonnée principale GL & menée par le point T, la partie que $TB = b$, le point B sera le point triple de cette courbe $MBmA$. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUE I.

CLVII. Si l'on veut maintenant connoitre la nature de ce point triple B, il faut (*Art.* 54. *premier Mém.* & 137.) differentier trois fois l'Equation (Ω) de cette courbe, il en résultera l'Equation suivante marquée par (Σ),

$$(\Sigma) \ldots \left\{ \begin{matrix} +6u \\ -6b \end{matrix} \right\} du^3 \begin{matrix} +6z \\ -9b \end{matrix} \left\} dz\,du^2 \begin{matrix} +6u \\ -6b \end{matrix} \right\} dz^2\,du \begin{matrix} +\frac{15}{2}z \\ -\frac{21}{2}b \end{matrix} \left\} dz^3 = 0. \right.$$

dans laquelle on substituera, au-lieu de (z) & de (u), leurs valeurs au point triple B, qui sont (*Art. précéd.*) $z = b$ & $u = b$. Cette substitution réduit l'Equation (Σ) à celle que l'on voit ici en (P),

$$(P) \ldots\ldots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz}{du} = 0.$$

dont les trois racines sont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = \sqrt{-1}$ & $\frac{dz}{du} = -\sqrt{-1}$, ce qui fait voir

que des trois tangentes de la courbe au point triple *B*, il y en a deux imaginaires & une réelle, & par conséquent que ce point triple *B* * est causé par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. Mais, puisque la racine réelle, de l'Equation (*P*), est $\frac{dz}{du} = 0$, il est visible que la tangente réelle, du point triple *B*, est parallele à l'ordonnée principale *GL*, & qu'elle se confond par conséquent avec l'ordonnée particuliere *BT*.

REMARQUE II.

CLVIII. On peut remarquer ici, au sujet de cette courbe, 1°. Que la droite *BA*, menée par le point triple *B*, parallelement à l'axe *GQ*, est le diametre de la courbe *MBmA*, dont la nature est exprimée par l'Equation (Ω) †.

2°. Qu'en prenant sur le diametre *BA*, du côté où les (*z*) sont positifs, le point *A*, tel que *BA* soit $= \frac{8}{7}b$, le point *A* est celui où la courbe coupe son diametre parallelement à l'ordonnée principale *GL*.

3°. Que toutes les droites menées, parallelement à cette ordonnée principale *GL*, entre les points *B* & *A*, rencontrent toujours la courbe en deux points *M* & *m*; au-lieu que toutes les droites menées, parallelement à cette ordonnée principale *GL*, au-delà du point *A*, du côté où les abscisses sont

* *Art.* 54. *premier Mém.* & 137. *n.* 3. † *Art.* 156.

sont positives, ou au-delà du point B, du côté où les abscisses sont négatives, ou bien entre les droites BT, GL, ne rencontrent jamais la courbe, à quelques distances qu'elles soient des points A & B. D'où il suit que la courbe en question n'a que deux branches BMA, BmA, qui se réunissent en A & en B, & une ovale infiniment petite, adhérante en B; ensorte que cette courbe pourroit être nommée *Ovale ponctuée* du 4me ordre, à cause qu'il y a, en B, une ovale infiniment petite, qui y est, pour ainsi dire, réduite en un seul point.

AVERTISSEMENT.

Nous finirons ici la théorie des Points multiples, dont les Lignes du 4me ordre sont susceptibles, en avertissant néanmoins que ce qu'on a dit (Proposition VII.) * *sur la maniere de trouver si une Ligne du 4me ordre a un, deux, ou trois points doubles, & (Proposition XIII.)* † *sur la maniere de trouver si une Ligne du 4me ordre a un point triple, peut s'appliquer aux Lignes algébriques d'un ordre quelconque. Il n'est même pas difficile de voir, 1°. Que la méthode indiquée dans l'Art. 152 de ce Mémoire, pour trouver si une Ligne donnée du 4me ordre a un point triple, peut aisément s'appliquer à ce Problême général:* Une Ligne algébrique de l'ordre n étant donnée, trouver si elle a un point multiple de l'ordre $n-1$. 2°. *Que la méthode, indiquée dans l'Art. 90 du second Mémoire, pour trouver si une Ligne algébrique du 4me ordre a des*

* *Art. 90. premier Mém.* † *Art. 152.*

des points doubles, peut aisément s'appliquer à ce Problême général: Une Ligne algébrique du *n*e. ordre étant donnée, trouver si elle a des points multiples, dont la multiplicité soit exprimée par $n-2$. 3°. *Enfin qu'on peut, en suivant la route qu'on a tenue dans la Solution des Problêmes des Art.* 90 *&* 152, *trouver celle qu'il faut tenir pour arriver à la Solution de celui-ci:* Une Ligne algébrique du *n*e. ordre étant donnée, trouver si elle a des points multiples, dont la multiplicité soit exprimée par $n-3$, ou par $n-4$, ou bien par $n-5$, ou par $n-6$, & ainsi des autres.

On donnera, dans les Sections qui suivront ce Mémoire, l'énumeration des Lignes du 4me ordre, tout ce qu'on a dit jusqu'ici n'étant encore que les Principes généraux sur lesquels cette énumeration est fondée. Il n'a pas été possible de faire imprimer tout l'Ouvrage dans les Mémoires d'une même année.

DE L'ADHERENCE

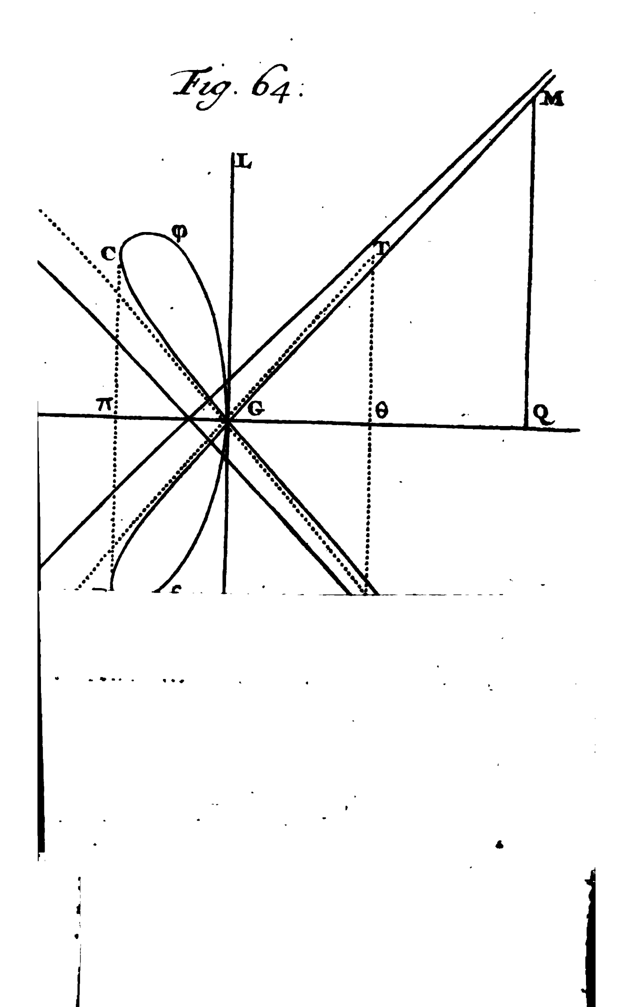
DES PARTIES DE L'AIR ENTRE ELLES,

Et de leur adhérence aux Corps qu'elles touchent.

Par M. PETIT le Medecin. *

DE toutes les choses nécessaires pour la continuation de notre vie, il n'y en a point

* 10 Fevrier 1731.

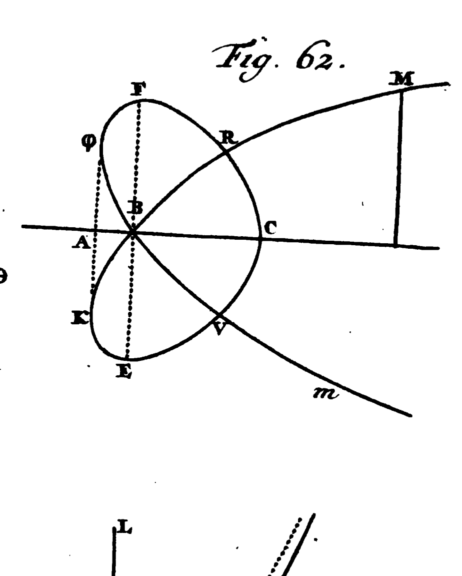

Fig. 64.
L
M
φ
C
T
π
G
θ
Q

68

θ

67

68



θ

L

67

point de plus importante que l'Air. Nous pouvons vivre plusieurs jours sans boire & manger, mais nous ne pouvons rester que quelques momens sans respirer. Il faut nécessairement de l'Air, pour conserver la circulation du Sang & des Esprits, en quoi consiste la vie. Ce fluide nous environne toujours, nous y sommes comme dans un bain perpétuel; il fait la principale partie de l'Atmosphere; il y est mêlé avec des parties aqueuses, salines, sulfureuses, terrestres, &c. * entre lesquelles coule la matiere éthérée qui en est, pour ainsi dire, l'ame, & qui avec l'Air, les entretient toutes en mouvement. Il entre dans la composition de tous les Corps animés & inanimés. C'est l'Air, aidé de la matiere éthérée, qui produit les changemens qui leur arrive. C'est par son ressort qu'il produit les ébullitions, les fermentations, les fulminations. Il est le principal agent dans la génération, la nourriture, l'accroissement, & le mouvement des Animaux, des Plantes & des Minéraux.

Toutes les nouvelles connoissances que nous pouvons nous procurer sur les propriétés de l'Air, nous seront toujours importantes. Nous connoissons son ressort qui fait sa condensation & sa raréfaction, & par lequel il opere tant de merveilles. Nous allons faire voir dans ce Mémoire, par des expériences, que les parties de l'Air sont adhéren-

* *V. Boyle tom 1. suspic. de latentib. quibusdam qualitat. aëris, p. 1.* où il dit qu'il n'y a peut-être point dans la Nature de corps plus hétérogene.

rentes à tous les Corps qu'elles touchent, & ſont auſſi adhérentes entre elles.

Il y a peu de perſonnes qui ne ſe ſoient apperçues des bulles d'air qui ſe forment au fond des vaſes dans leſquels on met de l'eau, & ſur les corps que l'on jette dans cette eau; mais on n'a pas pouſſé plus loin cette obſervation.

L'attention que j'ai à tout ce qui ſe paſſe dans mes expériences, m'a fait appercevoir, en faiſant des diſſolutions de Sels, qu'il ſe formoit des bulles d'air ſur la ſuperficie de ces Sels au fond de l'eau; mais encore, qu'il s'élevoit de tems en tems quelques-unes de ces bulles qui enlevoient perpendiculairement avec elles des molécules de Sel juſqu'à la ſuperficie de la liqueur, où les bulles ſe diſſipoient, & les molécules des Sels retomboient au fond de la liqueur. Cela ſe voit bien dans la diſſolution de Sel armoniac, & dans la diſſolution de Sublimé corroſif. J'ai obſervé la même choſe dans la diſſolution du Fer, du Zinc, des Yeux d'Ecreviſſe, du Corail, de la Chaux, dans l'Eſprit de Vitriol: mais pour le bien voir, il faut temperer ce diſſolvant avec égale partie d'eau; car lorſqu'il eſt pur, il agit d'une maniere confuſe & tumultueuſe, l'ébullition empêche que l'on ne diſtingue les parties métalliques ou terreſtres enlevées par les parties d'air.

On obſerve pluſieurs choſes dans ces expériences. 1°. Les bulles d'air ſont toujours plus groſſes que les molécules de Sels & de Métaux qu'elles enlevent. 2°. Les bulles d'air les plus groſſes enlevent de plus groſ-

ſes

ſes molécules. Il y a des bulles qui ont juſqu'à une ligne & demie de diametre, qui enlevent des molécules de Sels de demi-ligne d'épaiſſeur. 3°. Les bulles d'air s'étant élevées à la ſuperficie de la liqueur, ſe diſſipent en ſe réuniſſant à l'air extérieur; & les molécules que ces bulles ont enlevées, ſe précipitent dans le moment au fond de la liqueur *. 4°. Lorſque les bulles d'air ne ſe diſſipent pas, comme il arrive quelquefois, les molécules de Sel ou de Métal ne ſe précipitent pas, & reſtent attachées aux bulles d'air. 5°. Il y a des molécules qui ſe précipitent avant qu'elles ſoient parvenues à la ſuperficie de la liqueur. Elles abandonnent les bulles d'air, qui continuent leur chemin juſqu'à la ſuperficie de la liqueur; ce qui arrive lorſque les bulles d'air n'ont pas une groſſeur proportionnée à la peſanteur des molécules, qui ſe trouvant trop peſantes, ſe ſéparent facilement des bulles d'air. Cela ſe rencontre fréquemment dans la diſſolution des Métaux, & rarement dans la diſſolution des Pierres & des Sels. C'eſt pour cette même raiſon qu'il y a des bulles d'air qui reſtent au fond de la liqueur, attachées aux molécules des Sels & des Métaux, trop peſantes pour être enlevées par la bulle. 6°. Lorſque les bulles ſont fort groſſes, & qu'elles enlevent des molécules peſantes, il eſt facile de s'apperce-

* *V. Leeuwenhoek*, *tom.* 2. *pag.* 3. où il parle de la quantité d'air qui ſort d'un morceau d'Yeux d'Ecreviſſe gros comme un grain de Sable très fin, & qui eſt élevé à la ſuperficie de la liqueur par ces bulles, & qui retombe au fond après que les bulles ſont diſſipées.

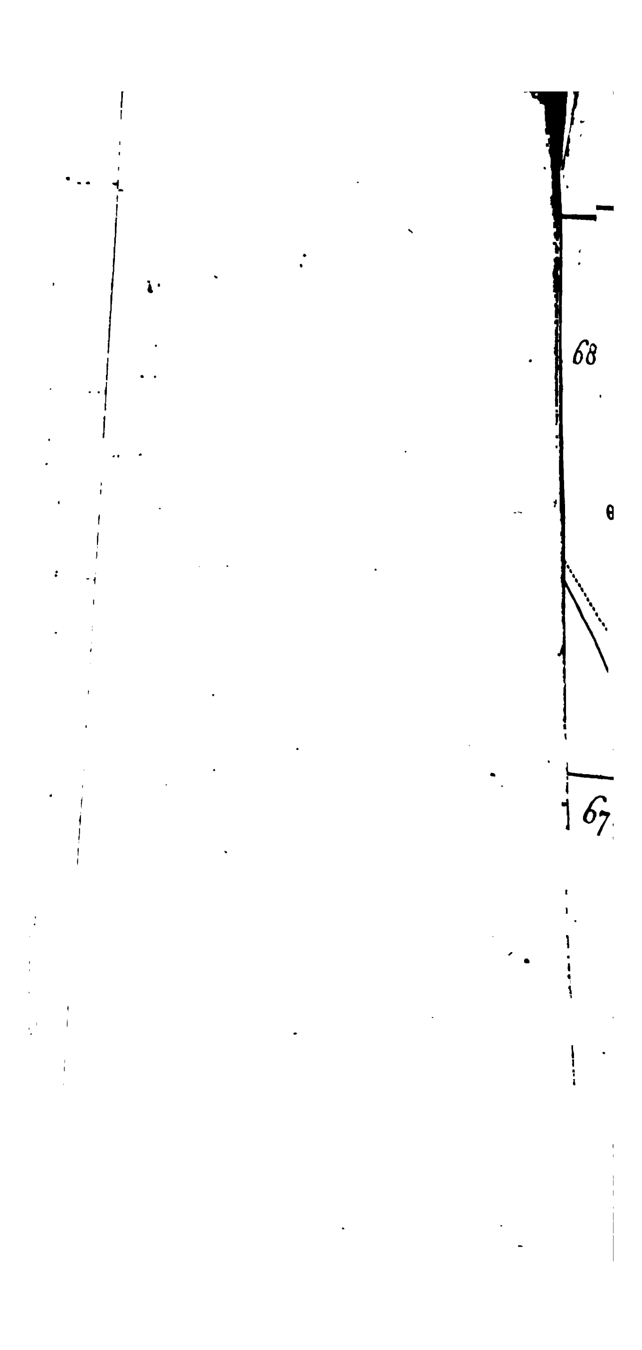

68
67

Fig. 62.

68.

67.

M
F
R
φ
B
C
A
θ
K
V
E
m
L

ceaux, qui n'ont pas produit de si grosses bulles que le Fer & l'Antimoine: il n'en paroissoit point du tout sur les parties de ces corps qui étoient bien polies. Nous verrons dans la suite de ce Mémoire qu'il y en a, mais elles sont si petites qu'elles échapent à la vue.

Il s'agit présentement de chercher la raison pourquoi il se forme de si grosses bulles sur les corps qui ont la superficie inégale. Cette inégalité ne consiste que dans des élévations & des enfoncemens dans lesquels l'air se loge, & y reste attaché. Aussi-tôt que ces corps sont sous l'eau, ils sont comprimés dans toute leur surface, l'eau pese dessus, & par conséquent sur l'air qui y est attaché, elle pousse cet air de tous les côtés, elle le chasse de tous les endroits les moins raboteux, selon qu'ils sont plus ou moins inclinés; enfin de quelque maniere que l'eau agisse sur l'air, elle le presse, & le rassemble en des molécules qui, aidées par la pression de la matiere éthérée, les rendent sphériques, ou à peu près sphériques, & dont la partie inférieure & laterale est attachée dans le fond des petites cavités de ces corps. Il ne faut pas s'étonner si les bulles sont d'autant plus grosses que ces cavités sont grandes, car pour lors elles assujettissent d'autant plus de parties d'air. Il n'y a que des bulles très fines sur des corps polis, parce que la pression est égale dans toute l'étendue de la surface, & qu'elles n'y sont adhérentes que par des bases très étroites.

J'ai dit que l'eau pousse & rassemble l'air en

en bulle, en le détachant de la ſuperficie des corps polis. Voici des expériences qui peuvent appuyer cette conjecture.

Je prends une boule de Verre de Thermometre, dont le col a environ 1 pouce de longueur, & 2 lignes de diametre intérieur. J'attache avec du maſtic un plomb au bas de la boule, pour la tenir facilement dans l'eau; je plonge cette bouteille, le col en-bas, dans le col d'une autre bouteille pleine d'eau. Je remarque, 1°. Que l'eau repouſſe l'air dans le goulot, à proportion de la profondeur où l'on met le goulot de la bouteille, par la compreſſion que l'eau y fait. 2°. Que l'eau qui touche l'air dans le goulot fait d'abord un plan avec l'air, après quoi on s'apperçoit que l'eau pouſſe l'air, & le chaſſe de la ſurface interne du goulot. Si le goulot eſt bien ſec, cet air devient peu à peu convexe, & l'eau qui le touche eſt concave.

Il n'arrive pas la même choſe, ſi l'on plonge la bouteille le goulot en-haut. L'eau qui peſe ſur l'air ne le condenſe pas comme dans l'expérience précédente, mais l'on voit dans cette derniere que l'eau détache peu à peu les parties de l'air de la ſurface interne du goulot de la bouteille.

Si l'on ſe ſert de bouteilles, dont le goulot ſoit de plus de 2 lignes de diametre, comme de 2 lignes ½ & plus, l'eau s'écoule peu à peu dans le fond de la bouteille, & pouſſe l'air au dehors du goulot, où il fait un mammelon, qui ayant plus de liberté de ſe dilater que dans le goulot où il eſt contraint, ſe détache tout d'un coup, & dans ce moment

on voit très clairement l'eau qui s'écoule dans le globe de la bouteille entre l'air & la surface interne du globe, puis l'eau coule plus doucement, & d'une maniere presque invisible, & recommence à repousser l'air au dehors jusqu'à ce qu'il s'en sépare une bulle. Ainsi l'air sort de la bouteille par vibrations, qui se font d'autant plus vîte que le goulot est plus large; si l'on examine ce goulot par sa partie supérieure, on remarque un espace entre l'air & la surface interne du goulot.

Ce qui prouve encore ce que je viens de dire, c'est que si la bouteille que l'on plonge dans l'eau est bien seche intérieurement, la premiere vibration est plus longtems à se faire, parce qu'il faut un peu de tems pour que l'eau puisse détacher l'air de la surface du Verre.

Quelques Physiciens ont dit que les corps qui tombent dans l'eau y entrainent de l'air, & qu'ils en entrainent d'autant plus que ces corps sont gros, & qu'on les laisse tomber de plus haut; ce qu'ils ont remarqué en faisant des expériences avec des balles de Plomb. Il est bien vrai que ces corps entrainent de l'air avec eux: mais il n'y a point de proportion entre la petite quantité d'air que ces corps entraînent avec eux, & la grosseur & la quantité de bulles qui s'élevent de l'eau en laissant tomber de fort haut une balle de Plomb dedans; ce n'est point cet air qui produit ces grosses bulles. En voici la cause.

Plus les corps qu'on laisse tomber dans l'eau sont gros, plus il s'éleve d'air de l'eau; & il s'en éleve d'autant plus qu'on les laisse tom-

tomber de plus haut, qu'ils sont d'une matiere plus pesante, & que leur superficie est plus inégale. Mais on n'a pas pris garde, 1°. Que plus les corps sont gros, & qu'ils tombent de plus haut, plus ils frappent rudement la superficie de l'eau qu'ils écartent avec d'autant plus de force & de quantité sur les côtés du vase, d'où elle revient vers le milieu, en formant une espece d'arc ou de voûte qui fait qu'elle envelope d'autant plus d'air que cet arc est grand. 2°. Que cet air envelopé forme plusieurs bulles plus ou moins grosses, qui suivent ce corps à proportion de leur grosseur: les plus petites le suivent plus profondément dans l'eau, & les plus grosses s'élevent avec plus de vîtesse à la superficie de l'eau. Et ce qui prouve que c'est l'eau écartée qui envelope beaucoup d'air en revenant sur elle-même, c'est que si on les laisse tomber doucement & très près de la superficie de l'eau, il ne s'éleve que peu ou point de bulles, & il se trouve de petites bulles formées sur ces corps au fond de l'eau, comme nous l'avons dit ci-dessus.

Ce n'est donc point l'air adhérent aux corps que l'on laisse tomber dans l'eau, ou celui qu'ils entrainent, qui produit ces grosses bulles; car si l'on mouille ces corps, & que par ce moyen on chasse tout l'air qui y est adhérent, avant de les laisser tomber dans l'eau, ils ne laissent pas de produire la même quantité de bulles qu'ils ont produit étant secs, suivant les differentes hauteurs qu'on les laisse tomber.

Il ne se forme point de bulles sur les corps

secs qu'on laisse tomber à ces hauteurs dans l'eau, comme il s'en forme lorsqu'on les y laisse tomber près de la superficie de l'eau & doucement, parce que l'air attaché à ces corps en est chassé en frappant l'eau rudement, & par le mouvement & les secousses excitées dans l'eau.

Puisque l'air se rend adhérent à la superficie des Métaux, on ne doit plus être étonné de voir nager sur l'eau des Aiguilles de Fer & d'Acier que l'on y expose doucement, quoique le Fer & l'Acier soit sept fois & demi ou environ plus pesant que l'eau.

Si l'on examine bien une Aiguille qui nage sur l'eau, on remarque, 1°. Qu'elle y est un peu enfoncée par sa pesanteur, qui forme autour de l'Aiguille une courbure à l'eau, & dénote la pression que l'Aiguille fait par son poids, qui fait effort pour diviser les parties de l'eau qui sont adhérentes entre elles, & qui résistent à leur division. On remarque, 2°. Qu'il n'y a que le dessous de l'Aiguille qui touche l'eau qui s'y est rendue adhérente, en chassant & poussant les parties d'air vers les côtés où l'on voit les inégalités qu'elles produisent sur l'eau, & qui empêchent les parties de l'eau de s'y attacher. Il y a donc deux causes qui font nager l'Aiguille sur l'eau. 1°. L'adhérence des parties de l'eau entre elles, qui résiste au poids de l'Aiguille qui fait effort pour la diviser. 2°. L'adhérence des parties de l'air autour de l'Aiguille, qui empêche les parties de l'eau de la surmonter, ce qui est absolument nécessaire pour faire couler l'Aiguille au fond de l'eau.

Si

Si l'on retranche une de ces deux causes, l'Aiguille tombera au fond de l'eau. 1°. Il n'y a qu'à trouver le moyen d'empêcher que les parties de l'eau ne soient point si adhérentes entre elles, & pour cela il faut faire chauffer l'eau; la raréfaction que la chaleur produit dans l'eau, en écarte un peu les parties les unes des autres, elles ont pour-lors moins d'adhérence ou point du tout entre elles, & sont divisées avec facilité par le poids de l'Aiguille qui tombe au fond de l'eau.

2°. Si l'on humecte l'Aiguille avec de l'eau avant de la poser sur l'eau, elle ne pourra jamais s'y soutenir pendant une demi-seconde. Qu'a-t-on fait en mouillant l'Aiguille? on a chassé les parties de l'air qui y étoient adhérentes, & l'eau a pris la place de l'air; ainsi l'eau, qui n'a plus d'air à chasser de la surface de l'Aiguille, la surmonte facilement, s'y éleve, appuye dessus, & la précipite au fond de l'eau. On produit le même effet en chauffant l'Aiguille; car la chaleur, en raréfiant l'air, augmente le mouvement de ses parties les unes à l'égard des autres, il perd une partie de son adhérence avec le Fer, & en est chassé facilement par l'eau.

Les corps nagent avec d'autant plus de facilité sur l'eau, qu'ils ont plus de surface par rapport à leur pesanteur; non seulement parce qu'il y a une plus grande quantité de parties d'air adhérente à ces corps, mais encore parce qu'ils ont plus de parties d'eau à diviser. J'ai mis des Epingles sur l'eau, qui pesoient deux grains, & qui avoient 16 à 17 lignes de longueur, elles ont nagé sur l'eau;

 mais

mais celles qui pesoient 3 grains, & qui n'avoient pas plus de longueur, n'ont pu s'y soutenir : néanmoins des lames de Cuivre d'un bien plus grand poids, s'y sont soutenues à cause de leur grande surface. J'ai pris une lame de Cuivre épaisse d'un quart de ligne, large de 2 lignes ¼, longue de 4 pouces, c'est 396 lignes, qui font 2 pouces ¾ de surface, elle pesoit 30 grains, elle a nagé sur l'eau; néanmoins un filet de Cuivre quarré qui pesoit 28 grains, épais d'une ligne, long de 4 pouces, n'a pu nager sur l'eau, parce qu'il a moins de surface.

Une autre lame de Cuivre, longue de 6 pouces, large de 7 lignes, c'est 504 lignes de surface, qui font 3 pouces ½, épaisse d'un demi-tiers de ligne, qui pesoit 2 gros 25 grains, a fort bien nagé sur l'eau.

Après ces expériences, on ne sera pas étonné de voir nager sur l'eau des corps de moindre poids & d'une bien plus grande étendue & de surface.

Il y a environ cinq ans que je communiquai à M. de Reaumur mes expériences sur l'adhérence des parties de l'air; il me dit qu'en faisant des expériences avec des feuilles d'Or, il en avoit mis une sur l'eau: elle y nageoit très bien, & ne put couler à fond, quelque chose qu'il pût faire. Il mit sur cette feuille de la grenaille de Plomb une certaine quantité, qu'elle soutint fort bien sur l'eau; mais en ayant mis davantage, elle coula à fond: ensuite il remarqua que les coins de cette feuille, où il n'y avoit point de grenaille, s'élevoient du fond de l'eau

vers

vers sa superficie. Il fit l'expérience d'une autre maniere. Il mit une feuille d'Or au fond d'un vaisseau, il la chargea de grenaille de Plomb, & n'en mit point sur les coins, il versa de l'eau dans ce vaisseau; la feuille d'Or resta au fond, mais les coins se releverent.

J'ai répété les mêmes expériences non seulement avec des feuilles d'Or, mais aussi avec des feuilles d'Argent, de Cuivre, d'Etain & de Plomb. J'ai pris une feuille d'Or quarrée qui avoit 3 pouces 3 lignes de largeur, cela fait 10 pouces $\frac{1}{2}$ de surface, elle pesoit $\frac{1}{4}$ de grain *. Je l'ai mise sur l'eau, je l'ai chargée de petites pieces de Cuivre en filets & en plaques, elle a soutenu la pesanteur de 4 gros; mais en ajoutant quelque chose de plus, elle a coulé à fond. Elle en soutiendroit davantage, si ces feuilles ne se fendoient pas avec tant de facilité. Il faut se servir de pieces de Cuivre, ou d'autre métail, menues & longues, & les bien ranger dans toute l'étendue de la feuille, & de cette maniere elles soutiennent un plus grand poids. J'ai mis une feuille d'Or au fond du vaisseau, sans la charger d'aucun poids; j'ai versé de l'eau dans le vaisseau, la feuille s'est élevée dans le moment sur l'eau, quelque précaution que j'aye pris pour verser l'eau le plus doucement qu'il a été possible; bien plus, c'est que j'ai placé cet-

* Boyle, au rapport de Gravesende, *tom.* I. *p.* 7. dit que 50 pouces quarrés de feuilles d'Or pesent seulement un grain.

M. de Reaumur a trouvé qu'un grain d'Or battu en feuilles avoit une étendue de 36 pouces quarrés & demi & 24 lignes quarrées. *Mém. de l'Acad.* 1713. *p.* 203.

cette feuille au fond du vaiſſeau, je l'ai chargée juſqu'à un certain point, j'ai verſé de l'eau dans le vaſe, la feuille s'eſt élevée ſur l'eau, & a enlevé le poids dont elle étoit chargée. Si on la charge d'un plus grand poids, & ſeulement le milieu, de la maniere dont je viens de le dire, ſi on verſe l'eau doucement, la feuille reſte au fond, mais les bords n'étant point chargés, ſe relevent vers la partie ſupérieure de la liqueur. J'ai examiné la ſurface de ces coins avec une bonne Loupe; j'y ai vu, mais fort obſcurément, de petites bulles d'air plus fines les unes que les autres, & en petite quantité. On ne les voit pas en Hiver comme en Eté, ou très peu, à cauſe de la condenſation de l'air: il y en a ſans doute un bien plus grand nombre, que l'on ne peut appercevoir à cauſe de leur extrême petiteſſe.

J'ai fait la même expérience avec une feuille d'Argent quarrée, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces ¼ de ſurface, elle peſoit demi-grain; étant chargée, comme je l'ai dit, de la feuille d'Or, elle a ſoutenu le poids de 5 gros ½. J'ai mis une pareille feuille au fond du vaiſſeau, que j'ai chargée de 6 gros peſans; les bords ſe ſont relevés comme celle de l'Or, après y avoir verſé de l'eau, & reſtent en cet état tant qu'on n'y touche pas. Je les ai facilement abbaiſſées & aſſujetties au fond du vaſe; mais pour peu que l'on remue le vaiſſeau, ou l'eau qui eſt dedans, les bords de la feuille ſe relevent & ſe tiennent relevés.

Les feuilles de Cuivre ont produit le même

me effet. Elles ne pesent pas plus que celles de l'Argent, elles sont néanmoins plus fermes, & ne se cassent pas avec tant de facilité que celles de l'Or, de l'Argent & de l'Etain; c'est ce qui fait qu'étant étendues sur l'eau, on peut les charger d'un plus grand poids. Une de ces feuilles soutient environ une once pesant, sans couler à fond.

Une feuille d'Etain, longue de 3 pouc. $\frac{4}{25}$ large de 3 pouc. 7 lignes, cela fait 13 pouces $\frac{100}{144}$, à peu-près $\frac{2}{3}$ de surface, pesant 6 grains, a soutenu le poids d'un plus de 6 gros.

Une feuille de Plomb, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces $\frac{1}{4}$ de surface, & qui pesoit 14 grains, a nagé sur l'eau, & y a soutenu le poids de 7 gros. J'ai mis une de ces feuilles au fond du vaisseau, je ne l'ai chargée d'aucun poids, j'ai versé de l'eau très doucement, la feuille est restée en cet état; mais sans cette précaution, la feuille s'éleve sur l'eau, & y reste. Si sans charger les coins de cette feuille, on la tient assujettie au fond de l'eau avec un poids, les coins se relevent en versant l'eau un peu moins doucement, mais ils retombent peu-à-peu; ce qui qui n'arrive pas aux feuilles d'Or, d'Argent, de Cuivre & d'Etain.

A considerer la grande surface de ces feuilles, joint à la legereté dont elles sont, il semble d'abord qu'elles peuvent être soutenues par la seule adhérence des parties d'eau entre elles qui résistent à leur division; mais il est difficile de bien comprendre comment ces feuilles, étant posées au fond du vaisseau, se relevent sur l'eau que l'on verse dans ce

vais-

vaiſſeau, principalement ſi l'on verſe l'eau deſſus la feuille d'Or, enſorte qu'elle la couvre entierement avant qu'elle puiſſe ſe relever; & comment elles ſe relevent chargées d'un poids aſſez conſiderable, qu'elles enlevent avec elles. Il ſemble que lorſque ces feuilles ſont une fois recouvertes d'eau, la même adhérence des parties d'eau, jointe à leur poids, devroit empêcher ces feuilles de ſe relever, de même qu'elle les empêche de tomber au fond, lorſqu'elles ſont ſur l'eau; car l'adhérence des parties de l'eau doit avoir la même force pour réſiſter à l'élévation de la feuille, qu'elle en a pour empêcher ces feuilles d'Or d'être précipitées par leur peſanteur ſpécifique, qui eſt dix-neuf fois plus forte que celle de l'eau: il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui oblige ces feuilles de s'élever. Cette force n'eſt ſans doute autre choſe que des molécules d'air aſſez fines pour échaper à notre vue, & qui, toutes inviſibles qu'elles ſont, ne laiſſent pas de vaincre par leur légereté la peſanteur de ces corps. Voici une expérience qui peut appuyer ma penſée. J'ai pris une feuille d'Or, je l'ai chiffonnée entre mes doigts, j'en ai fait un peloton, que j'ai preſſé de toutes ſortes de manieres; je l'ai jetté dans l'eau, j'ai fait ce que j'ai pu pour le faire aller au fond, il a toujours nagé ſur l'eau. Je me ſuis bien imaginé qu'il y avoit encore beaucoup de parties d'air que je ne pouvois chaſſer par ce moyen, car je ne faiſois au plus que les preſſer avec mes doigts, & ſuppoſé que je l'euſſe chaſſé, il en revenoit s'attacher de nouveau

auſſi-

aussi-tôt que je retirois mes doigts de dessus le peloton; ce qui m'a obligé de presser ce peloton dans l'eau pour l'humecter, & pour chasser par ce moyen, tout l'air qui pouvoit y être encore adhérent: je l'ai remis dans l'eau, il est tombé au fond. La chose a réussi de même avec des feuilles d'Argent, de Cuivre, d'Etain; mais pour la feuille de Plomb, après l'avoir un peu chiffonnée sans l'humecter, elle est tombée au fond de l'eau, & y est restée.

Les expériences que j'ai faites avec l'huile d'Olive & l'huile d'Amande douce, prouvent encore assez bien, que la seule adhérence des parties d'eau entre elles ne peut faire nager sur l'eau des feuilles d'Or & d'Argent chargées d'un poids médiocre. Ces huiles ont moins de fluidité que l'eau commune, elles paroissent plus visqueuses; les parties qui les composent, ont sans doute plus d'adhérence entre elles que celles de l'eau, & quoique ces huiles soient plus légeres que l'eau (elles sont à l'eau environ comme 12 à 13, l'huile d'Amande douce est pourtant un peu plus pesante que l'huile d'Olive,) je comptois que l'adhérence de leurs parties suppléeroit à leur légereté. Les feuilles d'Or & d'Argent ont fort bien nagé sur ces huiles, mais il n'a fallu qu'un filet de Cuivre pesant deux grains pour couler à fond une feuille d'Or quarrée qui avoit 16 lignes de largeur, c'est 256 lignes de surface, ce qui fait environ un pouce $\frac{3}{4}$. Il n'a fallu que 10 grains pesant de filets de Cuivre pour couler à fond une feuille d'Argent quarrée qui avoit 20 lignes de

largeur, c'eſt 400 lignes de ſurface, qui font 2 pouces $\frac{1}{4}$ ou environ.

Lorſque ces feuilles ont été au fond de l'huile, leurs coins ſe ſont relevés, & ont reſté en cet état.

J'ai mis de pareilles feuilles au fond d'une terrine de terre verniſſée, ſans les charger d'aucun poids; j'ai verſé de l'huile d'Amande douce deſſus, les feuilles ſe ſont relevées, mais non pas juſqu'à la ſuperficie de l'huile, elles ſe ſont tenues aſſez près du fond: c'eſt ſans doute l'adhérence des parties de l'huile qui les a empêchées de s'élever plus haut.

Il n'y a que les feuilles d'Or & d'Argent qui ſe ſoient ſoutenues ſur l'eſprit de Vin, mais elles n'ont pu ſoutenir la peſanteur d'un grain ſans couler à fond; les coins des feuilles ſe ſont pourtant relevés vers la ſuperficie de la liqueur comme elles font dans l'eau, ce qui marque toujours l'adhérence des parties de l'air aux feuilles d'Or & d'Argent, &c.

Puiſque les Métaux nagent ſi facilement dans les liquides, on ſe perſuaderoit aiſément que tous les autres corps durs y nagent de même, quand l'expérience ne nous en convaincroit pas.

L'air s'attache non ſeulement aux corps durs, mais encore aux liquides. L'on ne doute point préſentement qu'ils ne contiennent une grande quantité d'air. L'Eau, le Vin, l'Eſprit de Vin, l'Huile de Terebenthine, en contiennent beaucoup; & cet air eſt ſemblable à celui que nous reſpirons, avec cette difference, qu'il eſt fort condenſé dans l'eau & dans tous les autres liquides. Comment

l'air,

l'air, qui eſt d'une ſi grande légereté, peut-il être renfermé entre les parties de ces liquides? comment peut-il y être retenu malgré ſa légereté? s'il n'y avoit quelque force qui l'y retienne, il s'éleveroit bien vîte au-deſſus des parties du liquide. On aura beau dire que la preſſion de l'air extérieur ſur l'eau peut retenir l'air qui eſt dans les pores de l'eau, & l'empêcher de s'échaper; ſi cela étoit, il n'y auroit point de corps léger que cette preſſion ne puiſſe retenir, d'autant plus qu'ils ſont beaucoup plus peſans que l'air: nous avons vu le contraire dans les expériences précédentes: d'ailleurs, tout l'air qui eſt dans l'eau devroit s'échaper après avoir pompé l'air extérieur qui preſſe ſur l'eau; il eſt vrai qu'il s'en échape, mais en ſi petite quantité lorſque l'eau eſt froide, qu'on pourroit bien ſoupçonner que ce n'eſt pas la millieme partie de ce qu'il en ſort lorſque l'eau eſt chaude. Il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui retienne celui qui ne s'échape pas. Cette force ne peut être que l'adhérence qui ſe trouve entre les parties de l'air & celles de l'eau; il ſemble même qu'il y ait pluſieurs degrés d'adhérence, qui me paroiſſent venir de ce que l'air eſt enfermé & diviſé dans l'eau, non ſeulement par particules, mais encore par molécules formées par un aſſemblage de particules; & ſuivant le plus ou le moins de particules qui s'uniſſent enſemble, il ſe forme des molécules plus ou moins groſſes, ce qui ſe reconnoit aſſez par les bulles de differentes groſſeurs qui s'élevent dans l'eau, lorſqu'on la met dans le vuide. L'adhérence en-

entre les particules d'air & l'eau est plus forte que celle qui est entre les molécules d'air & l'eau, parce que les particules présentent à l'eau plus de surface à proportion que les molécules sont plus petites; ainsi l'adhérence est d'autant moins forte que les molécules sont plus grosses.

Pour avoir des preuves de ce que j'avance, examinons ce qui se passe dans l'eau dont on pompe l'air. Je mets de l'eau froide dans un vaisseau que j'expose sous un récipient sur la machine du vuide, & après avoir pompé environ la moitié de l'air qui est dans le récipient, il se forme des bulles d'air dans l'eau, qui s'élevent ordinairement du fond de l'eau jusqu'à sa superficie où elles se dissipent. Je continue de pomper l'air, il se forme d'autres bulles, quelquefois en plus grande quantité, mais plus en Eté qu'en Hiver: les plus petites que l'on voit, ont ¼ de ligne, ½ ligne, & même une ligne de diametre, les plus grosses ont jusqu'à 2 lignes; mais toutes ces bulles ne font pas une grande effervescence, parce qu'elles ne sont pas dans une assez grande quantité ni assez grosses: plus elles sont petites, plus elles sont rondes. Lorsque l'on a fait le vuide, il ne monte plus de bulles, ou très peu, quelque tems que l'on y tienne l'eau.

Si l'on retire cette eau, qu'on la fasse tant soit peu chauffer, & qu'on l'expose sur la machine du vuide, on la voit se raréfier, à mesure que l'on pompe l'air du récipient; les bulles sont grosses, quelquefois de 7 ou 8 lignes de diametre, selon que l'eau est chau-

de,

de, & font une plus grande effervescence que lorsque l'on fait bouillir de l'eau sur le feu, à quelque degré de feu que ce soit. Cette effervescence continue tant que l'eau est chaude, elle diminue à mesure qu'elle se refroidit, & enfin cesse lorsqu'elle est presque froide.

Après avoir vu sortir une si grande quantité d'air, on seroit volontiers porté à croire que tout l'air que cette eau contenoit s'est échapé, & cela devroit être si toutes les molécules d'air contenües dans l'eau étoient de la même grosseur, & s'il n'y avoit point d'adhérence entre les parties d'eau & ces molécules; mais si l'on fait derechef chauffer cette eau, & qu'on la remette dans le vuide, il en sort la même quantité d'air qu'on en a tiré, si l'on a pris la précaution de la rendre plus chaude que la premiere fois; car si on ne lui donne que la même chaleur, on ne retirera que peu ou point d'air, & l'eau ne fera effervescence que lorsque l'air du récipient est presque entierement évacué, au-lieu que la premiere fois qu'on la fait chauffer, l'eau se met à bouillir au troisieme, & quelquefois au second coup de pompe, selon la quantité d'air que contient le récipient, & le diametre de la pompe. Il en est de même de la troisième fois qu'on la fait chauffer, car il faut qu'elle soit plus chaude qu'elle n'étoit lorsqu'on l'a mis la seconde fois; & malgré cela, après quelques coups de pompe, elle cesse de faire effervescence, quoique l'eau soit encore aussi chaude que lorsqu'on l'y a mise la premiere fois. Si l'on continue de

de la mettre dans le vuide, il faut qu'elle soit de plus chaude en plus chaude. Quelqu'un dira peut-être, que sans s'amuser à la faire chauffer tant de fois, il n'y a qu'à la rendre tout d'un coup bien chaude, afin de faire d'abord sortir tout l'air qu'on en veut retirer: mais cela ne se peut, car pour-lors, quelque ménagement qu'on puisse apporter en pompant l'air, l'ébullition devient si forte, & l'effervescence si grande, que l'eau s'éleve par dessus le vaisseau, il s'en perd quelquefois tout d'un coup plus des trois quarts, ensorte qu'il n'en reste pas assez pour tenter d'autres expériences, & principalement si le vaisseau qui contient l'eau est étroit. J'en choisis de bien larges & de bien hauts, autant que le plus grand de mes Récipients le peut permettre; je n'y mets que le tiers ou la moitié d'eau qu'il peut contenir; & malgré tout le ménagement que j'y apporte, l'eau se perd peu à peu, l'air en enleve la plus grande partie par évaporation, & l'on retire de l'air tant qu'on a de l'eau à faire chauffer pour remettre dans le vuide.

Malgré la grande condensation que l'air souffre dans l'eau, il n'y a point lieu de douter qu'il sortiroit entierement de l'eau, même de l'eau froide, s'il n'y avoit pas de l'adhérence entre l'air & l'eau, & comme je l'ai dit, plusieurs degrés d'adhérence; & voici la raison pourquoi il sort plus facilement & en plus grande quantité de l'eau chaude.

L'eau ne devient chaude que parce qu'il s'y introduit quantité de matieres éthérées, dont les parties sont dans un mouvement très

vio-

violent qu'elle communique à celle qui est dans l'eau: les parties de l'air qui sont dans l'eau sont raréfiées, leur volume est augmenté, elles écartent les parties de l'eau, augmentent leur mouvement de liquidité, & leur font perdre une partie de leur adhérence. Tant que cette eau chaude est à l'air libre, la pesanteur de l'athmosphere retient l'air qui est dans l'eau à un point de condensation qui ne lui permet pas de s'échaper; mais si-tôt qu'on met cette eau dans le vuide, l'air qu'elle contient se raréfie & s'échape des pores de l'eau.

Ce que je viens de dire de l'adhérence de l'air avec l'eau, se doit entendre à peu près de même de l'adhérence de l'air avec le Vin, l'Huile de Terebenthine, l'Esprit de Vin, les dissolutions de Sels, & toute autre liqueur, telle qu'elle soit; avec cette difference, qu'il est moins condensé dans le Vin, l'Huile de Terebenthine & l'Esprit de Vin, & toutes les liqueurs qui en participent, & qu'il est plus condensé dans les dissolutions de Sels dans l'eau. En voici la preuve.

L'air s'échape avec une plus grande facilité du Vin & de l'Huile de Terebenthine que de l'eau, lorsqu'on les met dans le vuide, mais il s'échape bien plus facilement de l'Esprit de Vin que de toute autre liqueur: il ne s'échape pas si facilement des dissolutions de Sel commun, de Salpêtre & des autres Sels & des Eaux fortes, que de l'eau; l'Huile de Tartre par défaillance est la dissolution dont l'air se sépare moins facilement.

Voilà

Voilà donc les parties de l'air adhérentes aux corps solides, & aux corps liquides.

Quoique nous ayons vu ci-dessus que les parties de l'air sont adhérentes entre elles, nous allons en rapporter encore des preuves qui me paroissent mériter quelque attention. L'on sait, en bonne Physique,* que les corps liquides different des fluides, en ce que les parties insensibles des fluides n'ont aucun mouvement les unes à l'égard des autres: on le voit dans la limaille des Métaux, le Sablon, le Verre & toutes sortes de Pierres pilées qui ne sont composées que des molécules de ces corps solides séparées les unes des autres. Les parties insensibles dont ces molécules sont formées, sont adhérentes entre elles, & dans le repos les unes à l'égard des autres: mais dans les liquides, les parties insensibles sont toujours en mouvement les unes à l'égard des autres; elles sont néanmoins adhérentes entre elles, comme nous l'avons dit, de maniere que cette adhérence ne les empêche pas de glisser les unes sur les autres, parce que la matiere éthérée qui circule dans les pores des liquides est presque en équilibre avec celles qui poussent les parties de ces liquides les unes contre les autres, ce qui produit une union plus ou moins légere entre ces parties, selon que leur surface forme des pores plus ou moins grands, & qu'il y circule plus ou moins de matiere éthérée, en quoi consiste le plus ou le moins de liquidité.

Nous

* *V. Mariotte.*

Nous avons rapporté dans le Mémoire * de l'élévation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires, des expériences qui prouvent l'adhérence des parties de l'eau du Mercure & les autres liquides. Nous avons fait voir, 1°. Que ces liquides se rendent adhérens aux corps qu'ils touchent. 2°. Que ces liquides, réduits en gouttes, affectent une figure ronde. 3°. Qu'aussi-tôt que deux gouttes d'eau, de Mercure, d'Huile, &c. se touchent, elles se confondent dans le moment, & ne forment qu'une seule goutte, ce qui est une suite nécessaire de leur agitation continuelle & de l'adhérence des parties qui les composent: c'est ce que nous ne voyons point dans les fluides. L'air a les mêmes propriétés que ces liquides, & de la connoissance de toutes ces propriétés, nous en pouvons déduire, par l'analogie, l'adhérence de ses parties entre elles.

1°. Les parties de l'air se rendent adhérentes aux corps qu'elles touchent, nous venons de le faire voir. 2°. Les parties de l'air, réduites en gouttes ou molécules, affectent une figure ronde. 3°. Aussi-tôt que deux bulles ou molécules d'air se touchent, elles se confondent, & ne forment plus qu'une seule bulle, on le voit dans les bulles qui se forment dans l'eau & le Mercure; ce qui ne peut venir que de l'agitation continuelle de leurs parties insensibles, & de leur adhérence les unes à l'égard des autres, comme nous l'avons dit des autres liquides. L'air est donc un

* *V. Mém. de l'Acad.* 1724. *p.* 134. & *suiv.* *Mém.* 1731.

un corps liquide, & non pas un fluide, comme l'ont avancé de très savans hommes.

Puisque l'air se rend adhérent avec tant de facilité aux corps qu'il touche, nous n'avons plus lieu de nous étonner de la suspension des corps durs dissous dans les liquides. Il ne sera pas difficile de se persuader que des parties insensibles & d'une extrême petitesse puissent être soutenues par l'adhérence des parties de l'air & par l'adhérence des parties du liquide ou dissolvant. Les parties de l'air qui se trouvent dans le dissolvant & le corps dissous, se rendent adhérentes aux parties du corps à mesure qu'il se dissout. Les parties du dissolvant contractent la même adhérence que l'air avec les parties du corps dissous, & l'adhérence des parties du dissolvant entre elles apporte encore un obstacle à la précipitation des parties du corps dissous. En voilà autant & plus qu'il n'en faut pour la suspension des parties de l'Or, du Mercure & des autres corps solides, dans les liqueurs où ils sont dissous.

L'on ne doutera point que les parties de l'eau & des autres corps répandus dans l'athmosphere, environnées de parties d'air, n'y soient soutenues par l'adhérence de ces mêmes parties d'air: ce qui nous donnera une grande facilité pour l'explication de plusieurs Phénomenes qui regardent les Liquides.

RECHERCHES SUR LA CONSTRUCTION DES COMBLES DE CHARPENTE.

Par M. COUPLET *.

LE défaut que j'ai remarqué dans les Toits de presque tous les Bâtimens ordinaires, m'a fait penser à chercher le moyen d'y remédier.

Le défaut de ces Toits est que leur charge fait toujours plier ou surbaisser la piece de bois nommée *Panne*, qui est placée, lorsqu'elle est seule, à peu près sous le milieu de la longueur des Chevrons pour les soutenir.

Le fléchissement de la Panne occasionne nécessairement le fléchissement du Faîte, comme l'on s'en apperçoit dans presque tous les Bâtimens, où ce défaut n'est que trop commun.

Pour remédier en quelque sorte au fléchissement de ces Pannes, on pourroit les faire d'un plus gros équarrissage qu'on ne les fait ordinairement, ou diminuer la grandeur des Travées.

Mais ces Pannes, si grosses qu'elles soient, ce-

* 17 Fevrier 1731.

cederont enfin, tant à leur propre poids, qu'à la charge qu'elles ont à soutenir, surtout lorsqu'elles auront une portée considerable, & particulierement, si elles sont vertes, comme on les employe assez ordinairement dans les campagnes, où l'on est en usage de ne couper les bois que pour remédier sur le champ aux besoins actuels ou de rédifier, ou de construire, ne voulant ou ne pouvant point se donner le tems de les laisser secher, ce qui demande plusieurs années; d'ailleurs les Pannes d'un si grand équarrissage deviendroient trop cheres.

Mais si, sans avoir recours à des Pannes d'un trop gros équarrissage, ou à la diminution des travées, l'on pouvoit trouver un moyen de former les Combles, tels, que les Pannes, qui dans les constructions ordinaires fléchissent toujours les premieres, ne fussent employées uniquement que pour maintenir la forme du Toit, sans en souffrir aucune charge, je crois qu'il seroit à propos de l'employer, puisque dans cette construction, on auroit non seulement l'avantage de remédier à ce fléchissement ordinaire des Pannes en général, mais encore celui que les moindres brins suffiroient pour leur être substitués, & ces petits brins, qui seroient très communs, seroient en même tems à bon marché. Je ne compte point la charge dont on soulageroit les Murailles qui les doivent porter, car dans ce cas les Arêtiers & Arbalêtriers, même les Fermes entieres pourroient être de plus foible équarrissage qu'elles ne sont ordinairement, attendu que la char-

ge

ge qu'elles ont actuellement à porter, feroit de beaucoup diminuée dans cette nouvelle construction.

La construction que je propose, est de faire les Combles en Mansarde, de maniere que la Panne, qui dans ce cas est nommée *Panne de brisis*, ne soit point chargée par son Comble ou Toit, comme elle l'a été jusqu'à présent, & que cette Panne de brisis ne fasse, pour ainsi dire, que maintenir le Toit, sans en être aucunement chargée.

Pour profiter de cet avantage, je propose que l'on aye soin de faire assembler les Chevrons par leurs bouts, deux à deux, à tenons & mortoises en forme de charniere, ou bien à mi-bois, & de les cheviller à cet endroit où la Panne de brisis devroit être naturellement selon les bonnes & les plus solides constructions; & que chacun des autres bouts de ces Chevrons soit arrêté à l'ordinaire, l'un brandi sur le Faîte, & l'autre attaché dans son pas sur la Sabliere ou Platte-forme qui lui est destinée. L'on peut encore assembler les Chevrons à tenons & mortoises en forme de charniere au-dessus du Faîte.

La difficulté ne consiste qu'à trouver la place de la Panne de brisis, dans laquelle, soit que ces Chevrons soient assemblés au moyen de leurs charnieres, soit qu'ils soient tous deux brandis sur cette Panne de brisis, l'équilibre du Toit entier se puisse trouver, sans avoir aucune détermination à charger cette Panne, laquelle Panne dans ce cas nous pourrons faire aussi foible que l'on voudra, puisqu'à la rigueur on pourroit s'en passer.

PROBLEME I.

* *Soit à construire le Comble* ABC *en Mansarde, dont le Poinçon* AD *& la moitié* DC *de la largeur du Bâtiment soient donnés quelconques; & soit supposé la Panne de brisis placée en* B, *de maniere que le Chevron* AB *soit égal au Chevron* BC.

Il faut déterminer la position du point B, *telle que le Toit* AB *soit en équilibre avec le Toit* BC.

SOLUTION.

Par le centre de gravité & milieu *P* du Toit *AB*, soit tirée la verticale *MN*.

Par les points *A* & *B*, soient tirées les horizontales *AH*, *BF*; & par les points *M*, *N*, où ces horizontales rencontrent la verticale *MN*, soient tirées les lignes *NA*, *MB*.

L'on aura un parallelogramme *MANB*, tel, qu'en exprimant la pesanteur du Toit *AB* par la diagonale verticale *MN*, les efforts que ce Toit fera contre ses appuis *A*, *B*, seront exprimés par les grandeurs *MA*, *MB*.

Mais l'effort *MA* doit être soutenu par le Toit qui est de l'autre côté du Bâtiment. Donc il ne reste plus qu'à chercher quel est l'effort *MB*, pour renverser la partie *BC* du Toit proposé.

Or cet effort *MB* est composé lui-même de deux autres efforts *NB*, *HB*, dont l'un est

* Fig. 1.

eſt horizontal, & l'autre eſt vertical.

Le premier NB de ces deux efforts eſt employé à renverſer le Toit BC avec le levier BG.

Et le ſecond effort HB, qui eſt égal à la peſanteur MN, eſt au contraire employé à retenir ce même Toit BC, ou à le faire rentrer dans le Bâtiment, & cet effort HB eſt appliqué au bras de levier GC.

Ceci bien entendu, il ne ſera pas difficile de trouver quels ſont tous ces efforts, & leurs énergies.

Soit AD . . . . $= a$.
DC . . . . $= b$.
FB ou DG . . . . . $= x$.
BG . . . . $= y$.
L'on aura AF ou MN. . . . . $= a - y$.
Et GC. . . . . $= b - x$.
Soit de plus AB & BC ou chacun de leur poids . . . . $= p$.

Pour-lors l'on aura cette analogie:
La peſanteur du Toit AB étant réunie à ſon centre de gravité P,
eſt à l'effort qu'elle fait horizontalement ſuivant NB, comme MN eſt à NB,

c'eſt-à-dire, $a - y : \frac{x}{2} :: p : \frac{px}{2a - 2y}$,

dont le 4[me] terme exprime l'effort horizontal ſuivant NB.

Multipliant cet effort par ſon levier $BG = y$, le produit $\frac{pxy}{2a - 2y}$ ſera l'énergie de l'effort horizontal que le Toit AB fait pour renverſer le Toit BC.

 Mais

Mais le Toit AB agit auſſi de toute ſa peſanteur ſur le point B pour retenir le Toit BC.

Ainſi multipliant ſa peſanteur p par le levier $GC = b - x$, le produit $pb - px$ ſera l'énergie que le Toit AB a pour retenir le Toit BC.

C'eſt pourquoi retranchant cette derniere énergie verticale de la premiere horizontale, le reſte $\frac{pxy}{2a - 2y} - pb + px$ ſera l'énergie du Toit AB, pour renverſer le Toit BC, en le faiſant tourner autour du point C.

Voyons maintenant quelle eſt l'énergie du Toit BC pour réſiſter à celle du Toit AB.

Pour cela la peſanteur du Toit BC étant réunie à ſon centre de gravité O, ſa peſanteur p étant multipliée par ſon levier $CQ = \frac{b - x}{2}$.

Le produit $\frac{pb - px}{2}$ ſera ſon énergie, laquelle doit être égale à celle du Toit AB pour lui réſiſter; ce qui donne cette Equation $\frac{pb - px}{2} = \frac{pxy}{2a - 2y} - pb + px$.

Paſſant le 1er. membre, l'on aura $\frac{pxy}{2a - 2y} - \frac{3pb + 3px}{2} = 0$.

Diviſant par $\frac{p}{2}$, l'on aura $\frac{xy}{a - y} - 3b + 3x = 0$.

Multipliant par $a - y$, l'on aura $xy - 3ab$ +

$+ 3ax + 3by - 3xy = 0$, ou $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$.

Cherchons maintenant à ſubſtituer en la place de y une grandeur qui ne contienne que des x & des grandeurs connues, ce qui ſe fera ainſi :

A cauſe des Triangles rectangles AFB, BGC, l'on aura $\overline{AB}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{AF}^2$ ou $pp = xx + aa - 2ay + yy$. L'on aura auſſi $\overline{BC}^2$ ou $\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{GC}^2$ ou $pp = yy + bb - 2bx + xx$. Ce qui donne cette Equation

$$xx + aa - 2ay + yy = yy + bb - 2bx + xx.$$

Retranchant $xx + yy$ de part & d'autre, l'on aura

$$aa - 2ay = bb - 2bx.$$

Et par conſéquent $-2ay = -aa + bb - 2bx$, ou $2ay = aa - bb + 2bx$.

Et $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$.

Et multipliant par $-2x$, l'on aura

$$-2xy = \frac{-2aax + 2bbx - 4bxx}{2a}.$$

Multipliant par $3b$ la même Equation $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$, l'on aura $3by = \frac{3aab - 3b^3 + 6bbx}{2a}$.

Subſtituant ces valeurs de $3by$ & $-2xy$ dans l'Equation $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$, l'on aura

$$\frac{4aax + 8bbx - 4bxx - 3aab - 3b^3}{2a} = 0.$$

Multipliant par $2a$, & tranſportant $-4bxx + 4aax + 8bbx$, l'on aura $-3aab - 3b^3 = 4bxx - 8bbx - 4aax$.

Divisant par $4b$, l'on aura $\frac{-3aa-3bb}{4} = xx - \frac{2bbx-aax}{b}$.

Ajoutant le quarré de $\frac{-2bb-aa}{2b}$, l'on aura $\frac{4b^4+4aabb+a^4-3aabb-3b^4}{4bb} = xx - \frac{2bbx-aax}{b} + \frac{\overline{-2bb-aa}^2}{\overline{2b}^2}$.

Abregeant & tirant la racine quarrée, l'on aura $-\sqrt{\frac{b^4+aabb+a^4}{2b}} = x - \frac{2bb-aa}{2b}$.

Transportant $\frac{-2bb-aa}{2b}$, l'on aura

$$x = \frac{2bb+aa-\sqrt{b^4+aabb+a^4}}{2b},$$

qui est la grandeur BF ou DG. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

* Si l'on veut que la hauteur a du Poinçon soit égale à la demi-largeur b du Comble, comme c'est assez l'usage dans les campagnes, il faudra substituer b en la place de a dans la formule $x = \frac{2bb+aa-\sqrt{b^4+aabb+a^4}}{2b}$, que nous avons trouvé pour la Solution du Problême, & l'on aura cette nouvelle formu-

* Fig. 1.

mule $x = \frac{3bb - \sqrt{3b^4}}{2b} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$. C'est-à-dire, que la distance BF de la Panne de brisis au Poinçon sera $= \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$.

COROLLAIRE II.

* Si l'on veut que la hauteur a du Poinçon soit égale au tiers de la largeur entiere du Comble, ou aux deux tiers de sa demi-largeur b, comme c'est assez l'usage dans les Villes, il faudra substituer $\frac{2b}{3}$ en la place de a dans la formule trouvée pour la Solution du Problême, & l'on aura

$$BF \text{ ou } x = \frac{2bb + \frac{4bb}{9} - \sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}{2b}$$

$= \frac{22bb - \sqrt{133b^4}}{18b} = \frac{22b - \sqrt{133bb}}{18}$, ou $\frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$, C'est-à-dire, que la distance BF ou x de la Panne de brisis au Poinçon sera $= \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$.

CONSTRUCTIONS.

I. Pour construire la formule $x = \frac{2bb + aa - \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$ que nous a-

 vons

* Fig. 2.

vons trouvée dans Solution du Problême premier,

*Soit tiré AK perpendiculaire sur AC, l'on aura

$$KD = \frac{\overline{AD}^2}{DC} = \frac{aa}{b}.$$

Et par conséquent sa moitié $PD = \frac{aa}{2b}$, & $PC = b + \frac{aa}{2b} = \frac{2bb + aa}{2b}$.

Ayant tiré sur le milieu de AC en I la perpendiculaire BD, l'on aura $CI = \sqrt{\frac{aa + bb}{4}} = \sqrt{\frac{aabb + b^4}{4bb}}$.

Maintenant faisant $IL = PD = \frac{aa}{2b} = \sqrt{\frac{a^4}{4bb}}$, & tirant l'hypothénuse CL, l'on aura $CL = \sqrt{\overline{CI}^2 + \overline{IL}^2} = \sqrt{\frac{a^4 + aabb + b^4}{4bb}} = \frac{\sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$.

Enfin faisant $CM = CL$, l'on aura $PM = PC - CL = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$, qui est la valeur de x suivant la Solution.

Ainsi faisant $DG = PM$, & élevant la perpendiculaire GB, pour-lors le point B, où cette perpendiculaire rencontrera la ligne BL, sera le point de rencontre des Toits AB, BC. *Ce qu'il falloit trouver.*

II.

* Fig. 2.

II.

Pour construire la formule $x = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, que nous avons trouvée dans le Corollaire premier,

* Faites un demi-cercle sur DC pour diametre, & faites l'arc DR de 60°; puis du point C, comme centre, décrivez l'arc RS, l'on aura $CS = \sqrt{\frac{3bb}{4}}$, car suivant cette construction, puisque le diametre CD a été appellé b, & que l'arc DR est de 60°, nous aurons la corde $DR = \frac{b}{2}$, & par conséquent la corde $CR = CS$ de son supplément sera égale $\sqrt{bb - \frac{bb}{4}} = \sqrt{\frac{3bb}{4}} = \frac{\sqrt{3bb}}{2}$.

Ainsi faisant $CT = \frac{3b}{2} = \frac{3DC}{2}$, l'on aura $TS = CT - CS = \frac{3b}{2} - \frac{\sqrt{3bb}}{2} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, qui selon l'expression de la Solution est égal $x = BF = GD$.

Donc pour la pratique, il faut faire GD, DF, FB, BG, $= TS$, & le point B où aboutissent les Toits AB, BC, sera déterminé. *Ce qu'il falloit trouver.*

III.

* Fig. 1.

III.

Pour construire la formule $x = \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$, que nous avons trouvée dans le Corollaire second,

* Soit tirée l'hypothénuse AC, & sur le milieu I de cette hypothénuse soit tirée la perpendiculaire IE.

Ensuite ayant porté la valeur de x de D en G, élevé GB perpendiculairement sur DC, pour-lors le point B où cette perpendiculaire rencontrera la ligne IE, sera celui où les deux Toits AB, BC doivent aboutir: car il est évident que ces deux Toits étant supposés égaux, doivent aboutir dans la ligne IE.

Pour trouver cette valeur de x, faites

$$CV = \frac{133b}{324} = \frac{133DC}{324}.$$

Puis élevez la perpendiculaire VR, & du point C, comme centre, décrivez l'arc RS, pour-lors l'on aura CS ou $CR = \sqrt{CV \times CD}$

$$= \sqrt{\frac{133bb}{324}} = \frac{\sqrt{133bb}}{18}.$$

Maintenant faites $CT = \frac{11b}{9}$, & pour-lors l'on aura $TS = \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18} = x$.

Ainsi faisant $DG = TS$, & élevant la perpen-

* Fig. 2.

pendiculaire GB, le point B où elle rencontrera la ligne EI sera le point de concours des Toits AB, BC, ou le lieu de la Panne de brisis. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

* *Trouver la longueur de chacun des deux Chevrons égaux* AB, BC, *qui forment la moitié* ABC *du Comble en Mansarde, dont la hauteur* AD, *&* *la demi-largeur* DC, *sont données quelconques.*

SOLUTION.

Nous avons trouvé dans le Problême premier, BG ou $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$. Mais nous avons trouvé $DG = x = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$.

Substituant cette valeur de x dans l'Equation précédente, l'on aura BG, ou

$$y = \frac{aa - bb + 2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a}$$

$$= \frac{bb + 2aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a}.$$

$$\text{Et } \overline{BG}^2 = \frac{2b^4 + 5aabb + 5a^4 - \overline{2bb - 4aa} \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aa}.$$

$$\text{Enfin } GC = DC - DG = b - \frac{2bb - aa + \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$$

$= \frac{-aa + \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$. Et par conséquent l'on

* Fig. 3.

l'on aura $\overline{GC}^2 = \frac{a^4 - 2aa\sqrt{b^4 + aabb + a^4} + b^4 + aabb + a^4}{4bb}$

$= \frac{2a^4 + aabb + b^4 - 2aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4bb}$.

Donc $\overline{BC}^2$ ou $\overline{BG}^2 + \overline{GC}^2 = \frac{2b^4 + 5aabb + 5a^4 - 2bb - 4aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aa}$

$+ \frac{2a^4 + aabb + b^4 - 2aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4bb}$.

Et donnant même dénominateur

$= \frac{2b^6 + 5aab^4 + 5a^4bb - 2b^4 - 4aabb \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$

$+ \frac{2a^6 + a^4bb + aab^4 - 2a^4 \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$

$= \frac{2b^6 + 6aab^4 + 6a^4bb + 2a^6 - 2b^4 - 4aabb - 2a^4 \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$

$= \frac{\overline{bb + aa}^2 \times 2bb + 2aa - 2\sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$

Ti-

Tirant la Racine quarrée, l'on aura BC

$$= \frac{\overline{bb+aa} \times \sqrt{2bb+2aa-2\sqrt{b^4+aabb+a^4}}}{2ab}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE.

L'on auroit pu d'abord trouver la valeur de BG, en mettant dans la valeur de DG la lettre b en la place de a, & la lettre a en la place de b, parce que les Toits AB, BC, seront également en équilibre, soit que AD ou DC soient la hauteur, comme on le voit évidemment, en comparant la valeur de DG avec celle de BG, qui ne diffèrent entre elles qu'en ce que l'une a des a & des b aux mêmes endroits où l'autre a des b & des a, puisque ces deux Equations sont

$$BG \text{ ou } y = \frac{bb+2aa-\sqrt{aabb+b^4+a^4}}{2a}.$$

$$\text{Et } DG \text{ ou } x = \frac{2bb+aa-\sqrt{aabb+b^4+a^4}}{2b}.$$

COROLLAIRE I.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons AB, BC, lorsque la hauteur a du Poinçon est égale à la moitié b de la largeur totale du Comble, il faudra substituer b en la place de a dans la formule qui donne la valeur du Chevron BC dans la Solution du Problême second, & l'on aura cette nouvelle formule

BC

$$BC = \frac{2bb\sqrt{4bb - 2\sqrt{3b^4}}}{2bb}.$$

Et divisant le numerateur & le dénominateur par $2bb$, l'on aura $BC = \sqrt{4bb - 2\sqrt{3b^4}}$ $= b \times \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = b \times \sqrt{4 - \sqrt{12}}$.

Et si l'on veut ôter les incommensurables, l'on aura $BC = b \times \frac{732}{1000}$, ce qui donne cette analogie

Comme 1000
est à 732,
Ainsi la demi-largeur b du Comble,
ou la hauteur $b = a$ du Poinçon,
est à la longueur BC de chacun des deux Chevrons égaux
AB, BC.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons égaux * AB, BC, lorsque la hauteur a du Poinçon est égale au tiers de la largeur entiere du Comble, ou égale aux deux tiers de sa demi-largeur b. Ce qui donnera $a = \frac{2b}{3}$.

Il faudra substituer $\frac{2b}{3}$ en la place de a dans la formule qui donne la valeur du Chevron BC dans la Solution du Problême second, & l'on aura cette nouvelle formule

BC

* Fig. 1. & 2.

$$BC = \frac{bb + \frac{4bb}{9} \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{\frac{4bb}{3}}$$

$$= \frac{13bb \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{12bb}$$

$$= \frac{13\sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{12}$$

$$= \frac{13b \times \sqrt{2 + \frac{8}{9} - 2\sqrt{1 + \frac{4}{9} + \frac{16}{81}}}}{12} = \frac{13b \times \sqrt{26 - 2\sqrt{133}}}{36}$$

$$= \frac{b \times \sqrt{4394 - 338\sqrt{133}}}{36}.$$

Et si l'on veut, ôter les incommensurables, l'on aura $BC = b \times \frac{61865}{100000}$, ce qui donne cette analogie,

Com-

Comme 100000
est à 61865,
Ainsi la demi-largeur b du Comble
est à la longueur BC du Chevron demandé.

PROBLEME III.

Trouver l'effort horizontal que le Comble quelconque ABC * *fait contre la Platte-forme* C *qui lui doit résister.*

SOLUTION.

Ayant tiré la droite NO par les milieux N, O, des Toits AB, BC. Si par le milieu P de cette droite NO, l'on tire une verticale MPL, le poids du Toit sera à sa poussée horizontale, comme la hauteur AD de ce Toit est à la ligne LC.

Le Toit étant construit, l'on connoîtra toujours la hauteur AD, & la ligne LC: Et par conséquent l'on aura le rapport du poids du Toit à sa poussée horizontale, comme AD, est à LC.

DEMONSTRATION.

Il est évident que le point P sera le centre de gravité du Toit ABC, & la ligne ML sera la direction de son poids.

Maintenant par le faîte A du Toit, tirant l'horizontale AM, & la ligne MC, & par le point L une droite LQ parallele à MC, l'on

* Fig. 4.

l'on aura un parallèlogramme *QMCL*.

Or la diagonale verticale *ML* de ce parallelogramme, ou son égale *AD*, représentant le poids du Toit *ABC*, se décomposera en deux forces *MQ*, *MC*, dont la force horizontale *MQ* sera soutenue par l'autre côté du Toit, & *MC* sera la poussée du Toit suivant *MC* sur la Sabliere.

Mais faisant le parallelogramme *CLMR*, pour-lors la poussée oblique *MC* se décomposera en une verticale *RC* égale à *ML*, ou *AD*, qui représente le poids du Toit *ABC* & dans une poussée horizontale *LC* exprimée par *LC*.

Ainsi la pesanteur du Toit est à l'effort horizontal du même Toit, comme *ML*, ou *AD*, hauteur du Toit, est à *LC*, qui est la distance du pied du Chevron à la verticale qui passe par le centre de gravité du Toit *ABC*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

L'on voit que cet effort horizontal *LC* du Toit *ABC* est celui auquel il faudra que cette Sabliere ou Platte-forme résiste, puisque c'est sur elle que les Chevrons s'appuyent: mais cette Sabliere ne sera pas obligée de résister avec tout cet effort, exprimé par *LC*. Car cette Sabliere se trouvant, pour ainsi dire, unie au Mur sur lequel elle est posée immédiatement & maçonnée, elle ne cedera point que le Mur lui-même ne commence, & ne consente, pour ainsi dire, à sa rupture; en sorte que la Sabliere & le Mur pris ensemble seront employés à cette résistance *LC*.

Quand même la Platte-forme ou Sabliere souf-

souffriroit tout l'effort *LC*, il sera facile de savoir l'échantillon qu'il conviendra de lui donner, conformément à la résistance des Bois, dont ont traité plusieurs illustres Auteurs, Galilée, Mariotte, Varignon en 1702, & Parent en 1707 & 1708 des Mémoires de l'Académie.

THEOREME I.

Les Toits les plus roides ou les plus élevés font moins d'effort pour écarter les Sablieres que les Toits plus surbaissés, lorsque la largeur du Comble est la même.

DEMONSTRATION.

Soient deux Toits * *AB*, *CB*, de même largeur *DB*; sur le milieu *F* de la largeur *DB*, soit tiré la verticale *EF*, laquelle coupera les deux Toits *AB*, *CB*, en deux également aux points *O* & *P*.

Soient tirées les horizontales *AE*, *CL*, & les lignes *EB*, *AF*, *LB*, *CF*; l'on aura deux parallelogrammes *AEBF*, *CLBF*, dont les diagonales verticales *EF*, *LF*, passeront par les centres de gravité *O*, *P*, des Toits *AB*, *CB*.

Si donc l'on considere le parallelogramme *AEBF*, l'on aura la pesanteur du Toit *AB* à l'effort horizontal qu'il fera pour écarter la Sabliere *B*, comme la diagonale verticale *EF* est à l'horizontal *FB*.

Ainsi

* Fig. 6.

Ainsi la pesanteur du Toit *AB* étant appellée . . . . p,
& son effort horizontal étant appellé . . . . . f.

L'on aura $f:p :: FB : EF$ ou $:: FB : AD$.

Par la même raison, si l'on appelle π la pesanteur du Toit *CB*, & φ son effort horizontal, pour écarter la Sabliere *B*, l'on aura, à cause du parallelogramme *CLBF*, cette analogie :

La pesanteur du Toit *CB*, exprimée par la diagonale verticale *LF*, est à l'effort horizontal exprimé par *FB*, qu'il fait contre la Sabliere *B*, comme *LF* est à *FB*, ou bien, comme *CD* est à *FB*.

C'est-à-dire, $\pi : \varphi :: CD : FB$.

Mais la pesanteur du Toit *AB* est à celle du Toit *CB*, comme *AB* est à *CB*.

C'est-à-dire, $p : \pi :: AB, CB$.

Multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura $f \times \pi \times p : p \times \pi \times \varphi :: FB \times CD \times AB : AD \times FB \times CB$.

Divisant les deux premiers termes de cette analogie par $p\pi$, & les deux derniers termes par *FB*, elle se transformera en celle-ci $f : \varphi :: CD \times AB : AD \times CB$.

Maintenant si l'on met $\sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2}$ en la place de *AB* & $\sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BD}^2}$ en la place de *CB*, l'on aura $f : \varphi :: CD \times \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2} : AD \times \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BD}^2}$, ou bien $f : \varphi :: \sqrt{\overline{AD}^2 \times \overline{CD}^2 + \overline{BD}^2 \times \overline{CD}^2}$

: √

$: \sqrt{\overline{GD}^2 \times \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 \times \overline{AD}^2}$.

Mais il est évident que le troisieme terme est plus petit que le quatrieme.

Donc le premier terme est aussi plus petit que le second, c'est-à-dire, que la poussée horizontale du Toit le plus élevé, est la plus petite. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME II.

La charge totale d'un Toit, ou l'effort total que les Chevrons souffrent par la charge des Tuiles dont ils sont couverts, est toujours la même, quelque surmonté, ou quelque surbaissé que soit ce Toit.

DEMONSTRATION.

*Soient deux Toits AB, BC, de même largeur. . . . . DB.

Soit le poids des Tuiles de la couverture du Toit. . . . . $AB = p$.

Et le poids des Tuiles de la couverture du Toit. . . . . $CB = \pi$.

La charge du plan du Toit. . . . . $AB = f$.

La charge du plan du Toit. . . . . $CB = \phi$.

A cause que le nombre des Tuiles de ces Toits differens AB, CB, est dans le rapport de ces mêmes longueurs differentes AB, CB,

L'on aura cette analogie $p : \pi :: AB : CB$.

Mais la pesanteur d'un corps étant à la charge qui en résulte sur le plan sur lequel il

* Fig. 5.

il est posé comme la longueur du plan est à sa base,

L'on aura ces deux analogies. $\begin{cases} f : p :: BD : AB. \\ \pi : \phi :: CB : BD. \end{cases}$

Donc en multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura $p \times f \times \pi : p \times \pi \times \varphi :: AB \times BD \times CB : AB \times BD \times CB$.

Or les deux derniers termes de cette analogie sont égaux. Donc les deux premiers le sont aussi.

Donc $p \times f \times \pi = p \times \pi \times \varphi$, ou bien $pf\pi = p\pi\varphi$.

Divisant par $p\pi$, l'on aura $f = \varphi$.

C'est-à-dire, que la charge du plan du Toit *AB* est égale à la charge du plan du Toit *CB*, quelque differentes que soient leurs hauteurs *AD*, *CD*, ayant toujours une largeur commune *DB*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCHOLIE.

Les Toits les plus roides sont les plus solides.

1°. Les Eaux des Pluyes coulent dessus avec plus de rapidité, & par conséquent le vent a moins de tems & de facilité pour les faire entrer entre les Tuiles dans l'intérieur du Comble.

2°. Le vent a moins d'action pour feuilleter les Tuiles, & découvrir ces sortes de Toits roides.

3°. Ils travaillent moins pour écarter leurs Sablieres ou Platte-formes, & par conséquent une moindre résistance peut en soutenir la poussée, comme il est démontré (*Th.* 1.)

4°. Quant à la charge que ces Toit frent par les Tuiles dont ils sont co elle est la même pour tous les Toits néral, soit qu'ils soient surbaissés, soi soient surmontés, pourvu qu'ils soien formés sur une même largeur de C comme il est démontré (*Théor.* 2.)

DISSERTATI

SUR

LA MANIERE D'ARRETER LE

DANS LES HEMORRAGI

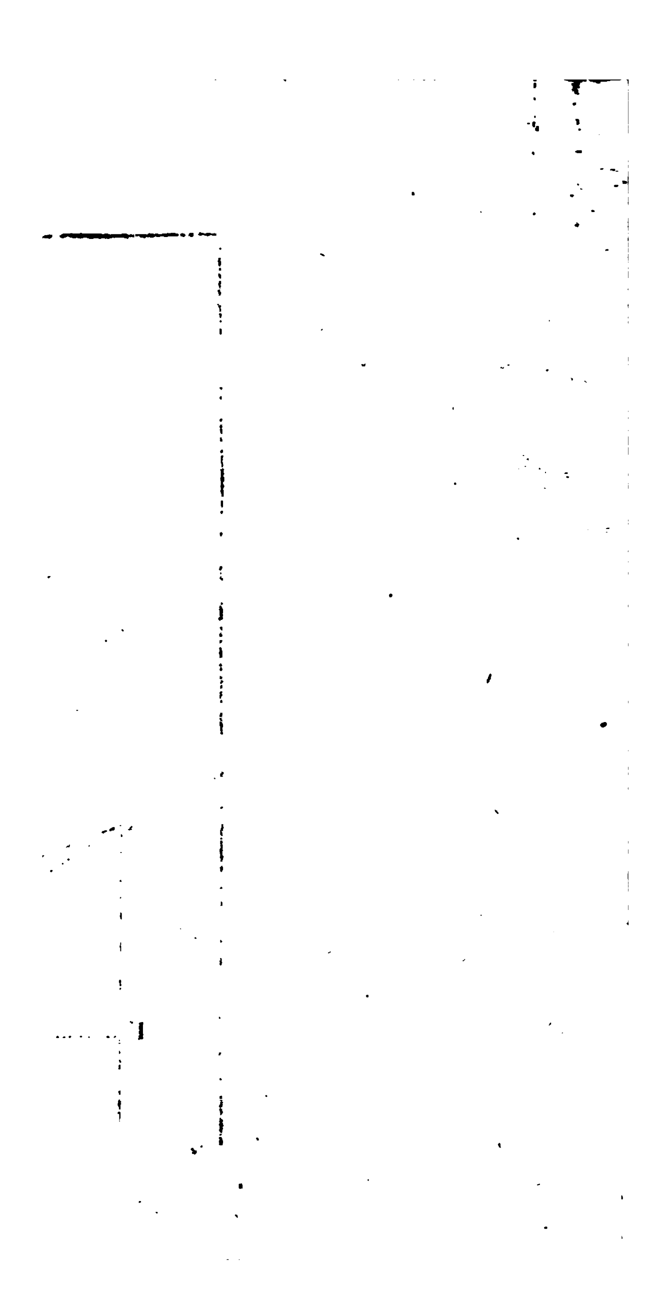
Avec la Description d'une Machine ou B ge propre à procurer la consolidation des seaux, après l'Amputation des Membre la seule Compression.

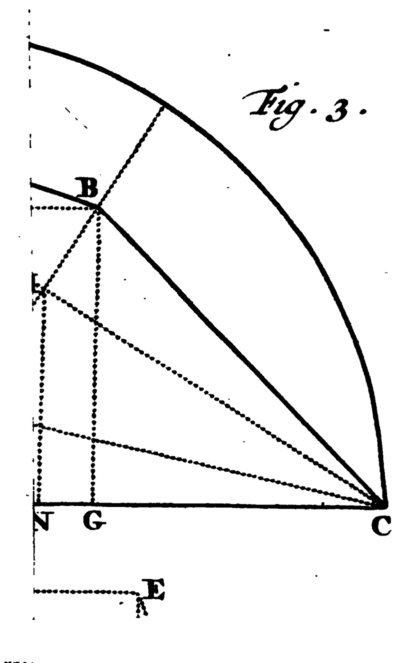
Par M. PETIT. *

S'IL est une occasion dans laquelle l rurgie soit plus utile que dans une c'est lorsqu'il s'agit d'arrêter le san coule abondamment par l'ouverture vaisseau considerable ; mais s'il est u qui exige plus particulierement ce secou Chirurgien, c'est lorsque faisant qu opération, il coupe lui-même un va

* 4 Avril 1731.

M H P B N R O




Fig. 3.
B
N
G
C
E

Ce moyen parut d'autant plus naturel à celui qui s'en servit le premier, qu'on le mettoit déja en usage pour barrer les Varices, les Hémorroïdes, & autres Veines. Mais quoique toutes ces opérations dussent autoriser les Chirurgiens à faire la Ligature des vaisseaux qu'on est obligé de couper dans l'Amputation des Membres, on ne s'en étoit point encore servi dans ces occasions, au XVI. Siecle. Ambroise Paré, Chirurgien de trois de nos Rois, fut le premier qui la mit alors en pratique. Cette maniere d'arrêter le sang, qui parut nouvelle, lui attira bien des contradictions; mais quoique desapprouvée d'abord par quelques-uns de ses contemporains, il eut la satisfaction de la voir pratiquer avec un grand succès. La Ligature rendit les Chirurgiens moins timides: l'Amputation des Membres devint une opération plus sure, moins douloureuse, & la guérison en fut plus promte. On s'en est presque universellement servi jusqu'à présent pour arrêter le sang, non seulement dans l'Amputation des Membres, mais encore dans l'opération de l'Anévrisme, & dans les Playes accompagnées de grandes Hémorragies.

Tous ces differens moyens n'auroient jamais, ou n'auroient que très rarement, été suivis de succès, sans la Compression, qui a toujours été d'un grand secours. Pour faire cette Compression, après avoir mis sur les vaisseaux les Stiptiques, les Caustiques, ou même après en avoir fait la Ligature, on y applique des compresses pyramidales assujetties & soutenues par plusieurs tours

de

de bande ſuffiſamment ſerrés pour réſiſter à l'impulſion du ſang de l'Artere, & s'oppoſer à la chute trop promte de l'Eſcarre que font les Stiptiques & le Feu, ou à la ſéparation prématurée de la Ligature. Sans cette précaution, on auroit preſque toujours à craindre l'Hémorragie, qui n'arrive que trop ſouvent à la chute de la Ligature ou de l'Eſcarre, malgré les ſoins qu'on prend pour l'éviter par une Compreſſion convenable.

La Compreſſion eſt auſſi ancienne que les autres moyens d'arrêter l'Hémorragie; elle eſt même, ſelon toute apparence, conforme à la premiere idée que les hommes ont dû naturellement avoir pour arrêter le ſang. J'eſpere cependant, en ce qui concerne les Amputations, lui donner aujourd'hui tous les avantages de la nouveauté, ſoit par rapport à la maniere de comprimer les vaiſſeaux, ſoit par rapport à l'uſage excluſif que je lui donne, en rejettant celui des Aſtringens, des Stiptiques, des Cauſtiques, & même de la Ligature des vaiſſeaux, autant qu'il eſt poſſible. Je vais d'abord rapporter les obſervations que j'ai faites ſur la maniere dont le ſang s'arrête par les differens moyens dont je viens de parler.

Lorſqu'une Hémorragie conſiderable a été arrêtée par les Abſorbans ou les Stiptiques, c'eſt toujours par le moyen d'un Caillot ſoutenu de la compreſſion, que l'orifice du vaiſſeau ſe trouve bouché. Ce Caillot a ordinairement deux parties, l'une au dehors du vaiſſeau, & l'autre au dedans. Celle du

dehors est formée par le sang dernier sorti, qui, en se caillant, fait corps avec le charpi, la mousse, ou les poudres, dont on s'est servi pour arrêter le sang. L'autre partie du Caillot, qui est dans le vaisseau même, n'est précisément que la portion du sang qui étoit prêt à sortir, quand on a bouché le vaisseau. Ces deux parties ne sont souvent qu'un même Caillot; celle du dehors fait l'office de Couvercle, & celle du dedans fait l'office de Bouchon. L'une & l'autre arrêtent le sang par la solidité qu'elles acquierent en se coagulant, & par l'adhérence qu'elles contractent ensuite, l'une avec l'intérieur du vaisseau, & l'autre avec son orifice externe.

Si l'on s'est servi des Stiptiques ou des Escarotiques, le Caillot est plutôt formé que quand on a usé des Absorbans, ou des simples Astringens: il occupe une plus grande étendue de la cavité du vaisseau; ce qui fait un Bouchon plus profond. Le Couvercle ou la portion extérieure du Caillot est aussi beaucoup plus épaisse, parce qu'en même tems que les Stiptiques & Escarotiques coagulent le sang, ils brulent une portion du vaisseau & des chairs voisines, qui, faisant corps avec le sang caillé, forment ensemble un Couvercle plus épais & plus étendu.

La Ligature arrête le sang en plissant & serrant le vaisseau, comme fait le cordon avec lequel on lie un sac. Le sang qui étoit prêt à sortir, retenu par la Ligature, se coagule à la vérité plus lentement que lorsqu'on se sert des Stiptiques, mais il se coagule toujours, & on doit le regarder comme

me la portion du Caillot, que j'ai appellée le Bouchon, qui dans ce cas est retenu par la Ligature; au-lieu que dans l'autre, le Bouchon est retenu par la portion extérieure du Caillot, que j'ai appellée le Couvercle.

Ce Caillot ou ce Bouchon est par sa figure, bien different de celui qui se forme après l'application des Stiptiques. Celui-ci est cylindrique, & celui qui se forme après la Ligature a une figure pyramidale, la base du côté de l'intérieur du vaisseau, & la pointe du côté de la Ligature. Cette figure est très favorable pour retenir le sang après la chute de la ligature, pourvu qu'elle se sépare sans effort par la seule supuration & l'accroissement des chairs qui se forment au-dessus de l'endroit lié; car alors, quand même l'orifice du vaisseau ne seroit pas entierement réuni ou fermé par les chairs, il seroit du moins si considerablement rappetissé, que le Caillot (supposé qu'il fût entierement détaché de la paroi du vaisseau, comme cela arrive quelquefois) ne seroit point chassé au dehors par l'impulsion du sang, mais tout au plus la pointe du Caillot s'engageroit dans ce qui resteroit d'ouverture au vaisseau, & y entrant, pour ainsi dire, à force, le boucheroit exactement. Ce n'est pas la même chose, quand quelque convulsion, ou quelques autres mouvemens violens de la part du Malade, sont cause de la séparation de la Ligature; car cette séparation se fait alors avant la parfaite clôture du vaisseau; & de plus, le Caillot, malgré sa figure, est poussé avec tant de violence, que non seulement il sort, mais

qu'il détruit même en passant tout ce qu'il y a de réunion commencée; & l'ouverture du vaisseau, aussi large qu'auparavant, laisse darder le sang comme le premier jour.

La forme du Caillot, telle que je viens de la décrire, se voit parfaitement * pour l'ordinaire, dans le Moignon de ceux qui sont morts depuis le deux jusqu'au vingt ou trentieme jour de l'Amputation. J'ai présenté à la Compagnie l'Artere crurale d'un Homme à qui on avoit coupé la Cuisse depuis cinq jours, & dont on peut voir la Figure.

A, l'Artere ouverte.

B, la Ligature.

C, le corps du Caillot.

D, sa pointe du côté de la Ligature.

E, la pointe du Caillot du côté supérieur.

Après la chute de la Ligature, il arrive assez souvent une légere Hémorragie, parce que le Caillot, en durcissant, a diminué de volume, & s'est détaché par quelque endroit de la paroi du vaisseau; mais cette Hémorragie subsiste seulement, ou jusqu'à ce que le Caillot entierement détaché de la paroi du vaisseau, puisse être poussé par le sang vers l'endroit que la Ligature a rendu plus étroit, ou jusqu'à ce que le sang qui passe entre le Caillot & le vaisseau, ait bouché cet intervalle en s'y caillant.

Lorsqu'on a arrêté le sang avec les Stiptiques ou avec les Caustiques, si à la chute de l'Escarre il survient Hémorragie, ne fût-ce qu'un

* *Voyez la premiere & la seconde Figure.*

qu'un suintement, le sang ne s'arrête souvent pas avec facilité, parce que par cette maniere d'arrêter le sang, l'orifice du vaisseau n'est pas retréci comme quand on s'est servi de la Ligature. Si le Caillot, qui est presque cylindrique, tient encore par quelque endroit à la paroi du vaisseau, il n'y aura qu'un suintement; mais s'il en est entierement détaché, la plus légere impulsion du sang le chassera dehors, & l'Hémorragie recommencera, à moins que par une Compression artistement faite sur l'extrémité du vaisseau, on ne retienne ce Caillot prêt à s'échaper, jusqu'à ce que le sang remplisse l'espace qui se trouve entre lui & la paroi du vaisseau, qu'il s'y coagule, & qu'il le bouche une seconde fois.

La clôture des Vaisseaux par l'usage de la seule compression ne se fait pas tout-à-fait de même, sur-tout si l'on a observé, en la faisant, toutes les circonstances que je rapporterai ci-après, & dont une des principales est de comprimer le vaisseau par le côté. Alors l'embouchure n'est plus ronde, elle est applatie comme l'anche d'un Hautbois; les parois & les bords appliqués l'un contre l'autre, s'unissent & se consolident comme deux parties fraichement coupées; puis, toutes les deux ensemble se joignent avec les chairs voisines, & cette adhésion, qui se fait peu-à-peu, est suivie d'une réunion & d'une cicatrisation commune. Il se forme un Caillot intérieur comme après la ligature, lequel n'a pas la même figure, puisque son moule est different; cependant

supposé qu'il se détachât, il arrêteroit de même le sang, pourvu que l'ouverture du vaisseau fût en partie réunie, parce qu'il est plus épais du côté de la cavité du vaisseau que du côté de son orifice. Il y a donc cette difference entre la réunion d'un vaisseau procurée par la Ligature, & celle qui est procurée par la Compression; que la réunion par la Ligature ne se fait, pour ainsi dire, que dans le point où le fil a réuni toute la circonference du vaisseau; & que la réunion procurée par la Compression, se fait non seulement d'un bord à l'autre, mais éncore dans toute l'étendue des surfaces intérieures qui ont été appliquées l'une sur l'autre par l'applatissement du vaisseau comprimé, & c'est ce qui rend cette adhésion plus étendue & plus capable de soutenir le Caillot, & de résister à l'impulsion du sang.

Dans toutes ces differentes manieres d'arrêter le sang, on voit que le Caillot est très nécessaire; mais on croira difficilement qu'il devienne partie solide, & que ce soit lui qui pour toujours empêche le sang de passer par le vaisseau. Il y a cependant tout lieu de croire que ce Caillot une fois durci, s'attache si exactement à la paroi du vaisseau, qu'il ne fait plus avec lui qu'un seul & unique corps sous la forme d'un cordon; sinon pour toujours, du moins pour un tems considerable. C'est ce que j'espere démontrer dans un autre Mémoire.

Après l'examen que je viens de faire des moyens d'arrêter le sang, il me paroît qu'il n'est pas difficile de se déterminer sur le choix,

&

& que la Compression mérite la préférence. Les Absorbans sont insuffisans pour les grandes Hémorragies. Les Stiptiques & les Escarotiques causent beaucoup de douleur ; ils détruisent les parties, découvrent quelquefois les os, & l'on court risque de voir couler le sang une seconde fois à la chute des Escarres. Il est vrai qu'on se rend plus maître du sang, lorsqu'on se sert de la Ligature, que lorsqu'on se sert des Stiptiques ; mais la Ligature cause de grandes douleurs, des tressaillemens convulsifs, & quelquefois la convulsion du Moignon, qui souvent est mortelle, ou par elle-même, ou parce qu'elle occasionne l'Hémorragie par les mouvemens extraordinaires que le Malade ne peut s'empêcher de faire.

Je ne dirai rien de la maniere d'arrêter le sang avec le Plomb fondu, ou les autres métaux rougis dans les charbons ardens, parce que je ne l'ai jamais pratiquée, ni vu pratiquer. Elle est louée par quelques Auteurs, mais elle est décriée par ceux qui ont adopté la Ligature. Ceux-ci la regardent comme trop cruelle & trop difficile à pratiquer, parce qu'on ne peut pas toujours donner au Fer le degré de chaleur convenable ; trop chaud, il emporte avec lui la piece brulée, sans arrêter le sang ; & s'il n'est pas assez chaud, il ne produit point la crispation qui convient pour l'arrêter. Après avoir fait réflexion sur tous ces moyens differens pour arrêter le sang dans les Amputations, j'ai cru devoir préférer la Compression.

On peut objecter contre la Compression,

que si elle est forte, elle comprimera trop, & que la partie comprimée peut tomber en Gangrene; que si elle n'est pas forte, elle ne peut arrêter un gros vaisseau, sur-tout lorsqu'il est coupé entierement, comme dans les Amputations des membres. J'avouerai que ce sont-là les défauts de la Compression, telle que je l'ai décrite ci-dessus, ou telle qu'elle s'est toujours pratiquée. On ne peut la graduer, ni la ménager, de maniere qu'en agissant sur les parties qui doivent être comprimées, on laisse la liberté à celles qui n'ont pas besoin de compression, & à qui même elle peut être très nuisible. Mais la Compression que je propose aura des forces suffisantes, & elle sera ménagée de maniere qu'on évitera toutes sortes d'inconvéniens.

L'art de comprimer les vaisseaux ne consiste donc pas dans la quantité des forces qu'on employe, mais dans la maniere de les appliquer.

La force de la colomne du sang, qui sort d'une Artere ouverte, n'est pas si considerable, qu'un Caillot adhérent à l'orifice du vaisseau ne puisse lui résister: une compresse soutenue d'un léger bandage peut quelquefois suffire. Le bout du doigt, quoique légerement appuyé sur l'orifice d'un vaisseau ouvert, est suffisant pour en arrêter le sang; & il ne faudroit pas autre chose, si l'on pouvoit toujours tenir le doigt dans cette attitude, & si le Moignon d'un Malade agité pouvoit garder assez longtems la même situation. Mais comme la chose est impossible, il faut trou-

ver une Machine qui fasse l'office d'un doigt, & qui, surement & invariablement appliquée au Moignon, suive si bien les attitudes d'un Malade inquiet, qu'elle garde toujours les mêmes rapports avec le Moignon; qu'elle soit telle enfin que le vaisseau se trouve toujours pressé dans les mêmes points, & avec les mêmes degrés de compression.

Une condition essentielle à cette Machine est qu'elle ne gêne point le Malade, afin qu'il puisse la supporter tout le tems nécessaire, sans aucune incommodité. Pour cela, il faut qu'elle n'agisse que sur les parties qui doivent être nécessairement comprimées, laissant toutes les autres en pleine liberté: il faut de plus qu'elle soit construite de maniere que, sans causer aucuns mouvemens au Moignon du Malade, on puisse la relâcher, ou la resserrer, selon les cas.

Si après l'Amputation, le Moignon enfle, & se gonfle, la compression sera trop forte, la machine trop serrée, il faut pouvoir la relâcher: au contraire, quand le Moignon desenfle, la compression est trop foible, la machine est trop lâche, il faut pouvoir la resserrer. Il est donc absolument nécessaire que cette machine puisse avec facilité être serrée ou relâchée plus ou moins, pour s'ajuster au volume de la partie, afin que la compression du vaisseau soit toujours égale.

Je divise cette Machine en deux parties: l'une comprime le tronc d'où vient la branche de l'Artere coupée, & l'autre comprime l'ouverture ou la coupure de la branche par laquelle le sang s'écoule. Voici la maniere

de se servir de cette machine, que je vais appliquer à une Cuisse coupée. *

La premiere partie s'applique avant que de faire l'operation: elle y est même très essentielle. Elle est composée d'un Bandage circulaire *A*, qui fait le même contour que le circulaire d'un Brayer, & qui après avoir embrassé le corps au-dessous des hanches, vient se rendre dans l'Aine, précisément au-dessous de l'arcade des muscles du ventre, dans l'endroit où passe l'Artere crurale. Un autre Circulaire *B* entoure la cuisse au-dessous du pli de la fesse, & vient se rendre dans l'Aine, où se trouvent l'une sur l'autre deux Plaques de tôle garnies de chamois *C D*. Celle de dessous est platte du côté qu'elle touche à la plaque de dessus, mais du côté qu'elle touche au pli de l'Aine, elle est garnie d'une Pelote bien rembourée: le centre de cette Pelote est appuyé précisément sur le passage de l'Artere crurale à sa sortie du ventre. La plaque de dessus est attachée aux deux Circulaires qui lui servent de point fixe: quelques liens attachent ces deux Circulaires entre eux. Celui qui entoure les hanches empêche la plaque de descendre, & celui qui entoure la cuisse, l'empêche de remonter, afin qu'elle réponde toujours au même endroit du pli de l'aine. Une Vis *E*, qui peut tourner sans fin sur la plaque de dessous, passe dans un écrou taraudé dans la plaque de dessus; de sorte que lorsqu'on tourne cette Vis à droite, on écarte les deux plaques l'une de l'au-

tre

* *Voyez la troisième & quatrième Figure.*

tre, & on les rapproche, lorsqu'on la tourne à gauche: mais afin qu'elles s'éloignent ou qu'elles s'approchent en ligne droite, il y a deux petites fiches 1, 2, qui s'élevent perpendiculairement de la plaque de dessous, & passent chacune par un trou percé dans la plaque de dessus, l'une à droite, & l'autre à gauche de la Vis. Ces deux tiges dirigent l'approche & l'éloignement des deux plaques, & c'est par elles qu'elles s'éloignent ou s'approchent toujours parallelement.

Ce Bandage étant placé comme je viens de le dire, si l'on tourne la Vis à droite, les plaques s'écarteront l'une de l'autre: mais parce que les deux Circulaires retiennent la plaque de dessus, & s'opposent à son élévation, il faut de nécessité que la plaque de dessous s'abaisse & s'enfonce dans le pli de l'Aine; que la Pelote dont elle est garnie comprime le tronc de l'Artere crurale, à mesure que l'on tourne la Vis; & que cette Vis, tournée un certain nombre de fois, comprime si exactement l'artere, que le sang n'y puisse plus passer.

Ce Bandage n'a servi jusques-là qu'à retenir le sang pendant l'operation: mais pour arrêter le sang des vaisseaux que l'on vient de couper, il faut un second Bandage composé d'une double plaque, comme le premier. A la plaque de dessus viennent aboutir & s'accrocher quatre courroyes *F*, qui sont solidement retenues aux deux Circulaires du premier Bandage. Avant que de les appliquer, il faut placer, en comprimant, un peloton de charpi sur le vaisseau, non directement sur son em-

bou-

bouchure, mais sur le côté de cette embouchure le plus éloigné de l'Os, afin qu'en le poussant vers l'Os, les parois s'appliquent l'une contre l'autre, & que pressé d'un côté par le peloton de charpi, & de l'autre par la résistance de l'Os de la cuisse, le vaisseau prenne la figure de l'anche d'un Haut-bois. Sur ce premier peloton de charpi, on en place un second plus large, & sur celui-ci un troisieme, & même un quatrieme, toujours plus larges, & toujours poussés suivant la même direction. Ensuite on pose sur ce dernier tampon de charpi le centre de la pelote *G*, qu'on assujettit avec les courroyes *F* qui viennent toutes se rendre à la plaque de dessus *H*. Alors si on tourne la Vis à droite, les deux plaques s'éloigneront; mais parce que les quatre courroyes empêchent l'élévation de la plaque supérieure, il faut que la plaque de dessous s'enfonce & appuye sur le tampon de charpi le plus extérieur, & celui-ci sur les autres successivement jusqu'au premier appliqué, lequel pressant le vaisseau, ainsi qu'il a été dit, en effacera si exactement la cavité, qu'aucune goutte de sang ne pourra s'épancher.

Après avoir fait cette derniere application, on lâche par degré, & peu-à-peu, la Vis de la pelote qui comprime le tronc de l'artere dans l'aine, pour laisser passer le sang, jusqu'à ce que l'on commence à sentir le battement de l'artere; & si l'on s'apperçoit qu'elle batte trop fort, & qu'il passe trop de sang, on resserre la Vis d'un demi-tour, ou d'un tour, plus ou moins, afin de n'en laisser passer.

passer qu'autant qu'il en est nécessaire pour conserver la vie dans le Moignon.

Ainsi cette Machine a plusieurs utilités. Par le moyen de la premiere piece, on se rend totalement maitre du sang ; l'attention du Chirurgien n'est point partagée; il est plus assuré & plus ferme en opérant; l'opération finie, on lâche autant de sang qu'on le juge à propos. Veut-on panser le Malade, on retient totalement le sang, jusqu'à ce qu'on ait levé l'ancien appareil, & appliqué le nouveau, en prenant les précautions que je dirai ci-après.

La deuxieme partie de cette Machine arrête le sang, en comprimant la bouche du vaisseau coupé, ainsi que l'on a dit ci-dessus; & l'on conçoit bien que si la compression ordinaire pouvoit arrêter le sang dans une branche, sans que le tronc fût comprimé, celle-ci l'arrêteroit bien plus facilement, puisqu'elle arrête la colomne de sang dans le tronc même, & qu'on n'en laisse passer qu'autant qu'on le juge nécessaire, pendant que le surplus est obligé de refluer dans les troncs voisins, ou dans les vaisseaux collateraux.

Un autre avantage que cette Machine a sur les autres moyens d'arrêter le sang, & sur la compression ordinaire, c'est qu'aussitôt que la supuration est établie, on peut sans crainte d'hémorragie, lever entierement l'appareil à chaque pansement. Au contraire, lorsqu'on s'est servi des autres moyens, on laisse à chaque pansement tout ce qui est placé sur les vaisseaux; on craint de les dégar-

garnir; ce qui reste s'échauffe, se pourrit, & contracte une odeur incommode au Malade, & à tous ceux qui l'approchent; de plus, ce reste d'appareil retient une partie du pus, qui croupissant, devient âcre, irrite la partie, & cause douleur, inflammation, fievre, insomnie, & autres accidens.

Avec notre Machine, pour n'avoir rien à craindre à la levée du premier appareil, il ne faut que serrer la Vis des plaques qui sont dans l'aine. On empêche le sang de couler dans le vaisseau. On détache alors les courroyes de la pelote de dessus le moignon; on la leve, & on ôte de l'appareil tout ce qui peut aisément se séparer. Ensuite on applique de nouveaux tampons de charpi à la place des anciens; on replace, on attache la pelote: on en serre la Vis au degré qui convient; on relâche peu-à-peu la Vis de l'aine pour la remettre au degré où elle étoit, & l'on acheve le pansement. On pourroit dire que cette maniere de consolider les vaisseaux est une imitation de la manœuvre des Fontainiers, qui, pour réparer un tuyau de Fontaine, commencent par fermer le robinet du Réservoir, pour se rendre maitres de l'eau, qui empêcheroit leur soudure. La Vis de l'aine est une espece de robinet qui retient le sang, ou modere son mouvement, jusqu'à ce que les sucs nourriciers ayent soudé & consolidé l'ouverture du vaisseau.

Ce moyen d'arrêter le sang est préférable aux autres, non seulement parce qu'il est plus doux, plus sûr & plus commode, mais encore parce qu'il est plus naturel. En effet, les

les Stiptiques, les Escarotiques, le Feu & la Ligature n'arrêtent le sang, qu'en détruisant une portion des vaisseaux, des nerfs & des chairs voisines. La compression ne détruit aucune partie, elle les rapproche seulement, & procure leur adhésion. Mais ce qu'il y a de plus estimable, c'est que la compression bien graduée ne produit jamais d'inflammation, & il en arrive toujours, lorsqu'on se sert des autres moyens. C'est même cette inflammation qui donne occasion à la supuration extraordinaire, & la supuration à la chûte prématurée des Escarres & des Ligatures.

La chûte des Escarres sera toujours suivie d'hémorragie, quand la partie du Caillot, que j'ai appellée le Bouchon, restera attachée avec la partie que j'ai appellée le Couvercle, parce qu'elles tomberont ensemble, & qu'alors l'orifice du vaisseau ne sera ni bouché ni couvert. J'ai tâché de découvrir pourquoi ces deux parties du Caillot tomboient quelquefois ensemble, & quelquefois séparément; & j'ai remarqué que cela dépendoit de la maniere dont on faisoit la compression ordinaire, après l'application des escarotiques, ou autres moyens: car si l'on observoit de faire toujours la compression sur le côté du vaisseau, de façon à en approcher les bords & les parois, on empêcheroit la communication du Caillot interne avec l'externe, ils n'auroient point d'adhérence l'un à l'autre, l'externe se sépareroit seul, l'interne resteroit dans le vaisseau, & l'hémor-

morragie ne suivroit pas si souvent la chute des Escarres.

On voit par cette observation, combien la compression est utile pour faire réussir les autres moyens d'arrêter le sang, & l'on prévoit même déja, que seule elle peut être suffisante. En effet, pour empêcher que le sang coule par un vaisseau ouvert, il ne faut qu'une compression qui le retienne, jusqu'à ce que les adhésions du Caillot au vaisseau, du vaisseau à lui-même & aux chairs voisines, soient assez fortes pour résister à l'impulsion du sang. Il ne faut pas pour cela un tems bien considerable; le jour que l'Appareil se sépare avec facilité, qui est pour l'ordinaire le quatrieme ou le cinquieme, la réunion est faite, & si l'on continue la compression, ce n'est que pour plus grande sûreté.

Les Caustiques, les Stiptiques & la Ligature pourroient-ils mieux faire? Eux, au contraire qui retranchent & détruisent, qui font beaucoup de douleur, & qui attirent l'inflammation, si contraire à la réunion. Un vaisseau pour se réunir à soi-même, au Caillot & aux chairs voisines, peut-il être dans une situation plus favorable, que celle dans laquelle il se trouve à l'instant qu'il vient d'être coupé? La Chirurgie ne nous enseigne-t-elle pas que pour réunir des parties fraichement divisées, il ne faut que les rapprocher, & les maintenir rapprochées? C'est, si j'ose le dire, à la Nature à faire le reste, & elle le fait toujours, lorsqu'elle n'est point interrompue dans ses fonctions, comme elle l'est par les autres moyens d'arrêter

le

le ſang. Ceux-ci retardent la réunion, qui ne commence à ſe faire qu'au cinquieme ou au ſixieme jour; au-lieu qu'en ſe ſervant de la compreſſion, l'adhéſion, la réunion, & la conſolidation des vaiſſeaux commencent dès les premiers inſtans qu'ils ſont comprimés: ſi bien que, lorſqu'à la levée du premier appareil, la ſupuration détache les tampons de charpi, dont on s'eſt ſervi pour comprimer le vaiſſeau, on s'apperçoit que la réunion de ſes parties eſt déja faite. Il eſt vrai qu'elle n'eſt pas encore bien ſolide, c'eſt pour cela, qu'avant de lever l'appareil, on a ſoin de ſerrer la Vis de la pelote de l'aine, qui comprime exactement le tronc; de ſorte que ce qui reſte de ſang dans le vaiſſeau, depuis cette compreſſion juſqu'à l'ouverture, n'a point le mouvement d'impulſion, qui ſeroit capable de forcer cette réunion commencée.

Ce que je viens de dire de la Machine & de ſes uſages n'eſt point conjecture: je ne la propoſe qu'après l'avoir mis heureuſement en pratique à l'Amputation de la Cuiſſe d'une perſonne de diſtinction. Toute la France a pris tant de part à cette guériſon, la maladie étoit ſi conſiderable, & accompagnée de tant de circonſtances ſingulieres, que je me ſuis cru obligé d'en rendre compte.

Au Siege d'Aire en 1710, cette perſonne reçut un coup de bale de Mouſquet, qui lui perça la Cuiſſe droite de part en part, & briſa l'os en tant de pieces, qu'il y a lieu de s'étonner que les deux portions principales ayent pu ſe réunir par un calus aſſez fort pour ſoutenir le corps, & conſerver la fa-

ci-

cilité de marcher pendant vingt ans. Cet illustre Blessé fut prisonnier de Guerre, & quoiqu'on eût pour lui tous les égards & les soins dûs à une personne de sa condition, sa blessure resta fistuleuse, parce qu'on ne tira de sa playe aucune des esquilles, qui cependant étoient en grand nombre, comme il paroît par celles qu'on a tirées en differens tems, soit par l'ouverture de la fistule, qui a subsisté 19 ans, soit par celle de quelques-uns des Abscès qui sont survenus pendant le cours de cette longue & laborieuse maladie.

Il y a un an & plus que la douleur vive & presque continuelle que le Malade souffroit, l'obligea de prendre un parti. Il assembla plusieurs personnes habiles, au nombre desquels furent ceux que le savoir & l'expérience ont élevés aux premieres places. Il fut mis en question, si on ouvriroit la Fistule pour tirer une Esquille très considerable qu'on y sentoit avec la Sonde, ou si on couperoit la Cuisse. On décida, qu'avant toutes choses, on tireroit l'Esquille, regardant l'Amputation de la Cuisse comme une derniere ressource.

Chargé d'exécuter ce dont on étoit convenu, je dilatai la Fistule, autant qu'une barriere osseuse, qui la formoit, me permit de le faire. Par cette dilatation, je ne pus découvrir que huit lignes du milieu de l'Esquille qui avoit trois pouces de longueur: les deux extrémités étoient cachées dans une espece de caverne osseuse, & retenues presque immobiles par des chairs dures & caleuses,

ses. Après avoir essayé en-vain de pousser l'esquille, soit en-haut, soit en-bas, pour la tirer par l'une de ses extrémités, je fis faire un Instrument avec lequel je la coupai en deux. Alors je la tirai avec facilité, & tout de suite trois autres esquilles, dont l'une étoit plus grosse que la premiere, & les deux dernieres plus petites; mais ce qui paroitra surprenant, c'est qu'ayant porté mon doigt dans le fond de la Fistule, je trouvai un morceau du drap de la culote, qui n'avoit perdu que sa couleur. Quelques jours après, il sortit en trois pansemens differens, trois morceaux de Fer rouillés, qu'on jugea être des portions de l'anneau d'une Clef que la bale avoit brisé, & dont le reste fut trouvé dans la poche de la culote le jour même de la blessure.

Le succès de toutes ces opérations sembloit promettre une guérison parfaite; mais les douleurs qui n'avoient été que diminuées, revinrent bien-tôt aussi vives qu'auparavant. L'insomnie, la fievre lente & la maigreur détruisirent nos esperances; enfin les forces qui diminuoient chaque jour, nous obligerent d'annoncer au Malade la nécessité de l'Amputation; ou plutôt le Malade, devenu habile en Chirurgie depuis vingt ans qu'il en étoit le Sujet, reconnut lui-même la nécessité de cette cruelle opération: il la proposa, & décida du jour & de l'heure qu'elle seroit faite.

Le 23 Février 1730, à dix heures du matin, tout étoit prêt: mais l'opération ne fut faite qu'à onze, parce que notre courageux

Ma-

Malade n'étoit pas éveillé. Nous lui laissâmes achever cette nuit, qui fut une des plus tranquilles qu'il eût encore passé depuis sa blessure. L'opération faite, les Vaisseaux furent liés à l'ordinaire. Le Malade couché, fut si tranquille, qu'il paroissoit avoir oublié les douleurs qu'il venoit de souffrir, & mépriser celles que l'on pouvoit lui causer par la suite. Son courage l'empêchoit de douter de sa guérison; sûr de vivre, il ne s'occupoit qu'à former des projets agréables, & ne soupçonnant aucun danger, son esprit jouïssoit de cette tranquillité que donne la douce esperance ou plutôt la sécurité.

Avec de pareilles dispositions, les guérisons sont faciles; mais s'il est avantageux qu'un Malade ait du courage, il faudroit pouvoir y donner des bornes. L'exemple de celui-ci prouve qu'on peut abuser de tout, même de la vertu. Ce qui l'avoit conduit si rapidement à la guérison, ce courage intrépide, lui fit entreprendre de se lever lui-même sans secours, & de s'asseoir le dos contre le chevet de son lit: ce qu'il fit avec tant de promtitude & de force, qu'il allarma les assistans, & qu'à l'instant il s'apperçut qu'il perdoit tout son sang. Ce fut le vingt-unieme jour de l'opération. J'étois heureusement chez lui; le mal fut aussi-tôt réparé par l'application d'un bouton de Vitriol, soutenu d'un bandage convenable. Il observa plus exactement le repos: cependant le onzieme jour de l'application dn Vitriol, à la chûte de l'Escarre, l'hémorragie revint. J'étois encore près du Malade, &

profi-

profitant des réflexions que j'avois faites sur les défauts de la Ligature & l'infidelité des Caustiques, je crus pouvoir tenter d'arrêter le sang par la seule Compression. Je la fis avec les moyens ordinaires; ce que je regardai cependant plutôt comme une épreuve que la nécessité m'obligeoit de faire, que comme un moyen assuré. La crainte & la méfiance me firent placer près du Malade quatre Chirurgiens qui se relevoient d'heure en heure pour tenir le Moignon, & appuyer la main sur l'endroit de l'Artere ouverte, afin de fortifier l'action du bandage qui faisoit la compression.

Dans cette cruelle extrémité, il sembloit que pour sauver la vie du Malade, nous n'eussions à choisir que l'application des Caustiques, ou la Ligature du Vaisseau; mais comment se fier une seconde fois à l'un ou à l'autre, puisque tous deux nous avoient manqué? La Ligature fut cependant proposée; elle parut difficile & dangereuse: difficile, parce que l'Artere avoit été raccourcie de près d'un pouce, soit par la portion qu'en avoit retranché la Ligature, soit par celle qu'en avoit brulé le Vitriol. Elle n'étoit pourtant pas impossible, puisqu'on pouvoit faire une incision pour découvrir l'Artere, & la lier; mais cette opération eût été dangereuse à un Malade exténué & fatigué par les opérations, par la diète & par une supuration abondante, qui duroit depuis près de trente jours.

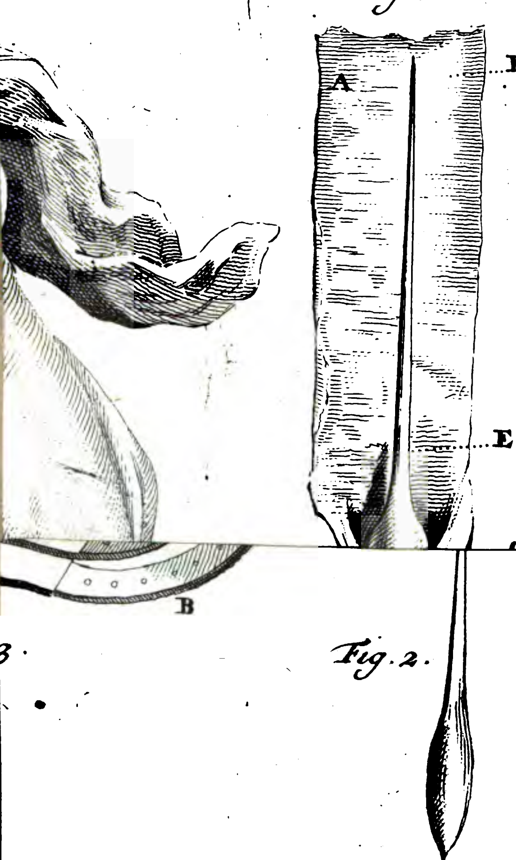
La triste situation où je me trouvois, ne me permit pas de songer à autre chose qu'à

 trouver

trouver les moyens de remédier à un fâ-cheux accident. L'idée d'une Machine m'vint, & ne me quitta pas de toute la nuit; le jour étant venu, j'en fis un modele avec du papier. Je mandai M. Perron, mon confrere, qui approuva cette Machine, & la fit fabriquer. Sitôt que je l'eus placée, le Malade sentit qu'elle réussiroit, parce que, disoit-il, elle appuyoit sur les deux points essentiels, & qu'elle laissoit en liberté tout le reste du Moignon. Elle fit toute seule, mais avec bien plus d'exactitude & de régularité, ce que faisoient les quatre Chirurgiens que j'employois à comprimer le bout du Moignon. Ce qu'elle a fait de plus, c'est qu'après avoir tranquillisé le Malade, rassuré le Chirurgien & la Famille allarmée, elle a procuré la consolidation du vaisseau, d'où s'en est suivi une guérison parfaite.

On voit par l'exemple que je viens de rapporter, qu'on arrêtera le sang des vaisseaux coupés dans les Amputations, sans Stiptiques, sans Castiques & sans Ligature. Par les observations & les réflexions que j'ai faites sur les differens moyens d'arrêter le sang, on sera convaincu que la Compression doit être préférée; & l'on sera d'autant plus porté à s'en servir, qu'elle s'exécutera par le moyen d'une Machine sure, simple & facile à manœuvrer. Je ne prétends pas borner son usage à la seule Amputation de la Cuisse : il est certain qu'elle doit encore mieux réussir aux Bras & aux Jambes, puisqu'elle s'y ajustera plus facilement, & que les vaisseaux y sont moins considerables.

SUR


Fig. 1.
A
E
E
C
B
Fig. 2.
D

SUR LA SEPARATION DES INDETERMINÉES DANS LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. SOit l'Equation $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$, dans laquelle a, b, m, n, p, sont des quantités constantes quelconques, & x & y variables. Pour séparer les indéterminées dans cette Equation, je la multiplie par A indéterminée en forme & en valeur, & j'ai $Adx = aAx^m y^n dy + bAy^{n+1} x^p dx$.

L'intégrale de cette Equation est $[\int Adx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}] - \frac{ma}{n+1} \int Ay^{n+1} x^{m-1} dx - \frac{a}{n+1} \int y^{n+1} x^m dA + b\int Ay^{n+1} x^p dx$.

Je fais $=0$ les termes du second membre qui sont affectés du signe $\int$; & les differentiant, il vient $\frac{ma}{n+1} Ax^{m-1} dx + \frac{a}{n+1} x^m dA = bAx^p dx$, ou $A^{-1} dA = \frac{(n+1)b}{a} x^{p-m} dx - mx^{-1} dx$. J'integre cette Equation,

& j'ai $lA + mlx = \frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}$, ou (passant aux nombres, & prenant c pour le nombre dont le logarithme $= 1$) Ax^m $= c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}$, ou $A =$ $= c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m}$. Et substituant cette valeur de A dans l'Équation intégrée $[\int A\,dx = \frac{a}{n+1} A x^m y^{n+1}]$, il vient $\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx = \frac{a}{n+1}$ $c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} y^{n+1}$, ou $y^{n+1} = \frac{n+1}{a}$ $c^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}$ $x^{-m}\,dx$, ou enfin $y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$ $\times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \times \left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}\right.$ $\left. x^{-m}\,dx\right)^{\frac{1}{n+1}}$.

Quel que soit le rapport entre a, b, m, n, p, dans l'Equation $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$, les indéterminées seront, comme l'on voit, toujours séparées par cette méthode, & par conséquent le Problême construisible par les

les Quadratures, excepté cependant lorsque $p=m-1$, ou $n=-1$.

II. Lorsque $p=m-1$, l'intégrale générale ne fait rien connoitre, à cause des exposans infinis qui s'y trouvent. C'est que l'Equation est absolument intégrable sans quantités exponentielles : car elle est alors $dx=ax^{m}y^{n}dy + by^{n+1}x^{m-1}dx$. Je lui applique donc la règle sous sa forme particuliere, & j'ai $Adx=aAx^{m}y^{n}dy + bAy^{n+1}x^{m-1}dx$, dont l'intégrale est $[\int Adx=\frac{a}{n+1}Ax^{m}y^{n+1}]$ $-\frac{ma}{n+1}\int Ay^{n+1}x^{m-1}dx-\frac{a}{n+1}\int x^{m}y^{n+1}dA+b\int Ay^{n+1}x^{m-1}dx$. D'où l'on tire $A^{-1}dA=\frac{nb+b-ma}{a}x^{-1}dx$, ou $lA=\frac{nb+b-ma}{a}lx$, ou $A=x^{\frac{nb+b-ma}{a}}$; & substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a $\left(\frac{a}{nb+b-ma+a}\right)\times\left(x^{\frac{nb+b-ma+a}{a}}+B\right)=\frac{a}{n+1}x^{\frac{(n+1)b}{a}}y^{n+1}$, ou $\left(\frac{n+1}{nb+b-ma+a}\right)\times\left(x^{-m+1}+Bx^{\frac{(-n-1)b}{a}}\right)=y^{n+1}$, ou enfin $y=\left(\frac{n+1}{nb+b-ma+a}\right)^{\frac{1}{n+1}}\times(x^{-m+1}$ +

$+ B x^{\frac{(-n-1)b}{a}})^{\frac{1}{n+1}}$. D'où l'on voit que lorsque $p = m - 1$, & que m & n sont des nombres rationnels, l'Equation appartient toujours à des Courbes algébriques.

Cette intégrale ne fait rien connoitre, lorsque $n = -1$. C'est que l'Equation étoit intégrable sans aucune préparation: car l'on a alors $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^{m-1} dx$, ou $x^{-m} dx = bx^{-1} dx + ay^{-1} dy$, ou $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} = blx + aly - alB$, ou $c^{\frac{1}{-m+1} x^{-m+1}} = \frac{x^b y^a}{B^a}$, ou $y = B c^{\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1}} x^{-\frac{b}{a}}$.

III. Lorsque $n = -1$, l'intégrale générale ne fait rien connoitre. C'est encore parce que l'Equation est intégrable sans préparation; car elle est alors $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^p dx$, ou $x^{-m} dx = ay^{-1} dy + bx^{p-m} dx$, dont l'intégrale est $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1} = aly - alB$,

ou $c^{(\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1})} = B^{-a} y^a$,

ou $y = B c^{(\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1} - \frac{b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1})}$

Cet-

Cette intégrale ne fait rien connoitre, lorsque $m=1$, ou $p=m-1$.

Si $m=1$, l'on a $dx=axy^{-1}dy+bx^{p}dx$, ou $x^{-1}dx-ay^{-1}dy=bx^{p-1}dx$; dont l'intégrale est $lx-aly+alB=\frac{b}{p}x^{p}$, ou $B^{a}xy^{-a}$ $=c^{\frac{b}{p}x^{p}}$, ou $y=Bx^{\frac{1}{a}}c^{-\frac{b}{pa}x^{p}}$.

Si $p=m-1$, c'est le cas précédent (*Art. III.*)

IV. Je reviens à la racine de l'Equation générale $y=\left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}\times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a}x^{p-m+1}}$ $\times\left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}x^{p-m+1}}x^{-m}dx\right)^{\frac{1}{n+1}}$; & je cherche les cas où cette racine peut être exprimée en termes finis. Pour cela faisant $\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a}=\alpha$, $-m=\zeta$, & $p-m+1=\epsilon$, la quantité qui est sous le signe $\int$ devient $\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta}dx$; que j'integre comme il suit.

$$\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta}dx=\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-\epsilon+1}.x^{\epsilon-1}dx=\frac{1}{\alpha\epsilon}c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-\epsilon+1}-\frac{(\zeta-\epsilon+1)}{\alpha\epsilon}\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-\epsilon}dx.$$

$$\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-\epsilon}dx=\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-2\epsilon+1}.x^{\epsilon-1}dx=\frac{1}{\alpha\epsilon}c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-2\epsilon+1}-\frac{(\zeta-2\epsilon+1)}{\alpha\epsilon}\int c^{\alpha x^{\epsilon}}x^{\zeta-2\epsilon}dx.$$

a la valeur de y en termes finis toutes les fois que $\frac{m-1}{m-p-1}$ est un nombre entier positif, ce qui donne une infinité de cas differens de ceux dont nous avons parlé.

Si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant un nombre entier positif, l'on fait $R=0$, & que p soit nombre rationel, toutes ces courbes seront algébriques.

Si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant quelque nombre entier positif, $R=0$, p ou m sont irrationnels, l'on aura des courbes irrationnelles, mais dont les exposans sont constans, & qui tiennent le premier rang après les courbes algébriques.

Enfin si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant toujours un nombre entier positif, R est quelque quantité donnée, ces courbes sont exponentielles à exposans variables.

V. La méthode s'applique avec le même succès à une infinité d'autres formules, & à celles dont M. Craig * a donné la séparation dans son Livre *de Calculo Fluentium*.

Son 1er cas, qui est celui où l'une des indéterminées manque, se réduit de lui-même aux Quadratures, & se trouvoit déja dans le beau Scholion de la fin de la *Quadrature des Courbes de M. Newton*.

Le 2d. cas de M. Craig est $ay^m dy = by^{m+1} dx + qdx$ (q étant une quantité quelconque don-

* *Lib. Calc. Fluent.* p. 40, & *seq.*

donnée par x). Je lui donne la forme $Aqdx = aAy^m dy - bAy^{m+1} dx$, dont l'intégrale est $[\int Aq dx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1} \int y^{m+1} dA - b \int Ay^{m+1} dx$. D'où l'on tire $lA = -\frac{(m+1)b}{a} x$, ou $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a} x}$; & substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, il vient

$$\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} x} q dx = \frac{a}{m+1} c^{-\frac{(m+1)b}{a} x} y^{m+1},$$

ou enfin $y = \left(\frac{m+1}{a}\right)^{\frac{1}{m+1}} \times c^{\frac{b}{a} x} \left(\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} x} q dx\right)^{\frac{1}{m+1}}$.

Le 3me cas $ay^m dy = by^{m+1} p dx + q dx$, ($p$ & q étant des fonctions quelconques de x). Je lui donne cette forme $Aqdx = aAy^m dy - bAy^{m+1} p dx$, dont l'intégrale est $[\int Aqdx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1} \int y^{m+1} dA - b \int Ay^{m+1} p dx$. D'où l'on tire $lA = -\frac{(m+1)b}{a} \int p dx$, ou $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a} \int p dx}$; & substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a} \int p dx} q dx = \frac{a}{m+1}$

$c^{-\frac{(n+1)b}{a}\int p dx} y^{n+1}$, ou enfin $y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$

$\times c^{\frac{b}{a}\int p dx} \left(\int c^{-\frac{(n+1)b}{a}\int p dx} q dx\right)^{\frac{1}{n+1}}$.

Le 4me cas (si tant est qu'il soit different du 3me) est $a dy = p y dx + b y^n q dx$. C'est l'Equation que M. Jacques Bernoulli avoit autrefois proposée (*Act. Erud.* 1695. *p.*553.) & dont M. Bernoulli son Frere donna la séparation dans les mêmes Actes 1697. p. 115. Quoi qu'il en soit, je lui donne cette forme, $b A q dx = a A y^{-n} dy - A y^{-n+1} p dx$, dont l'intégrale est $[b\int A q dx = \frac{a}{-n+1} A y^{-n+1}]$ $- \frac{a}{-n+1}\int y^{-n+1} dA - \int A y^{-n+1} p dx$; d'où l'on tire $l A = (\frac{n-1}{a}) \int p dx$, ou $A = c^{(\frac{n-1}{a})\int p dx}$. Et substituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a

$b\int c^{(\frac{n-1}{a})\int p dx} q dx = \frac{a}{-n+1} c^{(\frac{n-1}{a})\int p dx} y^{-n+1}$,

ou $y = \left(\frac{(-n+1)b}{a}\right)^{\frac{1}{1-n}} \times c^{\frac{1}{a}\int p dx} \times \left(\int c^{\frac{n-1}{a}\int p dx} q dx\right)^{\frac{1}{1-n}}$.

Quant au 5me cas, $a y^e dy = b y^n q dx + p dx$, il

Il me semble que M. Craig se trompe, de croire en pouvoir faire la séparation comme il a fait dans les 2d. & 3me. Ce cas n'est séparable ni par sa méthode ni par la mienne.

RECHERCHES GEOGRAPHIQUES SUR L'ETENDUE DE L'EMPIRE D'ALEXANDRE,

Et sur les Routes parcourues par ce Prince dans ses differentes Expéditions.

Pour servir à la Carte de cet Empire, dressée par feu M. Delisle, pour l'usage du Roi.

Par M. BUACHE. *

L'HONNEUR que j'ai d'occuper aujourd'hui une place que feu M. Delisle mon Beau-pere a si dignement remplie, m'a fait préférer ce sujet à plusieurs autres, que j'aurois pu exposer au jugement de la Compagnie. Formé par les soins de M. Delisle, & lui devant tout ce que je puis savoir en Géographie, j'ai cru devoir commencer par exécuter un Projet dont il m'avoit entretenu plusieurs fois.

Comme la Carte de l'Empire d'Alexandre s'étend depuis la Côte occidentale de la Grece,

* 4 Avril 1731.

ce, voisine de l'Illyrie; jusque par-delà le Fleuve Indus, elle comprend presque toute la partie orientale du Monde connu des Anciens, & par-là elle auroit donné à M. Delisle occasion de justifier une partie des changemens qu'il avoit faits aux Cartes des Géographes précédens.

Ce Mémoire joint à celui qu'il lut en 1714, sur la situation de l'Italie, & de la partie occidentale de la Méditerranée, auroit tenu lieu en partie de cette Introduction à la Géographie qu'il avoit promise.

J'ai trouvé dans les Recueils de M. Delisle beaucoup de matériaux destinés à composer le Mémoire que je lis aujourd'hui; mais il n'avoit presque rien écrit des raisons sur lesquelles il s'étoit déterminé pour les positions conjecturales de sa Carte des Expéditions d'Alexandre: cependant ces positions conjecturales sont, comme le savent tous ceux qui ont travaillé sur la Géographie, la partie la plus considerable & la plus difficile de cette Science; ainsi il m'a fallu rappeller & imaginer quelquefois, pour ainsi dire, les raisons qui l'avoient déterminé dans ces occasions.

Pella, Capitale de la Macédoine, étoit la patrie d'Alexandre, & c'est de cette Ville que ce Prince partit pour ses trois Expéditions differentes contre les Grecs, contre les Triballes, Peuples de la Thrace Septentrionale qu'il traversa jusqu'au Danube, obligeant une partie de ce vaste Païs de se soumettre à lui, & contre les Perses. La situation de Pella est déterminée sur la Carte, par

par la distance de la Ville de Thessalonique, où l'on a une Observation du Pere Feuillée.

La partie occidentale de l'Empire d'Alexandre comprenoit les Païs contenus entre l'Epire, la Béotie, & la Thrace; c'étoit-là proprement le Royaume de ce Prince, lorsqu'il déclara la guerre aux Perses. Athenes, Lacédémone ni les autres Villes de la Grece, n'obeïssoient point à Alexandre, comme à leur Souverain, mais comme au Chef, & comme au Général de la Nation Grecque; c'est par cette raison que sur la Carte, l'Attique & le Peloponese ne sont point partie de l'Empire d'Alexandre. On en a encore excepté Byzance, parce que cette Ville formoit une espece de République qui conserva sa liberté, même sous les Successeurs d'Alexandre.

Les differentes victoires que ce Prince remporta sur les Perses, le rendirent maitre de presque tous les Païs soumis à ces peuples: je dis de presque tous les Païs, parce qu'il faut excepter de l'Asie mineure la Bythinie, & la partie septentrionale de la Cappadoce, nommée depuis le *Royaume du Pont*. Il en faut dire autant de l'Arménie, située à l'Orient de l'Euphrate, ou de la grande Arménie. L'Atropatene située à l'Orient de l'Arménie, & qui est nommée maintenant *Adherbijan*, ne faisoit pas non plus partie de l'Empire d'Alexandre, & il ne faut pas d'autre preuve pour rejetter les traditions Orientales, qui font aller ce Prince dans l'Ibérie ou Géorgie, & qui lui attribuent la construction de la Forteresse & de la muraille de Derbent.

A l'égard des Frontieres orientales de l'Empire d'Alexandre vers l'Hyrcanie & vers la Scythie, on les comprendra mieux par l'inspection seule de la Carte, où les marches de son Armée sont tracées, que par tout ce que je pourrois dire. Il en sera de même de la Frontiere de l'Inde.

La partie méridionale de l'Empire de ce Prince étoit terminée par la Mer des Indes, par le Golfe Persique, & par l'Euphrate. Alexandre n'avoit point soumis les Arabes, & le détail des Guerres qui s'éleverent entre ses Successeurs, montre que cette Arabie qui est mise au nombre des Provinces de son Empire, étoit la partie de l'Egypte, voisine d'Heroum ou du Suès, qui est entre la Mer rouge & la Méditerranée.

Comme ces discussions touchant les Provinces qui composoient l'Empire d'Alexandre, ne regardent pas précisément notre objet présent, il suffit d'avoir indiqué en gros ce que la Carte de M. Delisle a de particulier sur cet article; l'objet de ce Mémoire étant uniquement ce qu'il y a de géographique dans cette Carte.

Pour rendre plus sensibles les changemens que M. Delisle a faits dans la situation & dans la distance des Païs qui composoient l'Empire d'Alexandre, j'ai suivi la méthode dont il s'est déja servi pour mettre sous les yeux les differentes figures données à la Mer Caspienne, par les Géographes, & qu'il avoit employées à l'occasion du Mémoire qu'il lut en 1714 pour justifier les changements qu'il avoit faits à

l'Italie. J'ai tracé deux fois differentes sur la Carte les Païs qui composoient l'Empire d'Alexandre, d'abord suivant l'Hypothese géographique de M. Delisle, & ensuite selon celle des autres Géographes.

Ces deux Plans du même Païs ont une ligne commune, qui est le Méridien de Byzance, aujourd'hui Constantinople; mais tous les autres points sont differens, & par conséquent doubles. Pour rendre ces differences plus sensibles, on a distingué les deux Plans par des traits. Celui de M. Delisle est marqué par un trait avec des hachures, & l'ancien Plan par un simple trait.

Comme les Latitudes & les Longitudes données aux Villes de ces Païs par M. Delisle sont très differentes de celles de l'ancien Systême, on a été obligé, pour représenter l'un & l'autre sur la même Carte, de répéter les noms & la position des Villes. Celle de Byzance, par exemple, est marquée deux fois; savoir, dans le Plan de M. Delisle, à 41 degrés une minute de Latitude, conformément à l'observation de M. de Chazelles, & dans le Plan des anciens Géographes, à 43 degrés, suivant l'opinion de Ptolomée, ce qui fait une difference de deux degrés, ou de 50 lieues entre ces deux points du même Méridien. Cette difference est réelle, parce que le parallele de Byzance, suivant l'opinon ancienne, n'est pas le même que celui qui résulte de l'Observation Astronomique.

A l'égard du Méridien, considerant celui de Byzance pris en lui-même, & comme un pre-

voit manquer à la force & à la certitude de chacune en particulier.

Au défaut des Obſervations de nos Aſtronomes Européens, M. Deliſle a cru pouvoir ſe ſervir de celles des Aſtronomes Orientaux, rapportées dans les Catalogues de Naſſir-Eddin, & d'Oulougbeg, pour établir la diſtance de diverſes Villes de cette partie orientale. Pour s'aſſurer de la juſteſſe de ces Obſervations, il a comparé la diſtance totale qu'elles ſuppoſoient entre le Méridien d'Alexandrette ou des Côtes de Syrie, & le Méridien du cours de l'Indus, avec la diſtance réſultante des Obſervations faites à Agra & à Alexandrette. Cette derniere eſt, comme on a vu, de 40 degrés 24 minutes, & il a trouvé que celle des Aſtronomes Orientaux étoit la même à très peu près.

Si l'on prend dans ces Aſtronomes la Longitude du Méridien d'Antioche, qui eſt le même à quelques minutes près que celui d'Alexandrette, & qu'on la compare avec celles des Villes de l'Inde dans ces mêmes Aſtronomes, on trouvera qu'ils mettent les Sources de l'Inde à 33 degrés 34 minutes d'Antioche; Dioul, ou l'Embouchure de l'Indus qui coule au Sud-ſud-oueſt, à 30 degrés 34 minutes; Moultan à 36 degrés 9 minutes; & Lahor à 37 degrés 54 minutes.

Ces Aſtronomes placent la Ville de Kanouge, qui étoit de leur tems la Capitale des Indes, à 44 degrés 44 minutes d'Antioche. On ignore ſi cette Ville n'a point été détruite par les Mogols, & quel nom elle porte aujourd'hui; mais on ſait que ſon terri-

ritoi-

ritoire étoit entre l'Indus & le Gange, & même qu'elle étoit sur le confluent du Gange, & d'un autre Fleuve. Pour Benares, qui subsiste encore sur le Gange, & qui est très célèbre dans les Relations des Voyageurs modernes, les Astronomes Arabes la mettent a 45 degrés 54 minutes d'Antioche. Ces diverses Longitudes s'accordent parfaitement avec l'Observation qui fait Agra, Ville située entre le Gange & l'Indus, plus orientale qu'Alexandrette ou qu'Antioche, de 40 degrés 24 minutes.

Cette conformité forme une présomption bien forte en faveur des Astronomes Orientaux, & peut du moins faire soupçonner que les Longitudes qu'ils nous ont données, étoient fondées sur des Observations. On sait combien les Orientaux ont toujours été attachés à l'Astronomie, & combien ils l'ont cultivée. Les Géographes Arabes n'avoient pas toujours copié Ptolomée : pour s'en convaincre, il suffit de comparer les intervalles de Longitudes de ce Géographe avec ceux de Nassir-Eddin & d'Oulougbeg, qui mettent seulement 36 degrés 9 minutes entre Antioche & la Ville de Moultan sur le confluent de l'Hydraotes & de l'Indus; tandis que Ptolomée met ce confluent à 54 degrés 25 minutes d'Antioche, & le fait 18 degrés 16 minutes plus oriental que les Arabes, ce qui est une difference de plus d'un tiers.

Ce même Géographe marque la Ville d'Agara entre l'Indus & le Gange 59 degrés 45 minutes à l'Orient d'Antioche. Cette Ville

Ville d'Agara est la même que celle d'Agra, comme M. Delisle le marque sur sa Carte, & elle est plus orientale de 15 degrés 25 minutes, c'est-à-dire, de plus d'un quart dans le Géographe Grec, qu'elle ne le devroit être par l'Observation.

Nous avons dans les * Voyageurs modernes des observations de la Latitude de quelques-unes des principales Villes de la Perse, & ces observations qui servent à confirmer les Latitudes des Astronomes orientaux, forment une nouvelle présomption en faveur des Longitudes qu'ils nous ont données.

La position des differentes Villes de l'Orient étant fixée par ces observations, & la situation de celles dont les Astronomes Orientaux ne parlent point, étant déterminée par les Itineraires, & par les routes des Voyageurs les plus exacts, il ne s'est plus agi que de comparer la situation des Villes modernes avec celle des anciennes, & que de fixer le rapport de l'ancienne & de la nouvelle Géographie. Comme il y a plusieurs de ces Villes dont les noms anciens sont connus avec certitude, elles ont servi comme de points fixes pour trouver les autres.

Les Ecrivains de l'Histoire d'Alexandre avoient marqué la mesure de toutes les marches de l'Armée de ce Prince. Ces mesures avoient été exactement prises par les Arpenteurs ou Géometres qu'il menoit avec lui, & elles avoient été conservées dans les Jour-

* *Olearius, Chardin, Herbert & Thevenot.*

Journaux de ses Expéditions écrits par son ordre. Toutes ces mesures ne sont pas venues jusqu'à nous, mais les plus importantes ont été conservées par Strabon, par Pline & par Arrien. Elles ont servi à tracer les Routes que l'on peut voir sur la Carte, & en même tems elles ont fourni une nouvelle preuve de la justesse des observations des Astronomes Orientaux.

Ces mesures mettent entre les differentes Villes par lesquelles Alexandre a passé, des distances qui gardent un rapport à peu près semblable à celui qui est entre les differences qui résultent des observations.

Ces mesures sont exprimées en stades, & si l'on prenoit ces stades pour ceux dont les Géographes postérieurs à Alexandre, & à la mesure de la Terre déterminée par Eratosthenes, se sont servis, on ne trouveroit aucun rapport entre ces mesures, & les observations, soit des Orientaux, soit de nos plus habiles Modernes. Si l'on comptoit, par exemple, 700 stades au degré de l'Equateur avec Eratosthenes, il faudroit retrancher près de la moitié des mesures itineraires, pour les faire quadrer avec les observations, & plus de la moitié, si l'on adoptoit la mesure de 500 stades au degré, employée par Ptolomée.

On compte, par exemple, 10290 stades entre les Villes d'Ecbatane & d'Alexandrie sur le Fleuve Aria, aujourd'hui Héri, par un chemin à peu près parallele à l'Equateur. Les 10290 stades font plus de 14 degrés d'un grand cercle par la mesure d'Eratosthe-

nes

nes, & plus de 20 degrés de celle de Ptolomée.

La distance en Longitude des Villes d'Hamadan & de Hérat, c'est-à-dire d'Ecbatane & d'Aria, dans les Astronomes Orientaux, est de 11 degrés 20 minutes; qui eu égard à la diminution des degrés de Longitude du parallele de ces deux Villes, sont égaux à 8 degrés 57 minutes d'un grand cercle, ce qui est très different de la distance en Longitude de 14 degrés qui résulte des mesures précédentes: cette seule difference doit nous persuader que les stades employés par les Arpenteurs d'Alexandre étoient plus petits de beaucoup, que ceux des Géographes postérieurs, car cette difference est trop grande pour l'attribuer à l'obliquité & aux sinuosités des chemins: d'ailleurs ce n'est point ici l'occasion d'employer cette supposition; il s'agit de la marche forcée que fit Alexandre à la tête d'un Corps de Cavalerie d'élite, d'abord pour se rendre maitre de Darius, lorsque ce Prince alloit chercher une retraite dans la Bactriane, après avoir perdu la Bataille d'Arbelles, ensuite pour s'opposer au traitre Bessus, & ne lui pas donner le tems de s'emparer des Provinces orientales de la Perse. Dans l'une & dans l'autre de ces vues, la diligence étoit nécessaire, & l'on connoit trop le caractere d'Alexandre, pour croire que le chemin le plus court & le plus droit ne lui parût pas le meilleur, quoique le plus difficile.

L'évenement qui suivit cette marche d'Alexandre nous fournit une preuve, ce me sem-

semble sans replique, que les stades des Arpenteurs de ce Prince étoient extrêmement courts. De la Ville d'Aria, il passa dans la Capitale des Dranges, éloignée de 1600 stades. Là il fit arrêter Philotas convaincu d'avoir conspiré, & le fit conduire, chargé de chaines, à Ecbatane, où il fut exécuté le onzieme jour après son départ de la Ville des Dranges. Philotas chargé de chaines fit donc avec l'escorte qui le conduisoit, 11890 stades en moins de onze jours. C'est tout au moins 1080 stades par jour, & selon la mesure de Ptolomée 54 lieues de 25 au degré, suivant celle d'Eratosthenes ce sera près de 43 lieues, cè qui est encore impossible, lorsqu'il s'agit d'une marche continuée pendant onze jours par un corps de Cavalerie, sur-tout lorsqu'il traverse un Païs peu habité, & où l'on a les peuples pour ennemis.

Je pourrois multiplier les exemples de ce genre, & l'Histoire d'Alexandre est remplie de marches forcées, qui supposent toutes que les stades dans lesquels elles sont exprimées, sont beaucoup plus petits que ceux dont on s'est servi depuis. Nous voyons par exemple, qu'Alexandre marchant avec son Armée contre les Malles, traversa en un jour & en une nuit un Païs desert & très rude de 400 stades d'étendue, ce qui par l'évaluation ordinaire feroit 20 lieues en 24 heures. Arrien compte 1500 stades entre Maracanda, aujourd'hui Samarcand, & le Jaxartes, & assure qu'Alexandre avec une partie de sa Cavalerie & de son Infanterie pesamment armée fit ce chemin en trois

 jours

jours. Selon l'opinion commune, ces 1500 stades valent 75 lieues, ce qui feroit 25 lieues par jour.

La largeur du Fleuve Hidaspes, passé par Alexandre à la vue de Porus & des Indiens campés sur la rive opposée, étoit de 20 stades, selon la mesure exacte qui en fut prise par les Arpenteurs d'Alexandre. Ces 20 stades font dans l'opinon commune une lieue de 25 au degré ou de plus de 2200 toises. Il est vrai que le passage d'Alexandre fut favorisé par une Isle placée au milieu du Fleuve, & de laquelle il s'étoit emparé; mais cela n'empêche pas que la largeur du Bras opposé aux Indiens ne fût encore de 10 stades qui feroient une demi-lieue.

Toutes ces difficultés disparoîtront, si l'on suppose avec M. Delisle que les Arpenteurs d'Alexandre avoient employé les mêmes stades que les Astronomes dont Aristote Précepteur de ce Prince rapporte l'opinion sur la mesure de la Terre. Ces Astronomes comptoient 1111 stades environ au degré, & la maniere dont Aristote rapporte leur mesure, fait voir que c'étoit celle que l'on suivoit communément de son tems. Il étoit naturel qu'Alexandre, dont le projet n'alloit pas à moins qu'à la Conquête du Monde entier, employât cette même mesure pour déterminer l'étendue de ses Conquêtes, & pour connoitre quelle portion du Monde il avoit déja soumise.

Supposant cette mesure de la Terre à peu près exacte, les stades employés par les Astronomes seront de 308 pieds de Roi, ou d'un

d'un peu plus de 51 toises. Les 20 stades de la largeur du Fleuve Hydaspes feront environ 1000 toises; & les 10 stades du Bras opposé aux Indiens feront 500 toises, ou un quart de lieue, ce qui ne s'éloigne gueres de la largeur du Rhin dans l'endroit où l'Armée du feu Roi Louis XIV la traversa en présence des Ennemis en 1672.

Les marches d'Alexandre deviendront de même moins surnaturelles. Les 11890 stades faits en 11 jours par l'escorte qui conduisoit Philotas de la Capitale des Dranges à Ecbatane ne vaudront qu'environ 168 lieues de 25 au degré, chaque journée sera de 24 de ces lieues, & non de 43 comme dans la mesure d'Eratosthenes, ou de 54 comme dans celle de Ptolomée.

Les 1500 stades qu'Alexandre fit du Jaxartes à Maracanda en trois jours, ne feront que 36 lieues communes, & les journées seront de 12 lieues; au-lieu que par l'opinion ordinaire elles seroient de 25 lieues, comme nous l'avons remarqué.

La fameuse marche du Pont d'Epiere, au mois d'Août 1691, par Monseigneur le Dauphin, fut de 30 lieues en 48 heures, & elle est bien aussi forte que celle d'Alexandre, qui ne fit que 36 lieues en trois jours, marchant jour & nuit.

La marche que firent, au mois de Juillet 1710, les Troupes que M. le Duc de Noailles conduisit au secours du Port de Cette, est encore un exemple singulier de l'extrême diligence que les Troupes peuvent faire dans de certains cas.

M. le Duc de Noailles reçut au Boulou

où étoit le Quartier général de son Armée, la nouvelle de la descente des Anglois. La petite Ville du Boulou dans le Roussillon est éloignée d'Agde, où devoient se rendre les Troupes, d'environ 35 lieues communes de France. La Cavalerie fit ce chemin en 30 heures, l'Infanterie en 48 heures, & l'Artillerie dans laquelle il y avoit quatre pieces de 24, en 43 heures.

La distance des 10290 stades, marquée par les Arpenteurs d'Alexandre entre les Villes d'Ecbatane & d'Aria, réduite en degrés, suivant l'opinion des Astronomes d'Aristote, donne 9 degrés 16 minutes d'un grand cercle. Nous avons vu que celle qui résulte des Observations astronomiques étoit de 8 degrés 57 minutes, c'est une difference de 19 minutes ou de 350 stades au plus qu'il faudroit défalquer pour la courbure des chemins; ce qui n'est pas considerable sur un intervalle de 10290 stades.

On ne s'attend pas que j'entre ici dans un plus long détail, touchant l'étendue en Longitude de la partie de l'Empire d'Alexandre, située à l'Orient de Byzance : il faudroit m'étendre plus qu'il ne m'est permis dans cette Dissertation.

A l'égard de la partie de cet Empire, située à l'Occident de Byzance, les corrections que l'on a faites à sa Longitude sont fondées sur des observations exactes du R. P. Feuillée à Thessalonique, à l'Isle du Mile, à la Canée, & à Candie. Ces observations sont dans les Mémoires de l'Académie, & par conséquent connues de tout le monde.

La

La partie occidentale de la Grece du côté de l'Epire est déterminée dans le Mémoire lu par M. Delisle en 1714, & les distances itineraires de l'intérieur de la Grece, jointes aux routes exactes des Navigateurs dans l'Archipel, ont donné la Longitude des Côtes orientales du Péloponese, de l'Attique, & de la Thessalie.

Il ne me reste plus maintenant qu'à rendre compte des changemens que M. Delisle a faits aux Latitudes de ces Païs. On voit sur la Carte que la difference est bien considerable, sur-tout dans la partie occidentale. La raison en est que ces Latitudes avoient été déterminées par le moyen des distances itineraires sur celle de Constantinople, & celle-ci étant trop grande de 2 degrés, cette erreur avoit influé dans toutes les Latitudes.

La même raison a eu lieu, par rapport à la Mer Noire, & rabbaissant de 2 degrés vers le Sud, Constantinople & Trebisonde, où l'on a des observations exactes, il a fallu de nécessité rabbaisser toute la Côte de l'Asie mineure, & même la Crimée, aussi-bien que le Palus Méotide & la Circassie.

Il a fallu faire aussi un changement considerable à l'étendue en Longitude de cette Mer. Cette correction étoit une suite de celle que les Observations obligeoient de faire à la Longitude des Frontieres orientales de l'Empire d'Alexandre; mais on avoit encore une raison particuliere. La distance du Pont-Euxin à la Mer Caspienne étant connue par plusieurs mesures données dans Strabon & dans Pline, & la Longitude de

la partie occidentale de cette Mer étant déterminée par celle d'Astracan, il a fallu de nécessité se règler là-dessus. Nous trouvons dans la Collection des Voyages, donnée par Purchas, que Burrough Astronome Anglois observa le 31 Janvier 1580 une Eclipse de Lune à Astracan: cette même Eclipse fut observée à Uranibourg par Tycho; & la difference des deux Méridiens résultante de l'Observation est de 38 degrés 45 min. lesquels joints aux 10 degrés 32 min. 30 secondes dont Uranibourg est plus oriental que Paris, font 49 degrés 17 min. 30 sec. entre Paris & Astracan, & 22 degrés 44 minutes 30 sec. entre Constantinople & Astracan. Mais comme, selon Vendelin, dont l'opinion est rapportée par le P. Riccioli dans son Astronomie réformée, page 98, le véritable milieu arriva seulement à 10 heures 30 minutes à Uranibourg, & que Tycho n'ayant point eu égard à la pénombre, a trop avancé le commencement de l'Eclipse, on peut soupçonner que la difference des Méridens d'Uranibourg & d'Astracan n'est pas tout-à-fait de 38 deg. 45 min. & dans le doute, en attendant quelque observation plus sûre que celle de Burrough, le meilleur parti que l'on puisse prendre, est celui que M. Delisle avoit pris, c'est de choisir la moyenne entre la difference résultante du milieu de l'Eclipse selon Tycho, & du milieu selon Vendelin.

La premiere est de 38 degrés 45 minutes, la seconde de 33 degrés 45 minutes seulement, & la moyenne entre les deux sera de 36 de-

degrés 15 minutes, lesquels ajoutés aux 30 degrés 32 minutes 30 sec. Longitude d'Uranibourg, donne 66 degrés 47 min. 30 sec. pour la Longitude d'Astracan, c'est-à-dire, près de 67 degrés. Ce résultat se trouve d'ailleurs confirmé par les Itineraires, dont M. Delisle a fait usage dans sa Carte de Perse. Je me suis étendu sur cet article, pour répondre aux difficultés proposées contre cette Longitude d'Astracan dans le nouveau Recueil d'Observations faites à la Chine.

Sur la Carte de la Mer Caspienne, en 2 feuilles, publiée en 1722, on avoit marqué que le Méridien d'Astracan étoit de 67 degrés à l'Orient de Paris, au-lieu de dire 47 degrés à l'Orient de Paris, & 67 degrés de Longitude. Cette erreur étoit facile à corriger par les autres Cartes de M. Delisle antérieures & postérieures à celle de la Mer Caspienne, & il est étonnant que le savant Editeur de ces Observations n'ait pas vu que ses objections ne portoient que sur une méprise de Graveur.

A l'égard des differences de Latitude dans la partie qui est au Midi de Byzance, elles ont été déterminées par les Observations de M. de Chazelles aux Dardanelles, à Rhodes, à Alexandrette, à Larneca dans l'Isle de Chypre, à Damiette, à Rosette, à Alexandrie; par celles du P. Feuillée à Thessalonique, à Smyrne, au Mile, à la Canée, & à Candie; & par celles de M. Vernon, à Coron, à Sparte, à Corinthe, à Athenes, à Thebes, & dans quelques autres parties de la Grece.

A l'égard des Latitudes des Païs orientaux, M. Delisle s'est règlé sur les Latitudes des

des Astronomes Arabes, qu'il a compare avec celles qui ont été observées par qu ques-uns de nos Voyageurs, qui avoient un teinture d'Astronomie suffisante pour donne quelque autorité à leurs Observations.

SUR UN SEL

CONNU SOUS LE NOM

DE POLYCHRESTE DE SEIGNETTE.

Par M. BOULDUC.*

ON se sert depuis nombre d'années en Medecine d'un Sel sous le nom de *Polychreste de M. Seignette*, de la Rochelle, qui en étoit l'Auteur, & dont pendant sa vie il a fait un secret, lequel a passé à ses enfans, sans que jusqu'ici personne d'entre les Artistes en ait véritablement dévoilé le mystere, les uns ayant pensé d'une façon, les autres d'une autre, sur la maniere de le faire.

Les Remedes, comme les autres choses de la vie, ont leur mode, laquelle après avoir subsisté un certain tems, plus ou moins long, passe enfin, & tombe dans l'oubli; c'est un sort, que de très excellens Remedes même ont éprouvé, & qui resteroient encore dans cet oubli, si quelqu'un par hazard,

* 5 Sept. 1731.

105 110 115

Remarque
ervi d'un trait Ombré pour le plan de
e d'un trait Simple pour celui des Geog.
s, et de Lettres a deux traits pour les
portent aujourd. les Pais Villes &c.

RTARIE

Echelle
11 au Degré Suivt la Mesure d'Aristote
sitée du tems d'Alexandre.

45 5000 10000

Lieues Communes de France.

25 50 75 100 125 150

rne

Agara
Agra
Gemene R.
viere
Benares
25
S DU MOGOL
EAN

95 100

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

zard, souvent peu versé dans l'Art & dans la Medecine, ne s'avisoit de les faire revivre, pour ainsi dire, & de leur donner un nouveau crédit; le Kermes minéral, entre plusieurs autres, en est un exemple. Ce sort n'est pourtant point tombé sur le Sel Polychreste: dès que son Auteur l'a annoncé, & en a publié les vertus, il a pris faveur, & sa réputation s'est augmentée de plus en plus & jusqu'à présent dans plusieurs parties de l'Europe; preuve évidente de la bonté de ce Remede.

Cette réputation m'a donné la curiosité de l'examiner, & de tâcher de découvrir quelle étoit sa composition.

La premiere épreuve, que j'en ai faite, a été d'en mettre sur le charbon allumé; je l'y ai vu se fondre, bouillonner, donner de la fumée, & ensuite laisser une matiere noire & charbonneuse: de tous ces effets, celui qui m'a arrêté le plus, a été l'odeur qu'avoit la fumée qui s'en exhaloit, à laquelle les gens du métier ne pouvoient se méprendre; c'étoit celle du Tartre ou de la Crême de Tartre, qui est une même chose. Je ne m'arrêtai point ni à la fonte, ni au bouillonnement de ce Sel sur le charbon, parce que ce sont des propriétés communes à plusieurs Sels; mais je goutai le charbon resté après toute la fumée exhalée, & sur la langue je trouvai qu'il faisoit, à quelque chose près, l'impression que font nos Sels fixes & lixiviels.

Ces deux propriétés, savoir, l'odeur du Tartre brulé & le goût lixiviel, jointes à la

facilité que ce Sel a de se fondre dans l'eau froide, me firent d'abord penser, que ce pouvoit être quelque chose d'approchant du Tartre soluble; mais je ne m'en tins pas à cette épreuve, qui me parut trop superficielle, & je passai à la distillation. Deux onces de ce Sel poussé au feu par la Cornue, rendirent une liqueur assez claire, & une Huile noire, qui nageoit dessus. L'une & l'autre examinées, la liqueur étoit l'Esprit de Tartre, & l'Huile noire étoit encore celle qu'on appelle l'empyreumatique ou fétide du même Tartre. Je fis ensuite une pareille distillation de deux onces de Tartre soluble, & le produit fut le même que de la distillation précédente.

Jusqu'ici je me trouvai avoir tout lieu de penser, que le Sel de Seignette & le Tartre soluble n'étoient qu'une même chose: mais quelques circonstances me jetterent de nouveau dans le doute de leur difference.

Les deux distillations, dont je viens de parler, étant faites, je tournai mes vues du côté des Résidus, & à l'œil ils me parurent de prime-abord être les mêmes; c'étoit une matiere noire, charbonneuse, poreuse, raréfiée, que je regardois comme un Tartre calciné, & dont on ne pourroit retirer qu'un Sel fixe alkali; & en effet, en versant & sur l'un & sur l'autre de l'Esprit de Nitre, l'un & l'autre fermentoit: cependant le résidu du Tartre soluble fermentoit en apparence beaucoup plus vivement, que celui du Sel de Seignette; & voulant aller plus avant, je calcinai séparément l'un & l'autre résidus à feu

ou-

ouvert, & après les avoir fait dissoudre dans de l'eau & filtré, je trouvai au résidu du Tartre soluble un goût simplement lixiviel, & sur le filtre une cendre; mais à l'égard de celui du Sel de Seignette, la lessive avoit quelque odeur, sentoit en quelque façon l'œuf couvi, & étant filtrée, elle n'avoit point la couleur de l'eau, qu'avoit celle du Tartre soluble, mais une couleur bleuâtre; & ayant versé sur cette solution du Vinaigre distillé, la liqueur se troubloit, & précipitoit au bout de quelque tems une matiere blanche & en apparence sulphureuse.

Mais après tous ces essais, il n'y avoit encore rien de certain pour distinguer le Sel de Seignette d'avec le Tartre soluble ordinaire; & quoique j'eusse eu souvent de fois occasion de m'entretenir sur ce sujet avec Mrs. Geoffroy, avec lesquels j'ai toujours eu des liaisons étroites, & qui m'ont bien voulu communiquer là-dessus leurs idées; j'avoue que je suis toujours demeuré dans l'incertitude sur la matiere avec laquelle ce Sel pouvoit se faire: & en mon particulier je serois resté dans cette incertitude, peut-être toute ma vie, si M. Grosse, mon ami, ne m'avoit un jour ouvert les yeux, en me faisant part de ce qu'il avoit observé en travaillant sur la Soude. Il me fit voir un Sel, qui se séparoit, ou se déposoit peu-à-peu de la solution de cette matiere, & qui, quoiqu'il fût figuré comme un Sel de Glauber, ne laissa pas de fermenter avec tous les Acides, avec les Minéraux en particulier très vivement, & avec les Acides végétaux plus lentement, comme

avec le jus de Citron, le Vinaigre & d'autres; mais le plus foiblement avec la Crême de Tartre: cependant quelque lente que fût cette dissolution avec la Crême, à froid s'entend, elle ne laissoit pas d'être parfaite au bout de quelque tems; & M. Grosse ajouta, que ce mêlange méritoit d'être examiné par l'évaporation & la crystallisation.

Je saisis cette idée dans le moment, & je conçus, que ce mêlange donneroit une nouvelle espece de Sel moyen ou Tartre soluble; je me représentai même dès-lors que M. Seignette, ayant voulu faire une Crême de Tartre soluble, qui, comme l'on sait, n'est que le Tartre rendu soluble par le Sel alkali fixe du même Tartre, a pu croire, comme bien d'autres Artistes le croyent encore, que tous les Sels alkalis tirés des Plantes par la calcination, sont les mêmes, & que le feu ne leur laisse rien d'essentiel de la Plante, dont ils sont tirés; & qu'ainsi on pouvoit indifferemment substituer l'un à l'autre; & enfin que suivant ce principe, ayant fort à la main la Soude, qui est le Sel du Kali calciné, il pouvoit en faire son Tartre soluble: ce qu'ayant exécuté; il en avoit retiré un Sel, qui ne s'étoit point trouvé être précisément le Tartre soluble ordinaire, & connu depuis longtems, mais un nouveau Sel, ou plutôt une nouvelle espece de Crême de Tartre soluble, à laquelle il avoit donné par la suite le nom de *Polychreste*, parce qu'on en a vu plusieurs bons effets en Medecine.

Je suis demeuré dans cette idée encore longtems sans l'éprouver, qoique je l'eusse com-

communiquée à plusieurs personnes du métier, lorsque l'occasion s'est présentée d'en parler.

Enfin pourtant je me suis mis en devoir de l'exécuter, ce que M. Geoffroy de son côté a aussi fait dans le même tems, sans que l'un eût averti l'autre sur son travail, & nous avons trouvé tous les deux précisément la même chose.

Pour faire le Sel dont il est question, on prend la Soude d'Alicante la plus calcinée, la plus dure & la plus blanche, que l'on met en poudre: on en fait une forte lessive en la faisant bouillir dans l'eau; on filtre cette lessive, qui est très limpide.

On a séparément de la Crême de Tartre en poudre, sur laquelle on verse de cette lessive, après l'avoir chauffée; ce mélange excite une fermentation qui dure fort longtems, & qui, même après avoir cessé quelquefois, se renouvelle à plusieurs reprises; c'est dans le tems de cette fermentation, que la Crême de Tartre se dissout; après quoi il se fait une précipitation assez abondante d'une terre grise, spongieuse & légere, que l'on sépare de la liqueur par le filtre: on fait ensuite évaporer ce mélange à lente chaleur jusqu'à un tiers ou environ de sa diminution, puis on le laisse en repos dans des terrines; & au bout de quelques jours on trouve des Crystaux transparens comme le Crystal, & qui sont figurés, lorsqu'ils sont libres & non appuyés sur les vaisseaux, comme des cylindres ou colomnes, qui dans leurs longueurs ont plusieurs faces plattes, dont j'ai compté

au-delà de neuf, mais communément elles ne se trouvent pas si grand nombre.

En mon particulier, je pense, qu'on ne peut pas déterminer exactement la proportion de la Soude & de la Crême de Tartre, y ayant des Soudes, qui contiennent une plus grande quantité de Sel les unes que les autres: mais cette proportion se trouve bien naturellement, quand on fait dissoudre à la lessive autant de Crême de Tartre qu'elle en peut prendre, ce qui est le point de saturation.

La lessive de six livres de Soude a pourtant absorbé communément deux livres & trois à quatre onces de Crême de Tartre: & quand la Soude a été bien blanche & bien chargée de Sel, la lessive de six livres a quelquefois absorbé presque poids égal de Crême de Tartre: cette difference, comme il est aisé de penser, ne peut dépendre que de la qualité de la Soude plus ou moins calcinée, & chargée de Sel alkali.

Mais quand j'ai pris le *Sel*, qui se dépose de la solution ou lessive de la Soude, & dont la configuration imite assez celle du Sel de Glauber, une demi-livre de ce Sel dissous, a pris aisément treize à quatorze onces de Crême de Tartre, & le mélange n'a presque point jetté de terre: c'est-là la proportion la plus juste, que je puisse proposer pour les deux matieres, qui doivent entrer dans la composition du Sel Polychreste: il n'en coute qu'un peu d'attente pour avoir les Crystaux de la Soude, & ensuite le mê-

mélange se fait plus également, & n'est point sujet à la précipitation des differentes matieres hétérogenes, que la Soude communique à la lessive.

Enfin notre Sel étant en Crystaux, & comparé avec celui de Seignette aussi crystallisé, se trouve être absolument le même dans toutes ses circonstances; ils sont figurés l'un comme l'autre, ils se fondent très aisément dans l'eau froide, lorsqu'ils sont en poudre; ils ont le même goût, & impriment sur la fin quelque fraicheur à la langue; mis sur un charbon allumé, ils s'y fondent & bouillonnent, ils exhalent l'odeur du Tartre brulé, & se réduisent à la fin en ce charbon noir & spongieux, que donne le Tartre.

Si après cet examen, on doute encore de l'exacte conformité que notre Sel a avec celui de Seignette, on peut s'en convaincre par une expérience qui en fait une promte décomposition: qu'on dissolve de l'un & de l'autre Sel, chacun pris séparément, égale quantité dans de l'eau chaude, & qu'on verse sur chacun peu-à-peu de l'huile de Vitriol blanche jusqu'à ce qu'elle n'agisse plus: à mesure que ces dissolutions se tiédissent, il se forme une concrétion saline, laquelle examinée est une véritable Crême de Tartre en Crystaux, régénerée ou séparée de l'Alkali, tandis que l'Huile de Vitriol s'y est unie, & forme ensuite par la crystallisation avec lui un Sel de Glauber, de la même façon que si on avoit versé cette Huile immédiatement sur la lessive de la Soude.

Le Sel Polychreste de Seignette est donc en-

enfin une Crême de Tartre rendue soluble par l'Alkali de la Soude.

SUR LES SECTIONS CONIQUES.

Par M. NICOLE.*

I. SOIT les deux Cones *CQR* & *CST* opposés par la pointe ou sommet *C*, & qui sont coupés par le plan des deux Triangles *CQR* & *CST*; & soit un autre plan 6, 7, 8, 9, perpendiculaire au premier, & qui passant par le point *A*, pris à volonté sur le côté *CQ* du Triangle & du Cone, coupe ces deux Cones, & forme par cette section les courbes 6 *MAm* 7 & *gab*. Si l'on considere le point *A* comme un axe sur lequel le plan 6, 7, 9, 8, toujours perpendiculaire au plan des deux Triangles, fait une révolution, il est clair que ce plan tournant ainsi, engendrera dans le Cone les differentes courbes 6 *MAm* 7, 3 *A* 4, *a* 5 *Aoa*. On demande l'Equation générale qui exprime la nature de l'infinité de courbes engendrées par cette révolution.

SOLUTION.

II. Soit une des situations du plan tournant 6, 7, 9, 8, être celle dans laquelle sa commune section, avec le plan des deux Triangles, est la droite *LPAHaN*, si l'on prend sur cette droite un point *P* indéterminé, & que

* 21 Mai 1731.

que par ce point on fasse passer le plan circulaire $EM5FmE$, il est évident que l'ordonnée PM sera commune au cercle EMF & à la courbe $AM6$. Cela posé, si l'on mène CV perpendiculaire à l'axe CI du Cone, & DAO parallele à cet axe, & que l'on nomme DC ou AB, f; CH, g; AH, b; AP, x, PM, y; on aura ces analogies $AH(b)$. $HC(g) :: AP(x)$. $PE = \frac{gx}{b}$, & $AH(b)$. $DH(f-g) :: AP(x)$. $PO = \frac{fx-gx}{b}$.

Donc $GE = GO + OP + PE = f + \frac{fx-gx}{b} + \frac{gx}{b} = \frac{fb+fx}{b} = GF$; & $PF = GF + GO + OP = \frac{fb+fx}{b} + f + \frac{fx-gx}{b} = \frac{2fb+2fx-gx}{b}$. Mais par la propriété du cercle $PM^2 = EP \times PF$, ce qui est $yy = \frac{2fgbx+2fgxx-ggxx}{bb}$, ou $yy = \frac{2fg-gg}{bb} \times \overline{\frac{2fbx}{2f-g}+xx}$, qui donne cette proportion $yy . \overline{\frac{2fb}{2f-g}+x} \times x :: 2fg-gg . bb$, qui est la propriété essentielle de l'hyperbole. D'où l'on voit que si l'on tire AK parallele au côté CR du Cone, les Triangles AKH, aCH, seront semblables, & que $KH . HC :: AH . Ha$, ou $KH . KC :: AH . Aa$, c'est-à-dire,

2f

$2f-g \,.\, 2f :: b \,.\, \frac{2fb}{2f-g} = Aa$. Aa est donc le grand axe.

Pour avoir l'axe conjugué, soit fait $bb \,.\, 2fg-gg :: \frac{4ffbb}{4ff-4fg+gg} \,.\, \frac{4ffg}{2f-g}$, dont la racine $\frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$ sera l'axe conjugué. Donc si sur le diametre KC, on décrit le demi-cercle $K1C$, & qu'à ce cercle on mène l'ordonnée $H1$, que du point K par le point 1, on mène la droite $K12$, $C2$ sera l'axe conjugué, car les Triangles $KH1$, $KC2$, seront semblables, & donneront cette proportion $KH(2f-g) \,.\, H1 \,.\, (\sqrt{2fg-gg}) :: KC(2f) \,.\, C2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$. Le grand axe est donc $Aa = \frac{2fb}{2f-g}$, & son conjugué $C2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$, qui sont entre eux comme $AH(b) \,.\, H1(\sqrt{2fg-gg})$.

COROLLAIRE I.

III. Si le point A demeurant le même, c'est-à-dire, le sommet de la section à la même distance du sommet C des deux Cones, on suppose que le plan 6, 7, 9, 8, fait une révolution autour du point A, depuis la situation AQ dans laquelle il touche le Cone, jusqu'à la situation AC dans laquelle il le touche

che encore de l'autre côté; on verra toutes les differentes courbes qui peuvent naitre des differentes sections du Cone par le plan. Or comme les differentes inclinaisons du plan dépendent de la grandeur $CH(g)$, il ne faut donc, pour trouver ces courbes, que donner à CH ou g, toutes les grandeurs possibles, depuis zero jusqu'à l'infini, positivement & négativement, ou, ce qui revient au même, considerer la ligne AH dans toutes les situations possibles sur la ligne infinie Vu, & le rapport qu'elle a dans chaque situation à la ligne $H1$ correspondante qui est ordonnée au cercle, dont le diametre $CK=2f$; car on a vu que ces deux lignes expriment le rapport des deux axes de l'hyperbole, dont Aa, qui est la plus courte distance des deux Cones prise sur le plan coupant, est le grand axe.

Lorsque le point H tombe en C, les lignes Aa & AH deviennent égales à AC, & l'ordonnée $H1$ est nulle, ce qui fait voir que le grand axe de cette hyperbole est AC, & le petit est zero. Cette hyperbole est la ligne droite AQ.

Lorsque le point H tombe en D, alors $g=f$, & l'Equation deviendra $yy=\frac{ff}{bb}\times\overline{2bx+xx}$. Cette hyperbole a $2AD$ pour grand axe, & $2CD$ pour petit axe. D'où l'on voit que cette hyperbole sera équilatere, lorsque l'angle QCR des deux côtés du Cone sera droit, & que dans toute autre supposition l'hyperbole engendrée par le plan parallele à l'axe du Cone sera celle qui appro-

proche le plus de l'équilatere, car la ligne *AH* eſt la plus petite de toutes ſes ſemblables lorſque le point *H* tombe en *D*; & au contraire la ligne *H*1 eſt la plus grande de toutes ſes ſemblables. Donc dans cette ſuppoſition, le rapport de ces deux lignes approche le plus qu'il eſt poſſible du rapport d'égalité.

Si l'on continue de faire croître la ligne *CH*$=g$ depuis *D* juſqu'en *K*, on verra que la ligne *AH* croîtra toujours juſqu'à ce qu'elle devienne *AK*, & que la ligne *H*1 diminuera toujours, & qu'elle eſt zero en *K*; le rapport de *AH* à *H*1 eſt donc infini en ce point. Or comme le rapport de ces lignes eſt toujours celui des deux axes de l'hyperbole engendrée, il s'enſuit que l'hyperbole engendrée par le plan parallele au côté *GR* du Cone, eſt telle que le grand axe contient ſon conjugué une infinité de fois, quoique celui-ci ſoit lui-même infini, l'Equation de la courbe devient en ce cas, lorſque $g=2f$, $yy=\frac{ggx}{b}$, le grand axe $\frac{gb}{0}$, & ſon conjugué $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{0}}$ ou $\frac{gb}{\frac{1}{\infty}}$ & $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{\frac{1}{\infty}}}$, c'eſt-à-dire, comme $b \times \infty \,.\, \sqrt{g} \times \sqrt{\infty}$.

La courbe exprimée par cette Equation, eſt la parabole dont le parametre eſt $\frac{gg}{b}$, c'eſt à-dire, 3me proportionnelle à *AK* & à *CK*.

Si la ligne *AH* continue de croître & devient

vient AX, alors le plan coupera l'autre côté CR du Cone en a, & l'Equation générale, à cause de g plus grand que $2f$, deviendra $yy = \overline{\frac{gg-2fg}{bb}} \times \overline{\frac{-2fbx}{2f-g}} - xx$, ou $yy = \frac{gg-2fg}{bb}$ $\times \overline{\frac{2fbx}{g-2f} - xx}$, qui est l'Equation à l'Ellipse, dont le grand axe est $\frac{2fb}{g-2f}$, & le petit, en faisant cette proportion, $bb \,.\, gg - 2fg$ $:: \frac{4ffbb}{\overline{g-2f}^2} \,.\, \frac{4ffg}{g-2f} = \frac{4ffgg}{gg-2fg}$, dont la racine quarrée est $\frac{2fg}{\sqrt{gg-2fg}}$, valeur du petit axe. D'où l'on voit que si l'on tire AY parallele & égale à CK, les Triangles XKA, AYa, seront semblables, & l'on aura $XK\,(g-2f) \,.\, XA\,(b)$ $:: AY\,(2f) \,.\, Aa = \frac{2fb}{g-2f}$ = au grand axe.

Pour trouver le petit axe, soit tiré XZ tangente au cercle, dont le diametre est CK, & au point touchant Z, la ligne KZ; si du point Y, on tire $Y10$ parallele à KZ, & $A10$ parallele à XZ, cette ligne $A10$ sera le petit axe, car on aura $XK\,(g-2f) \,.\, XZ\,(\sqrt{gg-2fg})$ $:: AY\,(2f) \,.\, A10 = \frac{2f\sqrt{gg-2fg}}{gg-2f} = \frac{2fg}{\sqrt{gg-2fg}}$.

Ces deux axes sont donc entre eux :: AX . XZ, d'où l'on voit que lorsque le point X sera à l'infini, ces deux lignes seront égales, & par conséquent l'Ellipse sera alors un cercle;

grands axes diminuent continuellement jusqu'à devenir *AC*, qui est le grand axe de la derniere Ellipse, & dont les petits axes diminuent plus promtement, & le dernier est zero, ce qui fait que la derniere Ellipse est la droite *AC*.

REMARQUE I.

V. Si l'angle *QCR* du Cone est droit, les angles *QAO*, *OA* 13, 13 *AY*, & *YAC*, seront chacun de 45 degrés, & le plan qui engendre toutes les sections du Cone, en faisant sa révolution de 180 degrés, en distribue un égal nombre dans chacun de ces angles, savoir, dans le premier une infinité d'hyperboles, dont la premiere est une ligne droite infinie, & la derniere l'hyperbole équilatere. Dans le second angle de 45 degrés, encore une infinité d'hyperboles dont la premiere est l'hyperbole équilatere, & la derniere est la parabole. Ce second ordre d'hyperboles diffère du premier, en ce que dans celui-là les axes conjugués augmentent dans un plus grand rapport que les grands axes, & que dans celui-ci, les axes conjugués augmentent dans un plus petit rapport que les grands axes. Dans le troisieme angle de 45 degrés, le plan continuant de faire sa révolution, distribue une infinité d'Ellipses, dont la premiere infinie est la parabole, & la derniere est un cercle. Et dans le quatrieme angle de 45 degrés, encore une infinité d'Ellipses, dont la premiere est le cercle, & la derniere est la droi-

droite AC. Ce second ordre d'Ellipses diffère du premier, en ce que dans celui-là, les axes conjugués diminuent dans un plus petit rapport que les grands axes, au-lieu que dans celui-ci les axes conjugués diminuent dans un plus grand rapport que les grands axes.

COROLLAIRE III.

VI. Il suit encore, que de toutes les differentes Hyperboles & Ellipses engendrées par la révolution du plan, aucunes ne sont semblables, les deux axes de ces courbes croissant selon differentes loix. D'où l'on voit aussi, que si l'on conçoit un second plan attaché à un autre point A du côté CQ du Cone plus près ou plus loin du sommet C, & que l'on fasse faire une révolution à ce second plan, semblable à celle du premier, cette révolution engendrera le même nombre infini de courbes que la premiere, dont chacune dans son ordre sera semblable à sa correspondante dans le sien, c'est-à-dire, que de ce nombre infini de courbes, les seules semblables sont celles qui sont engendrées par des plans paralleles: de-là vient que toutes les paraboles engendrées dans le même Cone sont semblables, & que de toutes l'infinité d'Ellipses & d'Hyperboles engendrées dans le même Cone, celles-là seulement sont semblables, qui sont formées par des plans paralleles.

De-là on voit aussi que les sections coniques formées par differens Cones ne sont point semblables.

REMARQUE II.

VII. Si au-lieu de ſe ſervir, comme on a fait, du plan circulaire *FMEmF*, parallele à la baſe du Cone, dont la propriété connue $EP \times PF = PM^2$, a fait trouver l'Equation générale des autres ſections, on s'étoit ſervi d'un autre plan quelconque oblique à la baſe, on auroit de même trouvé l'Equation générale de toutes les ſections par le moyen de la propriété qui convient à la ſection du plan choiſi.

* Soit, par exemple, *Em54ME* parallele au côté *CR* du Cone, on ſait que la courbe engendrée par ce plan, eſt la parabole *mEM*, dont le ſommet eſt en *E*, & dont le parametre eſt $\frac{EF^2}{CE}$. Si donc on veut avoir l'Equation de la ſection quelconque *mAM*, par le moyen de la parabole *mEM*, il ne faut que trouver les expreſſions algébriques de *CE*, *EF* & *EP*, ce qui eſt aiſé. Car les mêmes choſes étant poſées, & de plus ayant nommé *CB* ou *DA* (b), les triangles ſemblables *AKH* & *aCH* donneront $KH\,(2f-g) \,.\, CH\,(g) :: AH\,(b) \,.\, Ha = \frac{gb}{2f-g}$. Donc $Aa = \frac{2fb}{2f-g}$, & $KH\,(2f-g) \,.\, CH\,(g) :: AK\,(\sqrt{bb+ff}) \,.\, Ca = \frac{g\sqrt{bb+ff}}{2f-g}$. Les Triangles ſemblables *ACa* & *AEP* donneront

* Fig. 2.

neront aussi $Aa\left(\frac{2fb}{2f-g}\right) . Ca\left(\frac{g\sqrt{bb+ff}}{2f-g}\right)$ :: $AP(x) . EP = \frac{gx\sqrt{bb+ff}}{2fb}$, & $Aa\left(\frac{2fb}{2f-g}\right)$. $AC\left(\sqrt{bb+ff}\right)$ :: $AP(x) . AE$ $= \frac{2fx - gx\sqrt{bb+ff}}{2fb}$. Donc EC $= \frac{2fb + 2fx - gx\sqrt{bb+ff}}{2fb}$. Les Triangles CAY & CEF donneront encore $CA\left(\sqrt{bb+ff}\right)$. $AY(2f)$ :: $CE\left(\frac{2fb+2fx-gx\sqrt{bb+ff}}{2fb}\right)$. $EF = \frac{2fb+2fx-gx}{b}$. Donc l'Equation de la parabole mEM, qui est $EP \times \frac{EF^2}{CE}$ $= PM^2$, deviendra, en termes algébriques,

$$\frac{gx\sqrt{bb+ff}}{2fb} \times \frac{\overline{2fb+2fx-gx}^2 \times 2fb}{bb \times \overline{2fb+2fx-gx}\sqrt{bb+ff}}$$

$= yy$, qui se réduit à $\frac{bbyy}{2fg-gg} = xx + \frac{2fbx}{2f-g}$, qui est la même Equation qui a déja été trouvée pour la courbe mAM.

Il en sera de même de tout autre plan oblique à l'axe du Cone, autre que $5mEM4$. On trouvera toujours par son moyen, la même Equation pour la courbe $6mAM7$.

Autre maniere plus générale de considerer toutes les Sections qui peuvent être engendrées dans un Cone par un plan qui le coupe de toutes les façons possibles.

* VIII. Si l'on conçoit le nouveau plan $IMNLmnI$ perpendiculaire à l'axe AP de la section mAM, & que l'on fasse tourner le plan mAM sur l'axe AP, il est clair qu'il s'engendrera, par cette nouvelle révolution, une infinité de nouvelles sections, telle que $nACN$ (toutes terminées à la courbe $IMNLmn$) dont on trouvera l'Equation en cette sorte.

On sait que la courbe $IMNLm$ est une Ellipse depuis la situation où IL est perpendiculaire sur DAE, jusqu'à celle où IL lui seroit parallele, & qu'ensuite cette courbe seroit une hyperbole. Si donc, les mêmes choses étant posées de même que dans la premiere consideration, on nomme de plus le demi-grand axe KI de cette ellipse ou hyperbole a, son demi-petit axe b, l'ordonnée PN, z, qui est commune à la courbe $nmLNM$ & à la courbe $nACN$, le sinus de l'angle MPN, n, & le sinus total m; que de plus on mène NQ parallele à MP, on aura, à cause de l'Ellipse † $IMNL$, $aa \,.\, bb :: IQ \times QL \,.\, QN^2 :: \overline{IP + PQ} \times \overline{PL - PQ} \,.\, PN^2 - PQ^2 :: \overline{IP + \frac{n}{m} PN} \times \overline{LP - \frac{n}{m} PN} \,.\, PN^2 - \frac{nn}{mm} PN^2$. D'où l'on tire,

PN

* Fig. 1 & 4. † Fig. 3.

$$PN = \frac{\frac{1}{2}bbmn \times \overline{PL - PI} + \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times \overline{4aamm - 4aann + 2bbnn} + \frac{1}{4}bbnn \times \overline{PL^2 + IP^2}}}{aamm - aann + bbnn}$$

Par un ſemblable calcul, pour les cas où la courbe $nmLNM$ (*Fig.* 4.) eſt une hyperbole, on trouvera

$$PN = \frac{-\frac{1}{2}bbmn \times \overline{PL + PI} + \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times \overline{4aamm - 4aann - 2bbnn} + bbnn \times \overline{PL^2 + IP^2}}}{aamm - aann - bbnn}$$

Chacune de ces Equations exprimera la relation de AP (x) à PN (z) lorſqu'on aura mis, pour a, b, IP & PL, leurs valeurs.

Premier Cas, lorſque IMNL *eſt une Ellipſe.*

Pour trouver ces valeurs, ſoit mené (*Fig.* 3.) $D2$ perpendiculaire ſur PAH prolongée juſqu'à la rencontre de l'autre côté $LD3$ du Cone.

On ſait (*Art.* 2.) que $A3 = \frac{2fb}{2f-g}$, $PM = \frac{\sqrt{2fg - gg}}{b} \times \sqrt{\frac{2fbx}{2f-g} + xx}$, AB parallele à l'axe du Cone, ſera $\sqrt{bb - ff + 2fg - gg} = l$. Les Triangles ſem-

blables ABH, $D2H$, donneront ces proportions; $AH . AB :: DH . D2 = \frac{gl}{b}$, $AH . BH :: DH . H2 = \frac{fg - gg}{b}$. Donc $A2 = \frac{bb + fg - gg}{b}$, & $32 = A3 - A2 = \frac{3fgg - 2ffg + gbb - g^3}{2fb - gb}$. Les Triangles semblables, $32D$, $3PL$, & $A2D$, API, donneront encore ces proportions, $32 . 2D :: 3P . PL = \frac{2flb + 2flx - glx}{3fg - 2ff + bb - gg}$, $A2 . 2D :: AP . PI = \frac{glx}{bb + fg - gg}$. Et si l'on fait cette proportion, $\sqrt{IP \times PL} . PM :: a . b$, on trouvera $b = \frac{a\sqrt{3fg - 2ff + bb - gg} \times \sqrt{bb + fg - gg}}{lb}$. Mais comme ces grandeurs sont fort composées, soit $\frac{bb + fg - gg}{b} = A2 = p$ & $\frac{3fgg - 2ffg + gbb - g^3}{2fb - gb} = \frac{cg}{b}$; on aura $PL = \frac{2flh + 2flx - glx}{2cf - cg}$, $PI = \frac{glx}{pb}$ & $b = \frac{a\sqrt{2cfp - cgp}}{l\sqrt{b}}$.

Si donc on substitue dans l'Equation A les valeurs que l'on vient de trouver pour b, IP & PL, on aura $z = \frac{1}{2} mn$

$$\times \frac{\sqrt{(2fb + 2fx - gx) \times plb - glx \times (2cf - cg)}}{(mm - nn) \times llbh + nn \times (2cfpb - cgbp)}$$

C

$$C = \pm \tfrac{1}{2} ml \times \frac{\sqrt{gxx \times (2fb + 2fx - gx) \times \left(\frac{llbb \times 4mm - 4nn}{2} + 2nn \times \frac{(2cfpb - cgpb)}{2}\right)} + nn \times (ggxx \times 2cf - cg + ppb^2 \times 2fb + 2fx - gx)}{(mm - nn)\, llbb + nn \times (2cfpb - cgpb)}$$

qui est l'Equation de la section $nACN$, quel que soit l'angle MPN des deux plans APM, APN, & quel que soit l'angle EDL du Cone, & cela dans le cas où la section $IMNLmnI$, du plan perpendiculaire sur AP, est une Ellipse.

Second Cas, lorsque MNLmn *est une hyperbole.*

IX. *Fig.* 4. On a dans ce cas $A3 = \frac{2fb}{g - 2f}$, PM (ordonnée de la courbe $AM3mA$) $= \frac{\sqrt{gg - 2fg}}{b} \times \sqrt{\frac{2fbx}{g - 2f} - xx}$, $AB = l$, $D2 = \frac{gl}{b}$, $H2 = \frac{gg - fg}{b}$. Donc $A2 = \frac{gg - fg + bb}{b}$ & $32 = \frac{3fgg - 2ffg + gbb - g^3}{gb - 2fb}$, $PL = \frac{2flb - glx + 2flx}{3fg - 2ff + bb - gg}$, $PI = \frac{glx}{gg - fg - bb}$ & $b = \frac{a\sqrt{3fg - 2ff + bb - gg} \times \sqrt{gg - fg - bb}}{fb}$. Et si l'on fait

fait $\frac{gg - fg - hh}{b} = Aq = p$, $\frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{gb - 2fb} = \frac{eg}{b} = 3z$, on aura PL $= \frac{2flb - glx + 2flx}{eg - 2ef}$, $PI = \frac{glx}{pb}$ & $b = \frac{a\sqrt{cgp - 2cfp}}{l\sqrt{b}}$.

Si donc on ſubſtitue ces valeurs dans l'Equation B, elle deviendra

$$z + \tfrac{1}{2} mn \times \frac{(2fb - gx + 2fx) \times plb + glx \times (eg - 2ef)}{(mm - nn) \times llbb - nn \times (egpb - 2efpb)}$$

$$D \sqrt{\frac{gx \times (2fb - gx + 2fx) \times (llbb \times \overline{4mm - 4nn} - 2nn \times \overline{egpb - 2efpb})}{2}}$$

$$= \tfrac{1}{2} ml \times \frac{+ nn \times (ggxx \times \overline{eg - 2ef} + ppbb \times \overline{2fb - gx + 2fx}^2)}{(mm - nn) \times llbb - nn \times (egpb - 2efpb)}$$

qui eſt l'Equation de la ſection $nACN$ dans ce ſecond cas.

REMARQUE.

L'Equation C, (*Fig.* 3.) conſiderée ſous cette forme générale, exprimera toujours une hyperbole $nACN$ rapportée à l'un de ſes diametres pour toutes les valeurs de g, croiſſant depuis $g = 0$ juſqu'à $g = 2f$, excepté les cas particuliers

qui seront remarqués dans les Corollaires suivans.

Il en est de même de l'Equation D * sous cette forme générale; elle exprimera toujours une Ellipse aussi rapportée à l'un de ses diametres pour toutes les valeurs de g, croissant depuis $g = 2f$ jusqu'à g infini, & ensuite décroissant depuis g infini jusqu'à $g = 0$, excepté aussi les cas particuliers qui seront remarqués dans les Corollaires qui suivent.

COROLLAIRE I.

X. Si dans l'Equation † C, on suppose $n = 0$, elle se changera en $z = \frac{\sqrt{2fgg - gg}}{b} \times \sqrt{\frac{2fbx}{2f - g} + xx}$, qui est l'Equation qui a été trouvée pour l'hyperbole mAm.

COROLLAIRE II.

XI. Si l'on suppose $m = n$, elle se changera en $z = \frac{1}{2} \times \frac{(2fb + 2fx - gx) \times \overline{plb - glx} \times (2cf - cg)}{2cfpb - cgpb}$ $= \pm \frac{1}{2} l \times \frac{(gx \times \overline{2cf - cg} + pb \times \overline{2fb + 2fx - gx})}{2cfpb - cgpb}$, qui est un lieu à la ligne droite, & c'est aussi ce qui doit arriver, car alors la section $nACN$ devient le Triangle IDL.

C o-

* Fig. 4. † Fig. 3.

COROLLAIRE III.

XII. Si dans l'Equation D, * on suppose $n = 0$, elle se réduira à $z = \frac{\sqrt{gg - 2fg}}{b} \times \sqrt{\frac{2fbx}{g-2f} - xx}$, qui est l'Equation qui a été trouvée pour l'Ellipse $mAM3m$.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si dans cette Equation, on suppose $m = n$, elle deviendra $z - \frac{1}{2} \times \frac{(2fb - gx + 2fx)plb - glx \times (cg - 2cf)}{cgpb - 2cfpb} = \pm \frac{1}{2} l \times \frac{\sqrt{(gx \times cg - 2cf) - pb \times 2fb - gx + 2fx)}}{cgpb - 2cfpb}$, qui est le lieu au Triangle $AD3$.

COROLLAIRE V.

XIV. Il suit de l'Equation C, que lorsque $g = 0$, on a $z = \frac{mn \times (fb + fx) \times plb \pm \frac{1}{2} mlnpb \times (2fb + 2fx)}{(mm - nn)llbb + nn \times 2cfpb}$; qui est un lieu à la ligne droite; ce qui fait voir que lorsque HAP touche le Cone, l'infinité de sections qui résultent de l'infinité de valeurs du rapport $\frac{m}{n}$, seront toujours des Triangles.

CO-

* Fig. 4.

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on suppose $g=f$, on aura $l=b$, $p=b$, $c=\frac{bb}{f}$, & l'Equation C deviendra

$$z-\frac{nf}{m}=\pm\frac{f\sqrt{nnbb+2mmbx+mmxx}}{mb},$$

qui est $z-\frac{nb}{m}=\pm\sqrt{\frac{nnbb}{mm}+2bx+xx}$, lorsque $b=f$; $z=\pm\sqrt{2bx+xx}$, lorsque $n=0$; & $z-f=\pm\times\sqrt{\frac{fb+fx}{b}}$ lorsque $m=n$.

Ce qui montre que quand HAP est parallele à l'axe du Cone, toutes les sections $nACN$ seront une infinité d'hyperboles, & un Triangle; & que toutes ces hyperboles seront équilateres, quand l'angle EDL du Cone sera droit.

COROLLAIRE VII.

XVI. Si l'on suppose $g=2f$, on aura $c=\frac{bb}{\bullet}$, & l'Equation C deviendra $z-\frac{mn\times(fplb-flbx)}{(mm-nn)llb+nnpbb}$

$$=\frac{mlf\sqrt{bx\times(4mmll-4nnll+2nnppb)+nn\times(ppbb+bbxx)}}{(mm-nn)llb+nnpbb}$$

qui se réduit à $z=\frac{g\sqrt{x}}{\sqrt{b}}$, lorsque $n=0$, & à $z=\frac{-flp\pm flx}{pb}\pm\frac{flp+flx}{pb}$, lorsque $m=n$. Ce qui fait voir que quand HAP est parallele

lele

lele au côté DL du Cone, toutes les sections $nACN$ sont une infinité d'hyperboles, une parabole, & un Triangle.

COROLLAIRE VIII.

XVII. Il suit de l'Equation D, que si l'on suppose g & b infinies, cette Equation deviendra $z + \frac{1}{2} mn \times \frac{(2fpl - plx + clx)}{(mm - nn) \times ll - nncp}$

$$= \frac{\frac{1}{2} ml \sqrt{2fx - xx \times (4mmll - 4nnll - 2nncp) + nnccxx + 4nnffpp - 4nnfp^2x + n^2p^2xx}}{(mm - nn) \times ll - nncp}$$

qui exprimera une Ellipse, lorsque les termes affectés de la quantité zz sont négatifs; une hyperbole, lorsque ces termes sont positifs; & une parabole, lorsque ces termes s'anéantissent.

Si dans cette derniere Equation, on suppose $n = 0$, elle deviendra $z = \sqrt{2fx - xx}$, & si $m = n$, on aura $z + \frac{plx + 2fpl - clx}{2cp} = + l \times \frac{(px + cx - 2fp)}{2cp}$, dont la premiere exprime un cercle, & la seconde exprime une ligne droite.

[illegible] CN sont une infinité d'hyper- RE-
[illegible] et du Triangle.

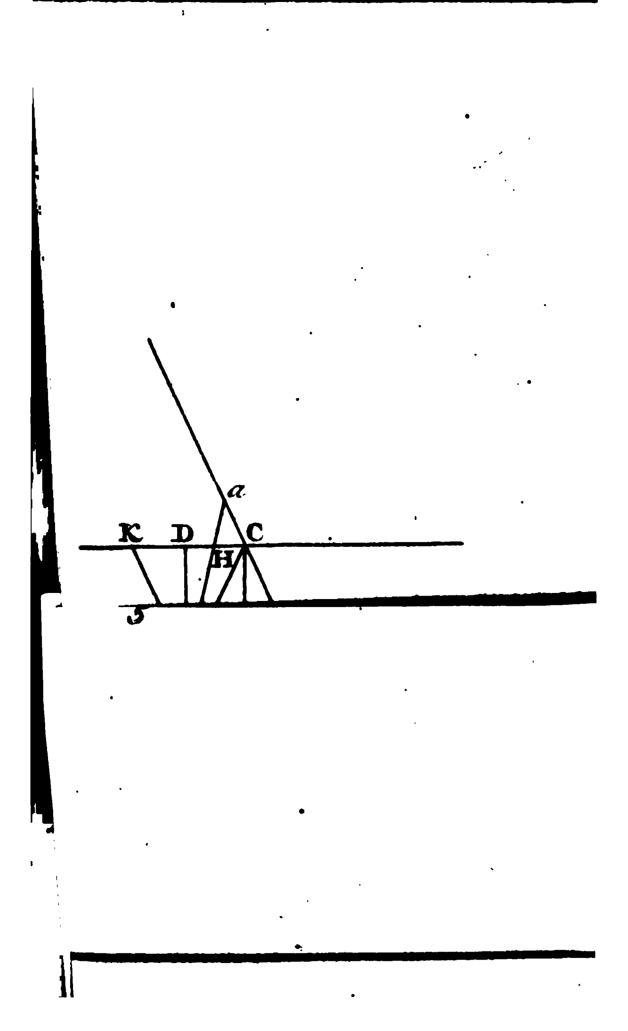
COROLLAIRE VIII.

XVII. Il suit de l'Equation D, que si l'on suppose g & h infinies, cette Equation deviendra $z + \frac{1}{2} mn \times \frac{(2fpl - plx + elx)}{(mm - nn) \times ll - nncp}$

$$= \frac{\frac{1}{2} ml \sqrt{2fx - xx \times (4mmll - 4nnll - 2nncp) + nnccxx + 4nnffpp - 4nnfp^2x + n^2p^2xx}}{(mm - nn) \times ll - nncp}$$

qui exprimera une Ellipse, lorsque les termes affectés de la quantité zz sont négatifs; une hyperbole, lorsque ces termes sont positifs; & une parabole, lorsque ces termes s'anéantissent.

Si dans cette derniere Equation, on suppose $n = o$, elle deviendra $z = \sqrt{2fx - xx}$, & si $m = n$, on aura $z + \frac{plx + 2fpl - elx}{2cp} + l \times \frac{(px + cx - 2fp)}{2cp}$, dont la premiere exprime un cercle, & la seconde exprime une ligne droite.


a
K
D
C
H
S

I

K

L

N

M

RECHERCHES SUR L'OPERATION DE LA TAILLE PAR L'APPAREIL LATERAL.

Par M. MORAND. *

LA multiplicité des méthodes pour l'opération de la Taille est d'autant plus utile, qu'elle est naturellement fondée sur les variations qui dépendent de la Pierre & de l'état de la Vessie malade ; aussi lorsqu'on a attaqué ceux qui proposent differens procédés pour faire l'opération de la Taille, on s'en est pris plutôt à l'application trop générale de la méthode proposée, qu'à la méthode même.

Pour moi qui les ai étudiées toutes, & toutes pratiquées, je crois pouvoir avancer qu'elles sont toutes bonnes, à certains égards ; & qu'en les supposant perfectionnées, l'habileté de l'Anatomiste Chirurgien consiste autant dans le choix de la méthode que dans l'exécution.

Après avoir décrit celle du haut Appareil, j'étois dans le dessein de décrire l'Appareil lateral, lorsque j'appris le succès éclatant avec

* 4 Avril 1731.

avec lequel M. Chefelden célèbre Chirurgien Anglois faifoit cette opération. Je ne rougis point de dire que j'ai fait le voyage de Londres exprès pour le voir travailler. Les opérations que je lui vis faire au Printems de l'année 1729, dans l'Hôpital de S. Thomas, les queftions que je fis à fes malades, les conferences que j'eus avec lui-même, m'ont donné des lumieres que la méditation ne m'auroit peut-être point fournies, & du courage pour entreprendre cette opération, que je croyois plus difficile que le grand Appareil, & qui actuellement me le paroît moins

Revenu de Londres, j'effuyai toutes les queftions que la curiofité ou l'amour du bien-public purent faire imaginer, & je tâchai d'y fatisfaire, à une circonftance près que M. Chefelden vouloit communiquer lui-même à l'Académie, ce qu'il fit en détaillant fa méthode dans plufieurs Lettres qu'il m'adreffa en differens tems de l'année 1729. Il l'a depuis publiée en 1730, dans une courte Differtation en Anglois, que j'ai traduit pour en donner un Extrait fidele*.

M. Chefelden nous apprend dans cette Differtation, qu'ayant fait le haut Appareil avant celui-ci, il n'avoit point été malheureux dans cette opération, qu'il n'avoit perdu qu'un malade fur fept, qu'il n'a quitté cette opération que dans l'efperance d'en trouver une meilleure, & qu'il eft bien-fûr qu'elle

* An appendix to the fourth edition of the Anatomy &c. by *W. Chefelden*. 1730.

le pourroit être pratiquée actuellement avec plus de succès qu'elle ne l'avoit été, en profitant des observaions qu'on a fait.

Après ces expériences sur le haut Appareil, la réputation de M. Rau l'avoit engagé à tenter son opération. M. Cheselden la fit d'abord en remplissant d'eau la Vessie, au moyen de quoi il tiroit avec autant de facilité que de vîtesse de très grosses pierres: ses malades paroissoient hors de danger quelques jours après l'opération ; mais l'urine s'insinuant dans la membrane cellulaire qui environne le Rectum, faisoit des ulceres sordides avec pourriture, & de dix malades taillés de cette façon, il en est mort quatre. Il essaya ensuite de tailler précisément comme M. Albinus prétend que M. Rau tailloit, mais il éprouva les mêmes inconvéniens de la part de l'urine. Ces desavantages lui firent imaginer la méthode que je lui ai vu faire, & à laquelle il est dévoué pour toujours. La voici rapportée par lui-même.

„ Je lie le malade, comme au grand Ap-„ pareil, après l'avoir couché sur une table „ horizontale, de la hauteur de trois pieds, „ ayant la tête seulement élevée. Je fais „ d'abord une incision aux tégumens aussi „ longue qu'il est possible, en commençant „ près l'endroit où elle finit au grand Ap-„ pareil; je continue de couper de haut en „ bas, entre les muscles accélérateur & „ érecteur gauche, & à côté de l'intestin „ rectum; je tâte ensuite pour trouver la „ sonde, & je coupe dessus, le long de „ la glande prostate, en continuant jusqu'à

„ la

„ la Vessie, & en assujettissant le rectum en „ bas pendant tout le tems de l'opération „ avec un ou deux doigts de la main gauche. „ Le reste de l'opération est comme dans „ l'ancienne méthode ; avec cette differen- „ ce que je lie les Vaisseaux coupés.

Après cette description, M. Cheselden qui étoit averti que l'on avoit cru trouver une contrariété dans ses Lettres, sur le nombre de ceux qu'il avoit taillés, parce qu'il avoit écrit à M. Pibrac, Chirurgien de Paris, qu'il en avoit taillé vingt-sept, sans qu'il en fût mort un, & à moi que de quarante-sept, il n'en étoit mort que quatre, explique ces calculs differens, en disant que vingt-sept malades taillés de suite par sa méthode guérirent, le premier qui mourut étant le vingt-huitieme: *Je n'ai pas besoin de tromper*, dit-il, *pour représenter mes succès.*

Ces quarante-sept dont M. Cheselden parloit dans ses Lettres, sont ceux qu'il avoit taillés en tout par cette méthode, depuis le mois de Mars 1727 jusqu'en Juin 1729, tant dans l'Hôpital S. Thomas que dans Londres. Les quarante-six dont il parle dans sa Dissertation imprimée, sont ceux qu'il a taillés dans l'Hôpital seulement jusqu'à la fin de Juillet 1730, il en donne l'âge & le nom, excepté de ceux que je lui vis tailler, & qu'il dit avoir perdu, sans s'être ressouvenu qu'il me les avoit donnés à Londres, écrits de sa propre main.

De ces quarante-six de l'Hôpital, il n'en est mort que deux; l'un âgé de dix-sept ans, étoit malade dès son enfance, exténué par de

de longues souffrances, & incommodé des reins; l'autre mourut quinze jours après l'opération, ayant une toux violente. Un des quarante-quatre guéris avoit soixante-sept ans, & trente-trois pierres; un autre quarante-deux ans, & une pierre pesant onze onces: plusieurs des enfans eurent la petite-vérole pendant la cure, & d'autres la rougeole.

Voilà ce que contient l'Ecrit de M. Chefelden: il ne sera pas inutile d'y ajouter plusieurs choses essentielles qui se trouvent dans les Lettres écrites pour l'Académie.

En parlant des expériences qu'il fit de la méthode de M. Rau, telle qu'elle est proposée par M. Albinus, il ajoute à l'inconvénient des ulceres avec pourriture, produits par l'urine qui se glisse dans le tissu cellulaire, celui des hémorragies continuées jusqu'à la mort, comme il savoit que cela étoit arrivé.

A l'égard de sa méthode en particulier, il recommande d'avoir soin que celui qui tient la sonde ne la pousse point du tout en devant; il assûre que par son incision intérieure il coupe totalement le Sphincter, & qu'il n'a jamais trouvé d'inconvénient à couper la glande prostate; il conseille de ne point faire de playe trop profonde à la membrane grasse & celluleuse, située à la partie extérieure du rectum: il avoue naturellement que dans les commencemens, il blessa l'intestin rectum à deux malades, qui cependant guérirent tous deux, & que cela arriva faute d'attention à la conduite de la sonde; il prétend qu'il est plus facile de nettoyer les

les veſſies ulcérées par cette méthode que par aucune autre; il ajoute enfin dans une Lettre un fait bien favorable à cette opération. Un homme étoit deſtiné à être taillé par le grand Appareil; l'inciſion étant faite par l'Opérateur, il lui fut impoſſible de tirer la pierre. M. Cheſelden, qui étoit préſent, fut invité à eſſayer lui-même, il fit ſon opétion à la ſuite de la premiere, tira une pierre peſant près de douze onces, & le malade guérit.

M. Cheſelden me paroît avoir omis la longueur & l'obliquité de ſon inciſion extérieure; ce qui n'eſt cependant pas ſans raiſon. Au reſte ſes Lettres montrent également ſon habileté & ſa bonne foi; & la Compagnie répondit à ſa politeſſe, en le faiſant Correſpondant de l'Académie.

Pour profiter des opérations que je lui avois vu faire à Londres, je fis beaucoup d'expériences ſur les Cadavres; je travaillai à une analyſe exacte des parties intereſſées dans l'opération; & quand je fus muni des connoiſſances que l'Anatomie m'avoit fourni, j'en propoſai la pratique à M. Maréchal Premier Chirurgien du Roi, qui ne s'eſt prêté à cette nouveauté, que parce qu'il a vu qu'elle intereſſoit le bien-public.

Sous ſes yeux, en préſence de pluſieurs Académiciens, Medecins & Chirurgiens, cette opération s'eſt faite l'année derniere à Paris, avec grand ſuccès.

Tout le monde ſait que de ſeize malades taillés par cette méthode, tant dans la Ville que dans l'Hôpital de la Charité, huit par M.

M. Perchet, huit par moi, chacun de nous n'en a perdu qu'un; pendant que de douze taillés en même tems dans l'Hôpital, par le grand Appareil, il en est mort cinq. De ceux-ci, il y avoit trois Sujets dont il y avoit plus à craindre qu'à esperer, & on n'a pas manqué de nous dire que nous avions choisi les meilleurs pour l'opération nouvelle.

Je pourrois répondre à cela, qu'une premiére épreuve nous y autorisoit, mais nous ne voulons point de grace: il nous est facile de prouver que de nos seize malades taillés par l'Appareil lateral, il y avoit un enfant qui ayant été saigné six fois pour une fievre rebelle & indépendante de sa pierre, étoit bouffi par tout le corps, & dans l'usage actuel du Quinquina, lorsqu'il fut taillé; un homme de soixante-deux ans, qui avoit cinq grosses pierres; un autre de cinquante-cinq ans, qui ayant eu la fievre, la jaunisse, & un dévoyement de plusieurs mois, dont il n'étoit pas remis, fut taillé le dernier jour de Juillet, à cause des pressantes douleurs qu'il souffroit; enfin un autre dont la vessie étoit squirreuse, pleine de fongus, & la pierre de la grosseur & précisément de la forme d'un marron d'Inde dans sa coque, dont on auroit un peu émoussé les pointes. Je ne sai si on peut appeller ces quatre malades de bons Sujets; c'est à ceux qui liront ce Mémoire à en juger: cependant trois de ceux-ci sont guéris, & onze des autres.

Le simple énoncé des faits nous justifie, & nous nous flatons que dorênavant nous n'au-

n'aurons pas besoin d'employer d'autres moyens contre la Critique. Les raisons de préférence pour l'Appareil lateral, comparé au grand Appareil, seront amplement détaillées dans des Mémoires particuliers, & l'ont été déja avec bien de la solidité, par M. Falconnet dans sa These: *An educendo calculo, cæteris anteferendus apparatus lateralis.* Je me contenterai de dire ici, que les principaux avantages de cette opération consistent en ce que le manuel en est bien plus facile que celui du grand Appareil; il est plus sûr, parceque le Chirurgien est guidé, non-seulement par la crenelure de la sonde, mais mieux encore par le doigt index de la main gauche, à l'aide duquel il agit toujours, & court moins de risque de se fourvoyer. Les avantages qui en reviennent aux malades sont considerables: toutes choses égales, l'opération par l'Appareil lateral est moins longue, & doit être moins douloureuse que par le grand Appareil, parce que dans l'une on coupe certaines parties qu'on déchire dans l'autre; elle favorise davantage l'extraction des grosses pierres, c'est une proposition qui résulte de la précédente. Ceux qui en ont été guéris, n'ont été incommodés, ni de fistules, ni d'incontinence d'urine; on n'a pas eu le desagrément de voir ces communications de la playe avec le boyau, que quelques malades taillés au grand Appareil, ont malheureusement éprouvés dans le tems même qu'on travailloit au panégyrique du grand Appareil. Enfin la Taille laterale est non seulement utile aux Pierreux, mais

mais encore elle semble avoir été trouvée pour secourir plus surement que par l'opération ordinaire ceux qui par obstruction ou abscès au col de la Vessie se trouvent dans la malheureuse nécessité de souffrir ce que l'on nomme l'incision au Périné: c'est une observation de M. Chirac.

Ce que je viens de dire sur l'Appareil lateral n'est qu'un préliminaire au Traité que j'espere donner par les suites. J'ose avancer que ce Traité nous manque: M. Méry a donné la critique des opérations de Frere Jaques*, & ayant à la suite de son Ouvrage proposé l'idée d'une méthode pour faire l'Appareil lateral, il ne l'a point pratiquée. M. Albinus a donné dans une Dissertation Latine †, l'opération laterale qu'il dit avoir été pratiquée par M. Rau: mais le manuel en est si composé, & l'exécution si difficile, que je doute qu'elle eût été adoptée par M. Rau, si l'Ouvrage eût été publié de son vivant. Le Docteur Douglas ‡ a donné un simple recueil de ce qu'on avoit écrit avant lui sur cette opération, & M. Cheselden ne la pratique plus comme elle est décrite dans le *Postscriptum* du Docteur Douglas. Enfin M. Garengeot Chirurgien de Paris, connu par la fécondité de sa plume, l'a proposé aux gens de l'Art, sans l'avoir faite lui-même, & sur une premiere expérience faite par un autre.

Je

* Observations sur la maniere de tailler dans les deux Sexes, &c.

† *Index Supellectilis Anatomicæ, &c.* 1725.

‡ The history of the lateral operation by James Douglas. M. D. 1726.

Je n'ai envié à personne l'honneur d'écrire sur cette matiere, depuis qu'elle a été renouvellée en France. Je sai que les Ouvrages précipités laissent ordinairement, non des restes à recueillir, mais des moissons à faire. En attendant celui auquel je m'engage, je vais donner à la Compagnie quelques observations détachées qui regardent la partie historique de cette opération, & qui la rendent à ses vrais Auteurs.

PREMIERE OBSERVATION.

On appelle communément la *Méthode de Frere Jaques* son opération, quoique la plupart des Chirurgiens ne l'ayent connu que sur le rapport de M. Méry: mais si une méthode de tailler doit être une maniere de tailler suivant une règle toujours constante, au moyen de laquelle on entame les mêmes parties toutes les fois; à consulter l'Ouvrage de M. Méry, on verra que Frere Jaques n'avoit point de méthode: car il entamoit la Vessie, tantôt dans son col, tantôt dans son corps, il séparoit quelquefois le col du corps, souvent il traversoit la Vessie & l'ouvroit en deux endroits, il interessoit l'intestin rectum, qui ne doit point être touché dans cette opération; enfin il blessoit differentes parties qui servent à la génération.

Par l'ouverture de ceux qui périssoient entre les mains de ce Moine, M. Mery découvroit tous ses écarts, & l'inconstance de l'incision intérieure; il voulut desabuser le Pu-

Public qui se prévient aisément en faveur des gens d'un certain caractere, en nous faisant part de ses observations à ce sujet. Il nous a donné un Ouvrage dont il résulte que Frere Jaques ne tailloit pas deux personnes de suite de la même façon; on pourroit dire par conséquent que Frere Jaques n'avoit point de méthode, & il ne pouvoit pas s'en former une, ignorant la Topographie, pour ainsi dire, des parties sujettes à son Lithotome: il restoit donc à M. Méry, en décriant l'opération de Frere Jaques, à déterminer nettement & précisément de tous les endroits qu'il entamoit, celui qu'il auroit été le plus avantageux d'entamer, suivant une certaine méthode; cependant c'est de toutes les parties de son Ouvrage, celle qui est le plus légerement traitée.

On dira sans doute, que c'est l'idée qu'on s'étoit faite de l'opération de Frere Jaques; mais si l'on en convient avec moi, il faudra convenir aussi que si Frere Jaques a pu profiter, & des réflexions critiques de M. Méry, & des avis salutaires qu'il avoit reçus pour rectifier son opération, il a pu par les suites pratiquer une bonne méthode, & qu'il est fâcheux que le Public ait été privé du fruit qu'il y avoit à retirer de la vivacité de ceux qui ont écrit contre cet Opérateur. Or on va voir qu'on l'a perdu de vue dans le tems qu'il falloit le suivre, que les Auteurs qui ont travaillé sur cette matiere ont été dépourvus des pieces les plus utiles sur la Taille de Frere Jaques, & qu'il est constant que Frere Jaques pratiqua postérieurement

à

à la critique de M. Méry une Taille laterale, la même que celle que M. Cheselden pratique aujourd'hui avec succès : c'est ce qu'il sera facile de prouver, en donnant ici la partie la plus curieuse, & en même tems la plus cachée de l'Histoire de Frere Jaques.

La Critique de M. Méry ne séduisit point tout le monde; M. Fagon, pour-lors Premier Medecin du Roi, & M. Félix Premier Chirurgien, jugerent qu'on pouvoit rectifier son opération; Frere Jaques reçut leurs avis, & en profita; cela est démontré par le simple récit de ses opérations postérieures à la Critique de M. Méry.

Par mes recherches, je l'ai suivi par-tout, & je sai qu'il avoit taillé à Aix-la-Chapelle en 1699 environ soixante personnes, dont le plus grand nombre guérit. A Versailles, au Printems de 1701, trente-huit qui guérirent tous, & le fait est attesté par Mrs. Fagon, Duchesne, Bourdelot, Boudin, Felix & Gervais*. La même année à Angers †, à Beaumont & Beauvais en Picardie, où il y a encore actuellement des gens taillés de sa façon qui sont en santé. En 1703, M. le Maréchal de Lorge se mit entre ses mains, après avoir reçu dans son Hôtel vingt-deux pauvres attaqués de la Pierre, pour les faire tailler par le Frere Jaques; les vingt-deux pauvres guérirent, & M. le Maréchal mourut: c'est alors que Frere Jacques prit le parti de passer en Hollande.

En

* Nouvelle méthode de tailler, par Frere Jaques Beaulieu, &c. 1702. *à la fin.*

† Voyez l'Ouvrage de M. Hunauld, *MS.*

En-vain veut-on élever la réputation de M. Rau sur les débris de celle de Frere Jacques. Je rendrai bien-tôt justice à M. Rau: mais peut-on ne pas juger favorablement de ce que fit le Frere Jacques en Hollande, lorsqu'on est instruit qu'il y étoit devenu si fameux, que son porrtait y fut gravé trois fois differentes, & que lorsqu'il fut à Bruxelles, dans le dessein de ne plus retourner en Hollande, les Magistrats d'Amsterdam lui envoyerent une Médaille d'Or, ayant d'un côté son portrait, & de l'autre la Ville d'Amsterdam, avec cette inscription: PRO SERVATIS CIVIBUS?

M. Rau étant fait Lithotomiste à sa place, Frere Jacques passa en Flandres, fit son opération à Bruxelles & à Anvers, fut appellé à Nantes, à Lyon & à Geneve, & y travailla heureusement. En 1708 il fut mandé par M. le Duc de Lorraine, pour tailler un de ses principaux Officiers, qu'il guérit. Il fut à Vienne en Autriche en 1709, de-là à Padoue & à Rome, & y pratiqua son opération. En 1710 il fut à Venise. Enfin las de voyager, il revint en 1712 à Besançon sa patrie, où il avoit moins travaillé que par-tout ailleurs; & mourut en 1714, âgé d'environ soixante ans.

Son voyage à Angers lui avoit procuré la connoissance de M. Hunauld, faisant la Médecine avec distinction, Auteur de quelques Ouvrages imprimés, & dont le Neveu est de l'Académie. M. Hunauld apprenant l'Anatomie à Paris, partageoit son tems entre les Leçons de Mrs. Mignard & Duverney, &

conservoit par son crayon le travail de son Scalpel. Il entreprit de défendre Frere Jacques contre M. Méry, & on peut dire qu'il le fit avec avantage dans une Dissertation dédiée à M. Fagon, mais qui n'a jamais été imprimée *.

Ce Manuscrit est accompagné de planches anatomiques dessinées par M. Hunauld lui-même : on y trouve la méthode de Frere Jacques perfectionnée; méthode par laquelle il étoit toujours sûr de faire son incision intérieure dans le même endroit, & qui avoit rendu la vie à tant de malades. Depuis l'Ouvrage de M. Méry, Frere Jacques avoit donné lui-même cette méthode dans un Imprimé de sept à huit pages, dont il y a très peu d'exemplaires †.

Dans ces deux Ouvrages, l'incision de Frere Jacques est nettement déterminée, il y est clairement énoncé qu'il coupoit le col de la Vessie : il paroît donc que si les Auteurs avoient fait sur cela les recherches nécessaires, ils auroient distingué dans l'Histoire de Frere Jacques deux époques bien differentes : la premiere nous donne Frere Jacques déconcerté par les critiques qu'il avoit essuyées, la seconde nous le donne encouragé par les instructions qu'il avoit reçues; l'une montre une opération défectueuse que l'on abandonne, l'autre une opération excellente que l'on reprend aujourd'hui. Il est fâ-

* Histoire du procedé de Frere Jacques, par M. Hunauld, &c. MS.

† Nouvelle méthode de tailler, & tirer la Pierre de la Vessie, par Frere Jacques Beaulieu, &c. 1702.

fâcheux de n'avoir jugé du Frere Jacques que sur son opération décrite par M. Méry; & c'est avec justice, ce me semble, qu'on avoit appliqué à cet Opérateur, un passage de Ciceron qu'on lit autour de ses portraits, peut-être pour critiquer la Critique de M. Méry; *Ægri, quia non omnes convalescunt, non idcircò ars nulla Medicina est.* „ Parce qu'on „ ne guérit point tous les malades, on ne „ doit point pour cela nier l'existence de la „ Medecine. "

De toutes ces recherches, je conclus ma premiere observation, & je dis que si Frere Jacques eût été aidé à Paris, comme il le fut à Angers, & s'il eût été aidé à Angers avec autant d'éclat qu'il fut censuré à Paris, nous serions demeurés en possession de l'Appareil lateral, & nous aurions de plus les perfections dont une interruption de plus de trente ans doit naturellement nous priver.

SECONDE OBSERVATION.

Rien ne prouve mieux l'usage que nous pouvions faire en France de la méthode de Frere Jacques, que celui qu'on en fit en Hollande. M. Albinus, qui nous a donné la Vie de M. Rau dans l'Index du Cabinet d'Anatomie, legué par M. Rau à l'Académie de Leyde, nous apprend* que Frere Jacques étant à Amsterdam, obint du Magistrat la permission de faire sa nouvelle opération de la Taille; que M. Rau après avoir assisté

* *De Clar. Ravii vitâ & calculosorum curatione*, p. 7.

assisté à ses opérations s'éleva contre sa méthode. Jusque-là je vois M. Rau faire en Hollande, ce que M. Méry fit en France; mais qu'arrive-t-il ensuite? Les Magistrats d'Amsterdam, & depuis ceux de Leyde ayant fait M. Rau lui-même Lithotomiste pour ces deux Villes, il pratique l'Appareil lateral, & ne l'abandonne plus; sur quoi il faut remarquer qu'avant l'arrivée de Frere Jacques en Hollande, M. Rau ne tailloit qu'au grand Appareil, comme il l'avoit appris à Paris vers l'année 1683 *; de sorte qu'il paroît clairement que ce fut le Frere Jacques qui donna à M. Rau l'idée de l'Appareil lateral. Il paroît ensuite que M. Rau se trouva si bien de l'Appareil lateral, qu'il n'en pratiqua plus d'autre. Il avança dans un Discours public prononcé à Leyde en 1713, qu'il avoit guéri en Hollande, par cette opération, quinze cens quarante-sept personnes affligées de la Pierre †.

M. Albinus décrit dans ce même Ouvrage la méthode dont il prétend que M. Rau se servoit, par laquelle il se proposoit d'entamer la Vessie même, par le côté, & près de son col, un peu vers la partie inférieure & postérieure: *Vesicam ipsam proximè cervicem ejus à latere, nonnihil inferiora & posteriora versus* ‡. Mais cette méthode est beaucoup plus difficile pour le Chirurgien, & beaucoup plus longue pour le malade, que celle du Frere Jacques; & il est facile de démontrer que les avantages qui pour-

* *Idem*, p. 15.
† *De Clar. Ravii vitâ & calculosorum curatione*, p. 14.
‡ *Idem*, p. 15.

pourroient faire valoir celle de M. Albinus, sont communs à l'opération de Frere Jacques, même par rapport à l'extraction des grosses pierres: j'ajoute, qu'il est permis de douter si on a la méthode dont M. Rau se servoit réellement, & il pourroit bien se faire que la méthode de M. Rau, & celle de Frere Jacques, auroient été les mêmes.

Voici sur quoi sont fondées mes conjectures. M. Rau laissoit assister à ses opérations, mais il n'en donnoit point d'éclaircissement, il se la réservoit. Il est mort en 1719, sans la rendre publique, & c'est un autre Professeur qui l'a donné. Enfin le Docteur Douglas a fort bien remarqué, qu'on ne voit nulle-part des observations tirées de l'ouverture des Cadavres*.

Voilà bien des motifs de douter si l'opération donnée par M. Albinus est réellement celle de M. Rau. Ce qui donne en même tems lieu de croire que celle qu'il pratiquoit pourroit bien être celle de Frere Jacques, c'est que, selon M. Albinus même, ils faisoient tous deux l'incision dans le même endroit: *Deindè autem methodo novâ suâ semper est usus, quâ eundem quem Monachus ille locum incidit* †.

On objectera sans doute, que M. Rau ne fut établi Lithotomiste public que sur ce que les Magistrats reconnurent la vérité du jugement que M. Rau avoit porté sur l'opération de Frere Jacques, & que M. Rau fit la Taille avec encore plus de succès que le Frere

* The history of the lateral operation, p. 74.
† *De Clar. Ravii vitâ, &c. p. 15.*

Frere Jacques: comment cela se peut-il, si l'opération est supposée la même?

La réponse est facile: M. Rau savoit parfaitement l'Anatomie, Frere Jacques l'ignoroit; & l'on sait que sans les lumieres de l'Anatomie, le Chirurgien ne marche qu'à tâtons.

TROISIEME OBSERVATION.

Lorsque M. Rau étoit questionné par ceux qui voyoient opérer, sur le détail de sa méthode, il ne disoit autre chose que ces paroles: *Lisez Celse.* C'est un fait dont M. Winslow nous a fait part dans une de nos Assemblées, en ayant été témoin, & ayant suivi en Hollande les opérations de cet homme célèbre. Il est donc bien naturel de suivre l'indication donnée par M. Rau lui-même, & alors il est facile de prouver que M. Rau tailloit comme le Frere Jacques, parce que Frere Jacques corrigé, tailloit par l'Appareil de Celse. Cela paroît d'abord un paradoxe à ceux qui ont, de l'opération de Celse, l'idée que les Auteurs nous en donnent ordinairement: mais le paradoxe s'évanouït quand on fait les réflexions suivantes.

On a forcé le sens de Celse, & on l'a mal interprété, quand d'une méthode générale, on en a fait une méthode seulement praticable pour la pierre qui fait bosse au Périné.

Le Chapitre 26 du 7me. Livre de Celse traite des difficultés d'uriner, & la 2de. Section du même porte en titre: *Calculosis quae*

ca-

curatio adhibeatur *. L'incision est ainsi déterminée : *Juxta anum incidi cutis plagâ lunatâ usque ad cervicem Vesicæ debet : deinde eâ parte quâ strictior ima plaga est, etiamnum sub cute altera transversa plaga facienda est, qua cervix aperiatur donec urinæ iter pateat, sic ut plaga paulo major quam calculus sit.*

Voilà la méthode générale de Celse pour tirer la Pierre qui est dans la Vessie, & ce qui prouve que c'est une méthode générale, c'est qu'à la fin du Chapitre, il donne la méthode de traiter les cas particuliers, & de tirer, par exemple, les Pierres engagées dans le col : *Calculi per se delapsi in cervicem.* Je sai bien qu'on regarde l'opération de Celse, comme impraticable sur les Adultes ; mais c'est un pur préjugé & faute d'examen, car il n'y a point d'Anatomiste Chirurgien, qui voulant en faire l'expérience sur le Cadavre, ne reconnoisse comme moi, qu'elle peut se faire.

Frere Jacques la faisoit aussi quelquefois à la lettre ; actuellement encore il y a en Italie des Opérateurs qui ne la font pas autrement. Il est vrai que cette opération faite à la lettre est difficile ; mais les changemens qu'on y a faits depuis, par rapport aux instrumens, l'ont de beaucoup perfectionnée.

Albucasis inventa le premier un Bistouri très étroit & très pointu †. De nos jours, Frere Jacques substitua aux doigts de l'Opérateur une Sonde, mais très défectueuse & sans cré-

* *Aur. Corn. Celsi opera ex recognitione Vanderlinden.* 1657.

† *Albucasis Chir. part. II. cap. IX. p.* 204.

crénelure. Mrs. Fagon, Felix, Maréchal, Méry conseillerent une Sonde crénelée à Frere Jacques, qui s'en est servi dans les suites; M. Rau a ajouté quelque chose à cette Sonde. M. Chefelden a inventé un Bistouri, qui, à peu de chose près, est le même que celui d'Albucasis: mais toutes ces variations ne touchent que les instrumens, car du reste l'Appareil lateral, depuis Celse jusqu'à M. Chefelden, a toujours été fait dans le lieu détérminé par Celse pour l'incision.

Au reste, la remarque de l'analogie de l'Appareil lateral avec la méthode de Celse a été apperçue par les Modernes, & je ne prétends point m'en attribuer la découverte.

Dans l'Assemblée des Magistrats, des Medecins & Chirurgiens, convoquée à Paris, pour déliberer sur les expériences de Frere Jacques, un des assistans avança que sa méthode avoit été autrefois pratiquée; & M. Méry qui cite cè fait, ajoute de lui-même, qu'il pourroit se faire que cette maniere d'opérer auroit commencé par quelque Opérateur qui se seroit formé une méthode sur ce qu'il auroit lu de la Taille dans Celse *. M. Freind dans son Histoire de la Medecine, en parlant d'Albucasis qui a suivi Celse, dit que l'endroit marqué pour l'incision par cet Auteur, est entierement le même que celui où Frere Jacques, & après lui M. Rau, avoient coutume de la faire †.

Qu'on

* Lisez M. Méry, page 43.
† M. Freind, Hist. de la Medecine, 2 partie, p. 95.

Qu'on ajoute à toutes ces recherches la réponse de M. Rau à ceux qui le questionnoient; l'obscurité qui pourroit naitre des differens noms de la méthode de Frere Jacques, de celle de M. Rau, de celle de M. Chesfelden, disparoît en les rapportant toutes à la méthode de Celse, à laquelle on a ajouté des instrumens, & en leur donnant en commun le nom d'*Appareil latéral*.

Si mes conjectures étoient justes, la Taille laterale, qui paroît une nouvelle méthode, se trouveroit la premiere & la plus ancienne de celles qui sont connues. J'avoue qu'il seroit singulier qu'après l'avoir quittée pour faire le grand Appareil, ou l'opération de Marianus, on l'a reprît aujourd'hui sous une autre forme. On en donneroit une raison solide, en disant que la méthode de Celse, & celle de M. Cheselden, étant supposées la même quant au lieu de l'incision, la maniere d'y procedér est differente, & que l'addition des instrumens, les perfections successivement ajoutées aux instrumens même, rendent facile & sûre une opération difficile sans tous ces secours. Mais sans nous embarrasser de trouver les motifs qui l'ont pu faire abandonner, il suffit que nous en ayons de justes pour son rétablissement. La Théorie en fournira un grand nombre, mais les seuls capables de persuader sont les faits. A examiner les opérations pratiquées par cette méthode depuis le mois de Mars 1727 jusqu'à la fin de 1730, tout doit nous inspirer de la confiance. Je viens de recevoir la liste des malades de M. Chefelden taillés depuis

celle qui eſt imprimée dans ſon *Appendix*, & j'apprends qu'il en a taillé vingt, dont il en eſt mort deux. Si nous la joignons à ſa premiere liſte & à la nôtre, il ſe trouve de compte fait, & en tout, quatre-vingt-deux perſonnes taillées par cette méthode, en quatre ans, dont il n'eſt mort que ſix, & ſoixante-ſeize ont été parfaitement guéris.

NOUVELLE MANIERE DE TROUVER LES FORMULES DES CENTRES DE GRAVITÉ.

Par M. CLAIRAUT. *

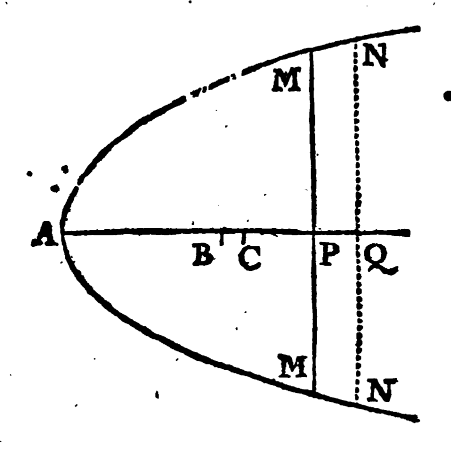
CE que je donne ici n'eſt point une nouvelle méthode pour trouver les centres de gravité: c'eſt ſeulement une maniere d'avoir les formules déja trouvées, qui me ſemble plus ſimple que celle dont on s'eſt ſervi, parce qu'elle ne ſuppoſe que le principe le plus ſimple de la Méchanique, qui eſt que pour trouver le centre de gravité de deux corps, il faut diviſer la ligne qui joint leurs centres de gravité en raiſon réciproque des poids de ces deux corps. En partant de ce principe, je conſidere la Figure que l'on me propoſe comme variant d'une difference infiniment petite; & prenant le centre de gra-

* 5 Mai 1731.

gravité de cette difference ou accroissement de la Figure, qui est toujours fort aisé à trouver, je suppose une ligne tirée au centre de gravité cherché de la Figure proposée; ensuite divisant cette ligne dans la raison du petit poids d'accroissement au poids de la Figure donnée, c'est-à-dire, dans la raison de la difference de la Figure donnée, à la Figure même, je forme une Equation qui me détermine le centre de gravité des deux Figures.

Par exemple, soit proposé de trouver le centre de gravité de l'aire d'une Courbe quelconque *MAM* divisée en deux par son axe *AP*.

Il est évident que le centre de gravité

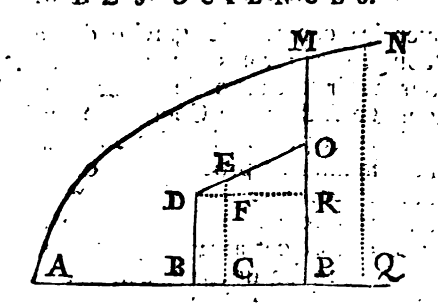


doit être sur la ligne *AP*, supposant qu'il soit au point *B*; ensuite soit *MNNM* l'accrois-

croissement infiniment petit de l'espace MAM, c'est-à-dire, sa difference, il est clair que le centre de gravité de ce petit espace sera au milieu de PQ; ou ne faisant point attention à la grandeur infiniment petite de PQ, le centre de gravité de ce petit espace pourra être consideré au point P. Ensuite supposant que C soit le centre de gravité de l'aire NAN, c'est-à-dire, que BC soit la difference de AB, on aura $BC . CP$ ou $BP :: NMMN . MAM$, ou en termes algébriques (nommant $AP, x, PM, y, AB, u,$) & par conséquent $PQ, dx, BC, du, MNNM, 2ydx$ & $MAM, 2\int . ydx) du . x - u :: 2ydx . 2\int . ydx$, ou bien en multipliant les extrêmes & les moyens $du\int . ydx = xydx - uydx$, ou en transposant $uydx + du\int . ydx = xydx$, dont l'intégrale est $u \times \int . ydx = \int . xydx$, qui donne u ou $AB = \frac{\int . xydx}{\int . ydx}$, qui est la formule ordinaire des centres de gravité des aires des Courbes divisées en deux par leurs axes.

Soit proposé à présent de trouver le centre de gravité d'un espace quelconque APM renfermé entre une Courbe quelconque AM, son axe AP, & une ordonnée quelconque PM.

On supposera que l'aire APM soit accrue de la difference $PQMN$, & que O, milieu de PM, soit le centre de gravité de l'aire $MPQN$, & que D soit celui de l'aire proposée APM, tirant la ligne DO, le centre de gravité de l'aire AQN sera dessus, & pour le trouver il faudra diviser DO de façon que



DE soit à OE ou OD comme $PQMN$ à APM. Ensuite abaissant des points D, E, les perpendiculaires DB & EC sur l'axe AP, & menant DFR parallele à AP, on aura, en nommant AP, x, PM, y, AB, u, DB, t; $PQ = dx$, $PMNQ = ydx$, $APM = \int . ydx$, BC ou $DF = du$, $EF = dt$, $PO = \frac{1}{2}y$, BP ou $DR = x - u$, & OR, $\frac{1}{2}y - t$. Et comme $DE . DO :: BC . BP$, on aura $BC\,(du) . BP\,(x-u) :: PQMN\,(ydx) . APM\,(\int . ydx)$. D'où l'on tire, comme c'est la même proportion que celle de l'exemple précédent, $u = \frac{\int . xydx}{\int . ydx}$.

Les Triangles semblables DEF, DRO, donneront à présent $DF . DR :: EF . OR$, ou, en termes algébriques, $du . x - u :: dt . \frac{1}{2}y - t$, ou bien à cause que $du . x - u :: ydx . \int . ydx$, $ydx . \int . ydx :: dt . \frac{1}{2}y - t$ qui donne $\frac{1}{2}yydx - tydx = \int . ydx \times dt$, ou $\frac{1}{2}yydx = tydx + dt\int . ydx$, dont l'intégrale est $\frac{1}{2}\int . yydx = t\int . ydx$. D'où l'on tire $t = \frac{\frac{1}{2}\int . yydx}{\int . ydx}$, qui est la formule qui sert à

trouver les centres de gravité des espaces quelconques renfermés par des Courbes.

Pour avoir le centre de gravité d'un Arc quelconque *AM* d'une Courbe quelconque, on abaissera la perpendiculaire *MP* avec sa parallele infiniment proche *NQ*; on prendra *D* pour le centre de gravité de l'arc *AM*, & *M* pour celui de l'arc *MN*, à cause de l'infinie petitesse de cet arc; *E* qui divise la ligne *DM* en raison de *MN* à *AM*, sera le centre de gravité de l'arc *AMN*; ainsi menant *DFR* parallele à *BP*, & *EFC*, *DB*, paralleles à *PM*, nommant comme ci-dessus, *AP*, x, *PM*, y, *AM*, s, *AB*, u, *BD*, t, on aura *DF* (du) . *EF* (dt) :: *DR* ($x-u$) . *MR* ($y-t$), & *DE* . *DM* :: *BC* (du) *BP* . ($x-u$) :: *MN* (ds) :: *AM* (s).

En résolvant ces Equations de la même façon qu'on a résolu les précédentes, on aura $u = \frac{\int . x ds}{s}$ & $t = \frac{\int . y ds}{s}$, formules pour trouver le centre de gravité des Arcs.

Il est aisé de voir que l'on pourroit facilement se servir de cette méthode pour trouver les centres de gravité, de quelles sortes d'Aires, d'Arcs, de Solides courbes qu'on voudroit; ainsi il est inutile que j'en donne le calcul, d'autant plus que, comme j'ai déja dit, je ne donne ici rien de nouveau par rapport aux formules, mais seulement une maniere de les déduire: c'est ce qui fait aussi que je ne donne aucun détail d'exemples en particulier.

EX-

EXTRAIT DE DIVERSES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

Faites à la Louisiane par M. BARON, *Ingénieur du Roi.*

Comparées à celles qui ont été faites à Paris & à Marseille.

Par M. CASSINI. *

DANS le Voyage que le P. Laval, Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Toulon, a fait à la Louisiane en 1720, imprimé en 1728, il a déterminé, par une Observation de l'émersion du premier Satellite de Jupiter faite à l'Ile Dauphine le 24 Juillet 1720, la difference des Méridiens entre l'Observatoire de Paris & cette Ile qui est à l'embouchure de la Riviere de la Mobile de 6h 52' 40" ou de 103d 10 0
dont retranchant 20d 0' 0" pour la difference de longitude entre Paris & l'Ile de Fer, il trouve l'Ile Dauphine plus occidentale que l'Ile de Fer, de 83 10 0
& par conséquent la longitude de cette Ile de 276 50 0
Feu

* 9 Mai 1731.

Feu M. Delisle, qui a déterminé la longitude de Paris, de même que le P. Laval, à 20 degrés de l'Ile de Fer, avoit déterminé dans sa Carte de la Louisiane, imprimée en 1718, la longitude de cette Ile de 287ᵈ 45′ 0″ ce qui donne la difference des Méridiens entre Paris & l'Ile Dauphine de ... 72 15 0 ainsi il se trouve entre ces deux déterminations une difference en longitude de 10ᵈ 55′ que le P. Laval appelle avec raison une difference énorme.

Comme cette difference parut trop grande à M. Delisle, pour être attribuée à quelque erreur qu'il eût faite dans sa Carte, il jugea devoir faire une Dissertation qui a été imprimée depuis dans les Mémoires de l'Académie de 1729, où il déduit les raisons qui l'avoient déterminé à établir la position de cette Ile, de la maniere qu'il l'a marquée dans cette Carte, & dans celle de l'Amérique qu'il a imprimée en 1722.

Ainsi il étoit à desirer pour la Géographie, de pouvoir décider quelle étoit la véritable situation de l'Ile Dauphine, qui se trouvant à l'embouchure de la Riviere de la Mobile, & dans le Golfe du Mexique, devoit avancer ou reculer d'autant de degrés la position des Côtes de ce Golfe, qu'il est important de connoitre pour la sureté de la Navigation.

Pour la déterminer, nous avons employé diverses Observations qui nous ont été envoyées par M. Baron, Ingénieur du Roi à la Louisiane, qui, avant que d'entreprendre son voyage, s'est exercé longtems à l'Observatoire, dans le dessein de faire des Obser-

servations, sur l'exactitude desquelles on pût compter.

La premiere de ces Observations est une Eclipse de Lune du 8 Août 1729, faite à la Nouvelle Orleans qui est située sur la Riviere de S. Louis. Il ne put pas en observer le commencement qui a dû arriver de jour, mais il détermina la sortie de quelques taches de l'ombre de la Lune, & la fin de l'Eclipse qui y est arrivée à . . . . $8^h 49' 53''$.

Cette Eclipse qui étoit totale, a été observée à Paris dès son commencement; mais quelque tems après son Emersion de l'Ombre de la Terre, le Ciel devint nébuleux, de sorte qu'on ne put pas distinguer avec évidence le terme de l'ombre, ni déterminer sa fin avec précision.

Pour y suppléer, nous avons employé l'Observation de cette Eclipse qui a été faite par le P. Feuillée, à Marseille, où il a déterminé la fin le 8 Août à 15 11 32

Si l'on retranche de ce tems, la difference des Méridiens entre Paris & Marseille, qui a été déterminée par un grand nombre d'Observations, de . . . . $12' 28''$
on aura la fin de l'Eclipse au Méridien de Paris, le 8 Août à . . . . $14^h 59' 4''$
ce qui s'accorde assez exactement à celle qui résulte des autres Phases de cette Eclipse observées à Paris.

Retranchant de ce tems la fin de l'Eclipse observée à la Nouvelle Orleans, le 8 Août à 8 49 53
on aura la difference des Meridiens entre Paris & la Nouvelle Orleans de 6 9 11

Cet-

Cette détermination est confirmée par l'Observation d'une tache de la Lune, nommée *Denis*, qui parut sortir de l'ombre de la Terre, à la Nouvelle Orleans, à . . . 8h 26' 14"
& à Marseille à 14 48 1
ce qui donne la difference des Méridiens entre ces deux Villes de 6 21 47
dont retranchant celle qui est entre Paris & Marseille, de 12 28
Reste la difference entre Paris & la Nouvelle Orleans, de 6 9 19
à 8 secondes près de celle que l'on avoit déterminée par la fin de cette Eclipse.

Prenant un milieu, on aura la difference des Méridiens entre Paris & la Nouvelle Orleans de 6h 9' 15" ou de 92d 18' 45".

Cette Ville n'est point marquée dans la Carte de la Louisiane de M. Delisle, imprimée en 1718, mais elle se trouve dans celle de l'Amérique qui a été publiée quatre années après, par le même Auteur, qui la place sur la Riviere de S. Louis, deux degrés ou environ à l'Occident de l'Ile Dauphine; ainsi l'on aura par cette Observation la difference entre la Longitude de Paris, & celle de l'Ile Dauphine, de 90d 18 45
plus petite d'un degré 56 min. que celle qui a été déterminée par M. Delisle, & de 12d 51' que suivant le P. Laval: ce qui fait juger qu'il s'est glissé quelque erreur dans l'Observation du P. Laval, causée selon les apparences par le dérangement de sa Pendule, comme il lui étoit arrivé, à ce qu'il rapporte, deux jours auparavant, que quelqu'un l'arrêta pendant son absence.

Cette

Cette détermination se trouve conforme à celle d'une Carte Angloise de M. Jean Senex, imprimée en 1710, sur les Observations de la Société Royale de Londres, & de l'Académie Royale des Sciences de Paris, dans laquelle la Longitude de l'Ile Dauphine est marquée, à l'égard de Londres, de 88^d 0' à l'Occident, auxquels si l'on ajoute 2^d 25' pour la difference dont Londres est plus occidental que Paris, on aura la difference des Méridiens entre Paris & l'Ile Dauphine, de . . . . 90^d 25' 0''
à 6 minutes près de celle que nous venons de déterminer.

M. Baron a déterminé la hauteur du Pole de la Nouvelle Orleans par l'Etoile polaire de 29 57 5
& par la hauteur méridienne de Phomahan de 29 58 29

Prenant un milieu, on aura la hauteur du Pole de la Nouvelle Orleans de 29 57 47

Le P. Laval a déterminé celle de l'Ile Dauphine, de 30 17 0

Ainsi la Nouvelle Orleans est plus méridionale que l'Ile Dauphine, de . . . 19 13

M. Baron a aussi observé dans la même Ville, la déclinaison de l'Aiguille aimantée du Nord au Nord-Est, de 3 0

Le P. Laval l'avoit observée en Mer, près de l'Ile Dauphine, le 2 Juillet 1720, de 2 0

Depuis le rapport que nous avons fait de ces Observations à l'Académie, M. Baron nous a envoyé celle de l'Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, faite à

à la Mobile, qui est sur la Riviere qui porte ce nom, à peu près sous le même Méridien que l'Ile Dauphine.

Cette Immersion fut observée le 6 Novembre de l'année 1730 à . . . . 17h 17' 54"

On ne put pas l'appercevoir à Paris où elle a dû arriver de jour, & le mauvais tems qu'il a fait dans cette saison ne nous a pas permis d'y observer les Immersions de ce Satellite qui l'ont précédé ou suivi immédiatement. Ainsi nous employerons les Observations des 18 & 25 Décembre, dont la premiere arriva le matin à 3h 57' 37", & la seconde à 5h 47' 44" du matin. Dans la premiere, le calcul anticipoit l'Observation de 4' 36", & dans la seconde de 4' 26". Cette premiere Observation a aussi été faite à Marseille, par le P. Feuillée, qui la détermina à 4h 9' 58". plutôt qu'à Paris de 12' 21", ce qui s'accorde assez bien à la difference des Méridiens que l'on a déterminée entre ces deux Villes.

L'Emersion du 6 Novembre a été calculée pour Paris à 23h 23' 36", dont retranchant 4' 36", on aura le tems corrigé à Paris le 6 Novembre 1730 à . . . . 23h 19' 0".
Elle a été observée à la Mobile à 17 17 58.
Donc la difference des Meridiens entre Paris & la Mobile est de 6h 1' 6" ou . . . 90d 16 30 éloignée seulement de 2' 15" de celle qui a été déterminée par les Observations de la Nouvelle Orleans.

M. Baron a observé le 7 Novembre 1730 à la Mobile dans le Fort de Condé, la déclinaison de l'Aiguille aimantée de 6d 0' vers le Nord-Est.

En-

Enfin il a obſervé le 12 Mars 1731 à la Nouvelle Orleans l'Emerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, à ... 10h 40′ 18″

Cette Emerſion n'a pas pu être apperçue à Paris, mais on a obſervé celle qui a ſuivi immédiatement, qui a été déterminée le 14 Mars à . . . . 11h 17′ 58″
Retranchant de ce tems une révolution du premier Satellite de Jupiter qui eſt de . . . . 1j 18h 28′ 36″
on aura l'Emerſion précédente pour le Méridien de Paris le 13 Mars au matin à 4 49 22
Elle eſt arrivée à la Nouvelle Orleans le 12 Mars au ſoir, à 10 40 18
La difference eſt de 6 9 4
à 7″ près de celle qui réſulte de la fin de l'Eclipſe qui y a été obſervée le 9 Août de l'année 1729. On aura donc, ſuivant cette derniere détermination, la difference de Longitude entre Paris & la Nouvelle Orleans de . . . . 92d 16′ 0″

SUITE

SUITE DE L'ANATOMIE DE LA POIRE.

SECONDE PARTIE.

DES VAISSEAUX

Par M. DU HAMEL. *

JE ne puis avoir avancé dans la premiere partie de ce Mémoire, que les filets que j'ai apperçus dans la Poire, sont des Vaisseaux, sans m'être néceſſairement engagé à rapporter les raiſons qui me les ont fait regarder comme tels, plutôt que comme de ſimples fibres entrelacées d'une certaine maniere dans la ſubſtance de ce fruit.

Il ne faut que jetter les yeux ſur les préparations de la Poire que j'ai fait voir à l'Académie, & dont je donne les figures, pour ſoupçonner que ces filets que nous y découvrons ſont des vaiſſeaux deſtinés à porter les liqueurs dans toute ſa ſubſtance.

Nous n'avons en effet point d'exemple dans l'Anatomie des Animaux, qu'une ſimple fibre ſe diviſe & ſe ſubdiviſe en une infinité de branches de plus en plus petite, & aille ſe

* 8 Août 1731.

ſe ramifier dans toute la ſubſtance d'un viſcere : je crois même qu'on peut regarder cet ordre de diſtribution comme un caractere diſtinctif des vaiſſeaux d'avec les fibres, caractere d'autant plus fidele qu'il eſt fondé ſur une diſpoſition néceſſaire à l'uſage de l'un & de l'autre de ces organes.

Un aſſemblage de pluſieurs fibres ſert ordinairement a former les envelopes, les tégumens, ou le corps des muſcles & des tendons: or les ramifications me paroiſſent favorables au ſoutien, à la force, & à la réſiſtance que les fibres doivent avoir en toutes ces occaſions.

D'un autre côté, l'uſage des vaiſſeaux eſt de diſtribuer la nourriture aux parties: c'eſt à quoi les diviſions & les ramifications ſont infiniment plus commodes qu'un canal droit & uniforme, qui ne pourroit remplir cette fonction que par un grand nombre de replis.

On pourroit m'objecter, que les nerfs ſe diſtribuent par des ramifications dans les viſceres des Animaux: mais auſſi, pluſieurs bons Anatomiſtes les regardent-ils comme des vaiſſeaux; & dans quelque ſyſtême qu'on les conſidere, comme ils doivent ſe diſtribuer à un grand nombre de parties, c'eſt à quoi les ramifications ſont très propres, comme je viens de le dire.

Les filets que nous appercevons dans la Poire ſont donc, ſoit par leur ſituation, ſoit par leur diſtribution, en quelque façon ſemblables aux vaiſſeaux qui ſe diſtribuent dans les Viſceres des Animaux : ils paroiſſent d'ailleurs deſtinés aux mêmes uſages. En

faut-

faut-il davantage pour établir une conformité entre les uns & les autres ?

Voici cependant encore des observations qui confirment bien l'idée que Mrs. Grew, Malpighi, Leeuwenhoek, Ruisch, & presque tous les Botanistes Physiciens ont eu des filets de notre fruit, car tous ces Auteurs les ont regardés comme des vaisseaux.

Il paroît certain que la fibre est la même dans la queue de la Poire, qu'elle est dans la branche de l'Arbre; d'ailleurs, on peut la suivre de la queue du fruit dans son intérieur; ainsi cette fibre est la même dans le fruit qu'elle étoit dans la branche. Or nous voyons (sur-tout dans les Plantes qui ont la sève colorée) que les gouttes de liqueur qui s'échappent, lorsqu'on coupe leurs tiges ou leurs branches, paroissent sortir en abondance de certains endroits qui semblent être comme des orifices des vaisseaux; je suis même parvenu à faire passer une injection fluïde dans les vaisseaux de quelques especes de Roseaux : ainsi les fibres qui vont se ramifier dans la Poire étant de même nature que celle des branches, si l'on regarde celles-ci comme vaisseaux, il s'ensuit que les autres en sont aussi.

Si l'on veut faire une difference des Plantes ligneuses d'avec les herbacées, & nier que ces premieres soient, comme celles-ci, composées d'un assemblage de vaisseaux, je ferai usage de l'autorité & des observations de M. Grew, & je renvoyerai ceux qui douteront de ce fait, à l'examen des coupes de Plantes que cet Observateur exact a

fait

fait graver d'après le Microscope dans l'Edition Angloise *in-folio* de son Livre.

L'épanouïssement des filets dans notre fruit, & leur continuïté avec les fibres ligneuses sont donc des preuves assez fortes que ces filets sont des vaisseaux; leur situation le confirme, car les plus gros aboutissent toujours aux endroits où il paroît que la sève doit être portée avec plus d'abondance à cause des parties qui y prennent leur origine; je le ferai remarquer dans la suite de ce Mémoire. Qu'on me permette, pour fortifier l'idée que j'ai de l'existence de ces vaisseaux dans la Poire, d'ajouter quelques réflexions sur la nature des differentes liqueurs qui entrent dans la composition de ce fruit, car elles semblent nous indiquer qu'il y a des glandes dans la Poire, puisque la préparation des liqueurs est ordinairement du ressort des glandes.

Si nous ne doutons point que les vaisseaux n'entrent pour beaucoup dans la composition de toutes les glandes, & qu'il y en ait même qui ne soient que des pelotons de vaisseaux, c'est une forte raison d'analogie, capable, quand nous n'aurions fait aucun usage de nos yeux ni du scapel pour découvrir la situation & l'arrangement des filets de notre fruit, de nous faire croire qu'il entre beaucoup de vaisseaux dans sa composition.

En effet, dans la supposition que les organes destinés à contenir les liqueurs de la Poire ne sont point des vaisseaux ou des vésicules, (ce qui reviendroit au même) si l'on vouloit qu'une espece de coton fît cet of-

 fice,

fice, & qu'en s'imbibant de ces liqueurs à la maniere des éponges, il formât une substance qu'on connoit assez sous le nom de *parenchyme*, combien alors ces liqueurs seroient-elles exposées à se confondre? Mais un fait qui paroît mettre la chose hors de doute, c'est que les sucs de la Poire ne s'expriment pas comme les liqueurs contenues dans une substance cotonneuse, par une simple expression; il faut auparavant détruire les vaisseaux, ou en les ratissant avec un couteau, ou en les râpant comme du sucre, ou du moins en les pilant fort longtems. C'est ce que j'ai souvent expérimenté, quand j'ai voulu avoir des sucs dépurés de Coin ou de quelques especes de Poires.

Ces sucs, à la vérité, s'expriment plus aisément dans quelques especes de Poires que dans d'autres, comme sont celles qui ont leurs vaisseaux plus minces; & c'est pour cette raison que les Poires molles s'expriment plus aisément que les mûres, & les mûres que les vertes, puisque les vaisseaux sont presque détruits dans les fruits mols, & beaucoup plus minces dans les mûrs que dans les verts.

Je découvre encore de nouvelles preuves de la nécessité d'admettre des vaisseaux dans la Poire, & qui plus est, de décider que les filets que nous y appercevons sont ces vaisseaux. Mais comme je ne pourrois les faire sentir qu'en entrant dans de grands détails, & en allongeant fort cette digression, je me contenterai d'avertir qu'on en trouvera plusieurs dans la suite de ce Mémoire, & d'assurer

surer qu'on se convaincra parfaitement de l'un & de l'autre, quand on cherchera à connoitre ces vaisseaux par la dissection, & à en prendre une juste idée par l'examen des rapports qu'ils ont avec les parties qui les accompagnent.

Si l'on est persuadé par ce que je viens de dire, que les filets de notre fruit sont des vaisseaux, il reste encore à savoir de quelle nature sont ces vaisseaux, & cette question est si interessante, que je ferai mon possible pour l'éclaircir ; je dis l'éclaircir, car elle m'a paru trop embarrassante pour la décider.

Mais l'ordre de ce Mémoire m'obligeant de remettre cet examen à un autre lieu, je les comparerai pour le présent aux vaisseaux sanguins des Animaux, tant parce que ces vaisseaux sont les plus familiers & les mieux connus, qu'à cause d'un certain port extérieur des vaisseaux de notre fruit qui est assez semblable à celui, par exemple, des vaisseaux sanguins qui s'épanouissent dans la substance de la Ratte. Au reste ce n'est ici qu'une supposition, qu'on ne sauroit me contester, parce que de quelque nature qu'ils soient, ils doivent toujours produire le même effet.

Quelque prodigieuse que paroisse la multitude de vaisseaux que représentent les * Figures de la premiere & deuxieme Planche, il s'en faut cependant beaucoup qu'elle égale le nombre de ceux que j'avois conservé dans les préparations dont j'ai fait la démonstration à l'Académie au mois d'Août dernier. Si d'ail-

* Fig. 1, 2, & 3.

d'ailleurs l'on fait attention que les vaisseaux de la Poire sont très déliés, extrêmement fragiles, & même souvent anastomosés, & fort entrelacés les uns dans les autres, on se persuadera aisément que je n'ai pu parvenir à séparer & dissequer les vaisseaux que j'ai conservés dans les Poires préparées dont je viens de parler, sans en détruire un grand nombre d'autres.

J'ai fait cette remarque pour donner une idée du nombre prodigieux de vaisseaux qu'on découvre dans la dissection de ce fruit. Mais leur nombre n'est pas la seule chose qui frappe & qui étonne : on desespere presque d'appercevoir entre eux aucun ordre ni arrangement, tant ces vaisseaux sont confondus les uns avec les autres.

Cette confusion n'est cependant qu'apparente, & la position des gros vaisseaux est ordinairement constante, compassée & réguliere *; le grand nombre de leurs branches & de leurs rameaux est la seule chose qui occasionne cette erreur, comme on le verra dans le détail plus particulier où je vais entrer, pour l'ordre & la netteté duquel je commence à les examiner dans la queue de la Poire, comme le lieu de leur origine.

† On ne manque point, après avoir levé les envelopes dont nous avons parlé dans la premiere Partie de ce Mémoire, de découvrir un assez bon nombre de gros vaisseaux qui

* M Grew est l'Auteur qui me paroît avoir le mieux examiné la situation des gros vaisseaux de la Poire.

† Planche II, Fig. 2.

qui s'étendent le long de la queue sans se diviser sensiblement en aucunes branches dans les jeunes fruits. Ces vaisseaux sont mols, tendres & flexibles ; mais dans les fruits mûrs ils sont presque toujours fermes & ligneux.

* Ce n'est pas ce faisceau de vaisseaux qui occupe le centre de la queue, c'est une matiere qui est très fine & tendre dans les jeunes fruits, & qui s'endurcit par la suite de même que les vaisseaux.

† Cette matiere, aussi-bien que le faisceau de vaisseaux, se prolonge dans la gaine pierreuse, & suivant l'axe du fruit, jusqu'à la pointe inférieure de la substance pierreuse qui forme une envelope aux pepins. Ces vaisseaux dans cette route ne se divisent presque point, ils envoyent seulement quelques foibles branches à droit & à gauche dans la substance charnue qui les environne.

‡ On conçoit bien que pour former cette substance qu'on regarde comme la principale partie de la Poire, à cause qu'elle est la plus agréable au goût, il faut nécessairement qu'une partie du faisceau dont nous venons de parler, se sépare de côté & d'autre pour y porter la nourriture.

D'un autre côté, pour peu qu'on fasse attention que les pepins sont la partie de ce fruit la plus chere à la Nature, on imaginera aisément qu'une autre portion de ce faisceau doit continuer sa route selon l'axe de la Poire pour

* Fig. 1. † Fig. 10.
‡ Planche II. Fig. 1.

pour charrier aux semences le suc nourricier dont elles ont besoin. Tout cela s'exécute, mais d'une maniere bien singuliere, car il y a bien, à la vérité, quelques vaisseaux que j'appelle *vagues* qui *, aussi-tôt qu'ils ont quitté l'axe de la Poire, se divisent en quantité de branches qui se distribuent dans le grand diametre de ce fruit; mais dix des principaux vont, un peu en serpentant & décrivant un arc autour de la substance pierreuse, aboutir à la roche comme à un rendez-vous commun.

Cette méchanique étant une fois conçue, on ne sera pas longtems à juger de son usage, puisque nous conjecturons que la roche, qui est le lieu du rendez-vous de ces dix vaisseaux, étoit dans la jeune Poire un amas de glandes dont les pétales & les étamines prenoient leur origine. C'est ainsi que la Nature, par une méchanique simple & toujours uniforme, du moins en apparence, produit cependant des effets bien differens; car tant qu'il a été nécessaire de fournir aux étamines & aux pétales certaines liqueurs convenables, les dix vaisseaux que nous examinons se trouvoient dans une situation propre à charrier la séve même avec abondance aux glandes destinées à la préparation de ces liqueurs.

Mais si-tôt que l'œuvre de la fécondation a reçu sa derniere perfection, les glandes se sont obstruées & endurcies peu-à-peu, & dès ce moment ont cessé de fournir de la nour-

* Planche I. Fig. 1.

nourriture aux pétales & aux étamines qui se sont desséchées ; en même tems les liqueurs charriées par les dix gros vaisseaux n'ont plus été admises dans nos glandes, & trouvant ainsi leur ancienne route fermée, ont été obligées de refluer sur elles-mêmes d'une maniere bien avantageuse pour l'accroissement du fruit, puisque pour se former de nouvelles routes, elles ont été contraintes de dilater les vaisseaux lateraux que nous appercevons dans la substance charnuë de la Poire.

C'est ainsi que nous croyons que ces vaisseaux, après avoir fait dans les jeunes fruits l'office de vaisseaux spermatiques, en charriant la séve aux parties masculines de la Poire, deviennent dans la suite des vaisseaux nourriciers qui servent à augmenter la partie charnue de ce fruit.

Il ne faut pas être surpris de voir des parties de notre fruit se secher, & périr entierement après avoir servi pendant un tems à des usages importans & essentiels, puisqu'après la naissance des Animaux, le placenta, les vaisseaux ombilicaux, & le canal de communication deviennent pareillement inutiles.

Le reflux des liqueurs, & les nouvelles routes qu'elles prennent, n'ont rien de plus opposé à l'ordre naturel, puisque la route que prend le sang, au moment de la naissance, par l'artere & la veine pulmonaire, est un changement presque semblable. Disons plutôt que ce reflux imite parfaitement celui qui arrive à l'occasion de l'opération de

l'Anévrisme, quand le sang est contraint de se former de nouvelles routes en dilatant les vaisseaux lateraux.

J'ai fait voir dans la premiere partie de cet Ouvrage, que l'endurcissement des glandes de notre fruit est à peu près le même que celui des os des Animaux.

Mais pourquoi cet endurcissement des glandes de la roche commence-t-il précisément quand les pepins sont fécondés, & même quand les liqueurs qui doivent servir à former la semence sont en partie séparées? Pour satisfaire à cette question, je ferai usage des principes que j'ai établis dans un Mémoire où j'ai recherché les causes principales du mouvement de la sève dans les Plantes; car ayant conclu de plusieurs expériences que la raréfaction & la condensation successive des liqueurs contenues dans les vaisseaux, & de l'air renfermé dans les trachées, produites par les differentes alterations de l'Atmosphere, étoient les moteurs principaux de la sève dans les Plantes, je concluois dans le même Mémoire, que les feuilles présentant beaucoup de surface à l'air devoient être sensibles à ses moindres impressions, & pouvoient par conséquent être regardées comme des organes particulierement destinés à faire monter la sève dans les Plantes.

Or de ces principes il s'ensuit que les pétales ou les feuilles de la fleur ne sont pas seulement posées en cet endroit comme des enveloppes pour sauver aux pistiles & aux étamines plusieurs accidens extérieurs, ou com-

comme des organes destinés à la préparation de quelque liqueur, mais encore & principalement comme une force motrice appliquée au lieu où il y avoit le plus d'obstacle à la distribution de la sève à cause de la délicatesse & de la tortuosité des vaisseaux dont cet amas de glandes est probablement composé; car dans ce tems les fruits ne sont qu'un amas de glandes, & celles de la roche sont alors les plus considerables.

Ainsi quand ces jeunes fruits sont plus particulierement occupés à des sécrétions considerables, & qu'il y a par conséquent plus d'obstacle au mouvement de la sève, n'ayant d'ailleurs par eux-mêmes que très peu de force pour vaincre cet obstacle, puisque cette force qui consiste dans la condensation & la raréfaction successive de l'air & des liqueurs, est proportionnelle au volume de l'un & de l'autre, qui ne peut être alors que très peu de chose; dans ce tems donc où les liqueurs courroient risque de demeurer en repos, la Nature a appliqué au lieu où il y a le plus de résistance, une force motrice des plus efficaces, mais qui ne dure qu'un tems; & c'est, je crois, quand les pétales commencent à se faner, que d'un autre côté commence l'obstruction des glandes qui s'endurcissent peu-à-peu à cause que la sève circule plus lentement dans leurs vaisseaux.

Mais, me dira-t-on, lorsque les liqueurs contenues dans le tronc & les branches de l'Arbre viendront à se raréfier par la chaleur, elles seront contraintes de passer dans les fruits comme dans les feuilles & les jeu-

jeunes branches, & ainsi ces fruits grossiront sans le secours des pétales.

A cela je réponds, qu'il est probable que la sève trouvera plus d'obstacle à passer dans les jeunes fruits que dans les autres parties de l'Arbre, puisque nous les regardons alors comme un amas de glandes dans lesquelles les liqueurs ne peuvent passer sans peine, à cause de l'étroitesse & de la tortuosité des vaisseaux qui les composent, & par cette même raison que les liqueurs se portent toujours où il y a le moins de résistance: on conçoit bien encore que quand même la sève passeroit dans ces jeunes fruits, elle s'échapperoit par les branches laterales des dix gros vaisseaux, dont nous parlerons dans la suite, plutôt que de passer dans les glandes de la roche, pour y faire les sécrétions qui sont nécessaires pour la fécondation du fruit.

Si j'ai expliqué l'endurcissement des glandes par la destruction des pétales de la fleur, on peut faire une autre question; savoir, pourquoi les pétales tombent après que les fruits sont noués? Mais comme cette question, qui est la même que si on demandoit pourquoi les feuilles de la plupart des Arbres tombent en Automne, seroit d'une trop longue discussion, je me contenterai d'indiquer, que les jeunes fruits augmentant de volume peuvent aisément briser les vaisseaux qui attachent les pétales aux glandes de la roche, d'autant que ces vaisseaux sont très délicats.

Quoi qu'il en soit, si je soutiens qu'il y a des parties de la Poire qui changent en même tems d'organisation & d'usage, ce chan-

ge-

gement est bien plus simple & moins compliqué que celui qui arrive aux organes des Animaux qui se métamorphosent. Mais tout ceci ne peut être regardé que comme des raisons de convenance, qui en présupposent de plus fortes & de plus convaincantes : je les tire de quelques observations que j'ai faites sur le progrès de la crue de notre fruit.

Tant que la fleur subsiste, la Nature ne travaille qu'à la formation du pepin, & le calice qui doit devenir le fruit, ne grossit presque qu'à proportion que les pepins augmentent de volume après que la fleur est tombée. Quand les fruits sont noués, ils sont encore quelque tems sans augmenter sensiblement en volume, & cela dure jusqu'à ce que les pepins soient presque parvenus à la grosseur à laquelle ils doivent rester; pour-lors la substance charnue manque presque entiérement, & les dix gros vaisseaux rampent entre les tégumens & la substance pierreuse qui sont alors presque collés l'un à l'autre: mais lorsque les pétales sont tombées, que les étamines sont desséchées, que les semences ont pris leur grosseur, que les glandes de la roche se sont endurcies, & qu'ainsi le reflux des liqueurs commence, c'est alors que la substance charnue se forme bien sensiblement, & que les fruits grossissent presque à vue d'œil.

L'on peut aussi avoir remarqué comme moi, que ce n'est pas dans les plus belles Poires qu'on trouve les pepins mieux conditionnés; au contraire il y a de très belles Poires dont tous les pépins sont avortés, &

ordinairement dans ces sortes de fruits on n'en trouve que trois à quatre de bons, pendant qu'il y en a quelquefois dix bien nourris dans de méchantes petites Poires; & cette difference pourroit bien venir de quelque dérangement dans les vaisseaux qui distribuent aux pepins, & qui auroit déterminé toute la sève à passer dans ceux qui transmettent la nourriture à la substance charnue de la Poire: & ce commerce de sève peut se faire par le moyen des anastomoses qui forment des communications entre ces deux sortes de vaisseaux.

L'examen particulier que j'ai fait de la cause d'un accident qui arrive aux jeunes Poires, m'a fait connoitre que ce reflux peut être occasionné par une cause extérieure & contraire à l'ordre de la Nature, ce qui produit pareillement l'augmentation subite du volume de la Poire. Voici la cause & le détail de cet accident.

Dans le tems que les Poiriers sont en fleur, il arrive souvent qu'une petite Mouche fait son nid dans ces fleurs épanouïes, & y dépose ses œufs, qui éclosent quelque tems après sous la forme d'un très petit Ver jaune qui a six pattes à la tête. Ce Ver entre dans la Poire par le canal des pistiles, & ronge à droit & à gauche ce qu'il trouve à son goût. De cette maniere il dérange l'organisation des glandes, & précipite le reflux des liqueurs; aussi ces Poires grossissent-elles beaucoup plus précipitamment que les autres, de sorte qu'elles sont grosses comme des Noix, quand les autres le sont à peine comme des

Fe-

Fèves. Mais ce reflux est trop subit, sans ménagement, & peu conforme à l'œconomie de la Poire; d'ailleurs le Ver ronge peut-être par la suite les gros troncs des vaisseaux, ce qui fait que ces Poires, devenues monstrueuses, tombent en peu de tems.

Les preuves que j'ai données du reflux des liqueurs, & l'examen que j'ai fait des changemens qui en résultent, en m'écartant de mon sujet, m'ont empêché de continuer l'examen des vaisseaux, & de suivre leur route, leur division & leur épanouïssement; choses cependant trop importantes à l'œconomie de la Poire, pour négliger de les approfondir autant qu'il est possible: ainsi j'y reviens.

Pour se former donc une idée nette de la distribution des vaisseaux, il faut se souvenir qu'il y en a un gros faisceau* qui s'étend sans se desunir depuis l'extrémité de la queue jusqu'à la substance pierreuse, & qui se partage à cet endroit en trois parties, dont l'une s'épanouït sur le champ dans la substance charnue; & ce sont ces vaisseaux que j'ai appellés *vagues*. L'autre va circulairement se rendre à la roche; j'ai appellé *spermatiques*, les vaisseaux qui la composent. La troisieme enfin suit sa route, & va porter la nourriture aux pepins & à leurs envelopes; pour distinguer les vaisseaux qui lui appartiennent d'avec les autres, nous les appellerons *nourriciers*. Mais avant d'examiner ces vaisseaux, en tant qu'ils constituent la substance de la Poire, il est bon, je crois, de les considé-

* Planche II. Fig. 1. & 10.

siderer en eux-mêmes, & d'éclaircir, autant qu'il nous sera possible, leur structure intérieure, ou la nature de la substance dont ils sont composés.

Pour cela il faut se rappeller ce que nous en avons dit au commencement de ce Mémoire, & quels sont les usages que nous leur avons attribué. Il faut se souvenir que ce sont eux qui transmettent la nourriture à toutes les parties de la Poire, que nous avons cru les pouvoir comparer à ces vaisseaux qui dans les Tithimales & la Chélidoine contiennent un suc coloré qui en découle si sensiblement par gouttes. Enfin puisque l'analogie entre les Plantes peut ici nous être de quelque utilité, il ne faut pas oublier que nous sommes parvenus à injecter les vaisseaux de quelques Plantes arondinacées, & de plus, que ces vaisseaux nous paroissoient destinés dans ces sortes de Plantes aux mêmes usages que le sont dans notre fruit ceux que nous examinons.

Tout cela semble prouver que ces vaisseaux sont creux: pourquoi cependant, s'ils le sont, Mrs. Grew & Leeuwenhoek n'ont-ils pu découvrir leur cavité? Pourquoi n'ai-je pu appercevoir le jour au travers, quand j'en ai fait une coupe transversale fort mince? Leur tissure même, quand on les examine au Microscope, semble prouver qu'ils ne le sont pas, car les gros troncs ne paroissent plus un seul canal, mais un assemblage de plusieurs filets joints ensemble par un coton très fin, de sorte que chacun de ces filets longitudinaux, ou, si l'on veut, cha-

que

que vaiſſeau de ce faiſceau, peut être ſéparé des autres, & examiné en particulier.

Ces difficultés ſi embarraſſantes pour moi, l'ont même été pour Mrs. Grew & Leeuwenhoek, de ſorte que pour y ſatisfaire, M. Grew (qui après avoir avancé dans un endroit, qu'ils ſont creux, ſemble en douter dans d'autres,) joint à un tiſſu cellulaire qu'il admet dans ces vaiſſeaux, la tiſſure propre de ces vaiſſeaux qu'il regarde comme composés d'un nombre prodigieux de filets.

Pour Leeuwenhoek, il attribue cette opacité à la fineſſe & à l'affaiſſement des vaiſſeaux.

Avant que de rapporter ce que je penſe ſur cela, il eſt, je crois, à propos de détailler les recherches que j'ai faites au Microſcope, puiſque ce ſont elles qui m'ont déterminé à adopter le ſentiment que je vais propoſer; & quels en ſont les fondemens.

I.

* J'ai examiné au Microſcope, le tronc des dix gros vaiſſeaux, & j'ai apperçu qu'il étoit un aſſemblage de pluſieurs filets aſſez gros, qui s'étendoient ſuivant ſa longueur, & qui paroiſſoient mal unis enſemble; quelquefois même j'ai apperçu quelques-uns de ces filets qui ſe ſéparoient des autres, & s'y rejoignoient après quelques lignes de chemin.

II.

* Planche II. Fig. 5.

II.

* Je suis parvenu à séparer plusieurs de ces filets les uns des autres, & à en avoir un tout seul que je pouvois examiner en particulier.

III.

J'ai exposé ce filet seul à un fort Microscope à liqueur, & je ne l'ai plus apperçu composé de longues fibres longitudinales, comme dans la premiere observation, mais seulement de petites fibres courtes qui avoient aussi leur direction suivant la longueur du vaisseau.

IV.

J'ai observé la même chose quand j'ai examiné quelques ramifications fines, au-lieu d'un de ces troncs principaux, dont j'ai parlé dans la premiere observation.

V.

† J'ai déchiré un de ces filets avec deux pointes d'acier très fines, & l'ayant exposé au même Microscope à liqueur, j'ai reconnu, autant que des objets si fins le peuvent permettre, 1°. Qu'il s'étoit déchiré suivant sa longueur. 2°. Que la direction de ces filets

* Fig. 7. & 8. † Planche II. Fig. 9.

lets étoit longitudinale. 3°. Qu'ils n'étoient plus un assemblage de filets mal unis ensemble. 4°. J'y ai apperçu quelques fibres entortillées, commme on le voit dans la Figure.

VI.

* J'ai examiné une extrémité très fine de ramification, & je n'ai plus apperçu de direction dans les fibres, même aux endroits des bifurcations.

De toutes ces observations, j'ai cru pouvoir conclurre :

I.

Que ce que j'ai appellé jusqu'à présent, un tronc de vaisseaux, est un faisceau ou un assemblage de plusieurs vaisseaux.

II.

Que les premieres bifurcations ne sont pas des divisions de vaisseaux, mais des séparations d'un faisceau en plusieurs faisceaux plus petits.

III.

Que lorsque ces vaisseaux se sont séparés à un certain point, ils deviennent uniques, & se divisent alors en plusieurs branches.

IV.

Je juge qu'ils sont creux, parce que sans cela

* Fig. 8.

cela l'injection ne passeroit pas si aisément au travers, comme nous avons remarqué qu'elle passoit dans les vaisseaux des Plantes arondinacées; & la séve ne transudroit pas avec cette facilité que tout le monde connoit dans la Chélidoine & les Tithimales, quand on coupe ces sortes de Plantes.

V.

J'attribue leur opacité à un coton qui les revêt intérieurement, & qui y forme comme le tissu cellulaire de M. Grew; coton que j'ai plus particulierement observé dans quelques-uns des principaux vaisseaux des arondinacées. Enfin leur délicatesse, & leur affaissement peuvent bien contribuer à cette opacité, comme l'a remarqué M. Leeuwenhoek.

Au reste, j'espere que des expériences que je suis en train d'exécuter, me donneront lieu d'éclaircir encore cette question: en attendant je passe à quelque chose de plus clair, à leur situation dans le fruit.

Des Vaisseaux vagues.

* Tout ce que j'ai pu remarquer sur ces vaisseaux, c'est qu'après s'être un peu écartés du centre, ils vont s'épanouïr dans la partie la plus renflée de la Poire. Leur nombre est incertain, quelquefois même je ne les ai point rencontrés, ce qui me fait soupçonner

* Planche II. Fig. 1.

ner qu'ils ne ſe trouvent que dans les Poires qui ſont fort renflées à l'endroit de leurs pepins.

Ils pourroient bien ſervir encore à fournir quelque nourriture au peu de chair qu'ont les jeunes Poires dans le tems que les dix gros vaiſſeaux ſont employés à charrier la ſève aux pétales & aux étamines.

Des Vaiſſeaux ſpermatiques.

* Les dix gros vaiſſeaux de ce nom vont, comme je l'ai dit, ſe rendre à la roche: mais dans cette route ils jettent quantité de branches de côté & d'autre, de telle ſorte cependant que celles qui s'enfoncent vers le centre, ou du côté de la ſubſtance pierreuſe, ſont en petit nombre, & fort foibles en comparaiſon de celles qui vont à la circonference. Entre celles-ci, une des plus conſiderables eſt celle qui va ſe diſtribuer du côté de la queue. Car nous avons remarqué que le faiſceau de vaiſſeaux ne ſe diviſe point, juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à l'envelope pierreuſe; ainſi le peu de chair qui eſt du côté de la queue, ou à la partie pointue de la Poire, ne recevroit aucune nourriture, ſi par une méchanique particuliere, quelques vaiſſeaux ne venoient ſe diſtribuer à cette partie. C'eſt auſſi pour cela que la premiere ou ſeconde branche de chacun des dix gros vaiſſeaux ſe recourbe en maniere de croſſe, & va s'épanouir tout du long de la gaine pierreuſe.

Les

* Fig. 1. & 10.

Les branches les plus grosses, après celles dont je viens de parler, sont celles qui répondent au grand diametre de la Poire; & les autres vont en diminuant, à mesure qu'elles approchent de la roche.

J'insiste sur la grosseur & sur l'arrangement de ces branches, parce qu'elles s'accordent à merveille avec la figure de ce fruit: car si les Poires sont renflées & grosses vers les pepins, ce n'est pas seulement à cause du volume de ces pepins, de celui de leurs enveloppes, de la substance qui est entre les pepins, & de l'épaisseur de la substance pierreuse; mais parce que c'est en cet endroit que se distribuent les vaisseaux vagues, & que les branches des spermatiques sont plus grosses & plus fréquentes. Il n'y a au contraire que dix branches de ces vaisseaux qui s'épanouïssent le long de la gaine pierreuse, ce qui fait que la plupart des Poires se terminent en pointe de ce côté-là: je dis la plupart, car il y en a plusieurs especes qui sont presque rondes. Mais dans ces especes, la gaine pierreuse est fort courte, l'envelope pierreuse n'est pas loin de la queue, & ainsi le lieu de la division en est fort près.

Cependant il y a toujours une branche qui se recourbe, mais elle est fort courte, elle se divise à sa naissance même, en quantité de rameaux, ce qui fait que ces sortes de Poires sont presque rondes.

C'est ainsi que les dix gros vaisseaux se distribuent par tout le fruit, & cette distribution est si sensible à ceux qui veulent se donner la peine de l'observer, qu'elle donne

lieu

lieu naturellement à une division de la Poire en six parts ou quartiers égaux, car cinq de ces vaisseaux répondent aux cinq loges des pepins, & les cinq autres à la substance qui est entre deux.

Ce n'est donc pas sans fondement que je tiens que la chair de la Poire est formée par l'épanouïssement des vaisseaux vagues, & des spermatiques: mais comment cela se peut-il faire, & par quelle méchanique cette substance peut-elle être ainsi formée du simple assemblage de vaisseaux? Pour la déveloper cette méchanique, autant que la petitesse presque infinie des objets le pourra permettre, je commencerai par faire remarquer que la division des vaisseaux se fait de deux manieres toutes differentes; & pour ne les point confondre, j'appellerai l'une *ramification*, sans cependant vouloir la comparer aux ramifications des vaisseaux sanguins, mais plutôt à la distribution des branches d'un arbre; & l'autre en vaisseaux capillaires.

* La premiere est la plus sensible, & imite la distribution des branches d'un arbre, c'est-à-dire qu'un gros faisceau de vaisseaux se sépare en deux, qui se subdivisent encore en deux ou trois plus petites, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'elles soient arrivées sous les tégumens, où les vaisseaux se divisent en plusieurs branches qui s'entrelacent les unes dans les autres, & s'anastomosent très souvent ensemble, ce qui forme ce réseau que j'ai appellé le *Cuir de la Poire*. Enfin quantité de

* Planche II. Fig. 3.

de ces ramifications se terminent aux glandes du tissu pierreux, où il paroît que la matiere de la transpiration se sépare.

Mais pour comprendre d'une maniere bien sensible, l'ordre que ces ramifications suivent dans notre fruit, je les compare aux branches d'un Pommier fort touffu, chargé de beaucoup de fruit, qui seroit dépouillé de ses feuilles, & dont on auroit entrelacé les branches de la circonference les unes dans les autres, car rien n'imite mieux les vaisseaux de la Poire que la disposition des branches du Pommier; les Pommes peuvent faire comprendre la situation des principales glandes, qui sont ordinairement attachées aux gros vaisseaux; & enfin l'entrelacement des branches de la circonference peut donner une idée de celui des branches de nos vaisseaux sous les tégumens: c'est l'ordre de ces ramifications qui forme la disposition de la chair de notre fruit. Il reste maintenant à remplir tous les petits vuides que ce nombre prodigieux de ramifications & de glandes laissent entre elles: c'est à quoi servent les branches capillaires, que je ne peux mieux comparer qu'à un coton très fin qui revêt & hérisse en quelque maniere toutes les glandes, tous les troncs des vaisseaux & toutes les ramifications: c'est ce tissu qui compose le parenchyme de Malpighi, c'est ce duvet qu'on découvre avec un foible Microscope comme des rayons autour des glandes, * & pour ainsi dire comme une chevelure autour des gros vais-

* Planche II. Fig. 4.

vaisseaux; & ce qui m'autorise à le regarder comme un assemblage d'un nombre prodigieux de vaisseaux d'une finesse extrême, est qu'en exposant une glande ou un gros vaisseau qui en est garni au foyer d'un bon Microscope, ces filets m'ont souvent paru plus gros à leur bout qui tient aux vaisseaux ou à la glande, qu'à leur autre extrémité, & je crois qu'ils s'inserent souvent dans les vaisseaux & dans les glandes, parce qu'ils y sont assez adhérens, & qu'on ne les en peut séparer qu'avec quelque difficulté.

Voilà les notions générales qu'on peut prendre de la structure de notre fruit, quand on se contente de l'examiner avec un Microscope ordinaire: mais ayant exposé à un excellent Microscope à trois verres, un petit morceau de Poire coupé fort mince, & étendu sur une surface noire, j'ai remarqué,

I.

Que quelquefois il sortoit d'une glande ou d'un vaisseau * un paquet de petites fibres qui s'étendoient en long sans se diviser ni se recourber; & ces petits filets s'étendoient quelquefois d'une glande à l'autre, d'autres fois d'une glande à un vaisseau, ou après avoir fait un peu de chemin, alloient s'inserer à d'autres petits filets.

II.

† D'autres fois on voit quelques-uns de ces

* Fig. 5. † Fig. 5.

ces filets grossir à une très petite distance du vaisseau ou de la glande, & former comme une espece de petite Poire, d'où il part trois ou quatre filets qui vont se joindre ou à un vaisseau, ou à une glande, ou à d'autres filets.

III.

Quelquefois plusieurs de ces filets vont aboutir comme * au petit ganglion, d'où il en part d'autres qui vont se perdre aux mêmes endroits que les précédens.

IV.

On peut encore remarquer, que ces filets sont comme bordés d'une substance blanchâtre très fine.

V.

J'ai exposé à un bon Microscope à liqueur quelques-uns † de ces filets, pour voir cette substance blanche, & elle m'a paru n'être encore qu'un coton plus fin que le premier; & si j'avois pu examiner ce coton à un meilleur Microscope, peut-être en aurois-je encore découvert un autre plus fin. Au reste, je soupçonne que cette substance blanchâtre est de la même nature que celle d'une substance qu'on trouve en grande quantité auprès des pepins, & dont nous parlerons dans la suite.

L'on

* Planche II. Fig. 5. † Fig. 7. & 8.

L'on conçoit de-là qu'il n'eſt pas aiſé de décider ſur l'uſage de ces vaiſſeaux, puiſque leur petiteſſe nous permet à peine d'entrevoir qu'ils en ſont, encore eſt-ce avec l'aide des meilleurs Microſcopes, & après de longues macérations. Cependant ſi notre conjecture ſur les pierres eſt bien fondée, la grande quantité de glandes qu'on apperçoit dans ces fruits me fait croire que la plupart ſont ſécrétoires & excrétoires; peut-être cependant y en a-t-il qui ont leur route ſéparée, & qu'on pourroit regarder comme des vaiſſeaux lymphatiques.

Mais ſans trop décider ſur des objets qui ſe dérobent preſque à nos recherches, je crois pouvoir avancer que les Poires fondantes & les Poires caſſantes * diffèrent principalement les unes des autres par la tiſſure de leurs vaiſſeaux, de telle ſorte que les caſſantes ayant leurs vaiſſeaux plus forts, leurs liqueurs ne peuvent être exprimées qu'après avoir détruit les vaiſſeaux par le broyement & la trituration. Les Poires fondantes au contraire ont leurs vaiſſeaux ſi tendres & délicats, que la moindre choſe les détruit, & en fait par conſéquent échapper les liqueurs : ce qui m'autoriſe à penſer de cette façon, c'eſt que quand les Poires caſſantes ſont molles, & qu'ainſi leurs vaiſſeaux ſont éminçés, on en exprime auſſi aiſément le ſuc que ſi elles étoient fondantes. Il ne faut pas omettre non plus une autre rai-

* Leeuwenhoek m'a paru avoir bien obſervé la ſtructure de la ſubſtance de la Poire.

raiſon, pourquoi les liqueurs des fruits mols s'échappent aiſément: car lorſque les fruits molliſſent, il arrive une fermentation; de toutes les fermentations il réſulte une dépuration des liqueurs qui fait qu'elles ſont plus fluïdes, plus coulantes, & par conſéquent plus faciles à s'exprimer.

Cependant il faut ajouter qu'ordinairement les pierres des Poires caſſantes ſont plus dures que celles des fondantes; & ſi les vaiſſeaux de ces dernieres ſont plus minces, de-là il s'enſuit naturellement qu'ils ſont plus remplis de ſucs. Enfin il arrive plus ſouvent aux Poires caſſantes que quelques-uns de leurs vaiſſeaux deviennent ligneux, qu'aux Poires fondantes; ce qui fait voir qu'ils ſont plus épais, plus ſerrés & plus étroits, puiſqu'ils s'obſtruent plus aiſément.

Mais il eſt bon de remarquer en paſſant, que cet endurciſſement qui arrive aſſez ſouvent aux vaiſſeaux de tout le faiſceau, & quelquefois aux principaux troncs des vagues & des ſpermatiques, juſtifie ce que j'ai avancé dans ma premiere Partie ſur l'endurciſſement des glandes.

L'examen aſſez exact que je viens de faire de tout ce qui concerne les vaiſſeaux, pourroit faire croire que j'aurois découvert quelque choſe dans leur arrangement qui fût favorable à la circulation de la ſève; mais bien-loin d'avoir rien apperçu qui pût éclaircir la queſtion, mes recherches n'ont ſervi qu'à m'en rendre l'objet encore plus incertain: car il n'y a pas d'apparence qu'il y en ait de la Poire à l'Arbre, mais je crois bien qu'il

qu'il peut y avoir une espece de circulation dans la Poire même ; car, comme je l'ai déja dit, il y a presque toujours plusieurs vaisseaux, l'un à côté de l'autre, qui suivent la même route, & cet ordre m'a paru assez semblable à celui que la Nature garde dans les Animaux, où les gros troncs de veines, d'arteres & de nerfs suivent presque toujours le même chemin, étant renfermés dans une gaine commune. Si cette conformité n'est pas une preuve que la circulation existe dans les fruits, du moins doit-elle faire subsister le doute, & ce seroit beaucoup si ce doute engageoit à faire de nouveaux efforts pour éclaircir cette question.

Les Anatomistes comprennent bien que je n'ai pu appercevoir les parties que je viens de décrire, sans avoir employé plusieurs préparations qu'on peut regarder comme des especes de ruses imaginées suivant le besoin, & qui sont toujours très utiles pour découvrir ces parties fines & embarrassées les unes dans les autres, qui sans leur secours seroient imperceptibles, & demeureroient inconnues.

Comme je me suis proposé, au commencement de ce Mémoire, de joindre à la description de chaque partie la maniere de la découvrir, je vais satisfaire à cet engagement par un détail exact, quoiqu'abregé, de celles qui m'ont paru les plus utiles.

I.

* Pour découvrir l'extrémité des vaisseaux qui

* Planche I. Fig 2.

qui vont aboutir aux glandes du tissu pierreux, il faut lever tout doucement un morceau des tégumens d'une Poire molle, & l'on apperçoit ces extrémités de vaisseaux d'une grosseur même assez considerable, qui tiennent aux glandes qu'on enleve avec les tégumens.

II.

* Pour appercevoir l'entrelacement des ramifications dans la Peau, proprement dite, il faut ôter les envelopes d'une Poire qui ait macéré longtems, & la mettre flotter dans l'eau, de telle sorte qu'elle en soit recouverte de deux à trois lignes, & darder de l'eau dessus avec une seringue à injection: de cette maniere on appercevra dans l'étendue seulement de l'espace que couvriroit un liard, un entrelacement prodigieux de vaisseaux & une infinité d'anastomoses.

III.

† Comme toutes les ramifications sont garnies de vaisseaux capillaires; dans les endroits où il y a plus de ramifications, les vaisseaux capillaires sont aussi en plus grand nombre, & par conséquent plus serrés les uns dans les autres: c'est aussi ce que j'ai remarqué dans la peau. Pour le découvrir, il faut continuer à seringuer avec force, & on verra cette espece de peau se détacher par

* Fig. 2. † Fig. 1.

par flocons & comme une croute assez épaisse, de dessus le reste de la substance de la Poire.

IV.

* Il y a deux moyens de découvrir les gros vaisseaux; car en coupant une Poire mûre transversalement à l'endroit des pepins, on en apperçoit la coupe, & l'on peut ainsi remarquer la disposition des vaisseaux spermatiques par rapport aux pepins; & en coupant ces Poires suivant leur longueur, † il arrive assez souvent qu'on découvre quelques-uns de ces vaisseaux, & qu'on peut en suivre la route. Mais pour les mieux examiner, il faut couper ainsi une Poire qui ait macéré longtems, & quand on a découvert une fois un de ces vaisseaux, le suivre en dissequant simplement avec la pointe du cure-dent, & des pinces très fines.

V.

Si l'on veut avoir un grand épanouïssement des vaisseaux, comme dans la page 6, il faut commencer par emporter avec les tégumens cet entrelacement de vaisseaux que j'ai appellé la peau proprement dite, & couper les six gros vaisseaux à leur insertion à la roche, & le canal pierreux; alors la Poire nageant dans l'eau, il faut détacher par-dessus le plus de vaisseaux qu'il est possible, tantôt en seringuant de l'eau, & quelquefois en remuant

&

* Planche II. Fig. 10 † Fig. 1.

& agitant les gros flocons avec des tenettes; d'autres fois en les pressant entre les doigts, ou les séparant avec la pointe d'une plume, ou d'un scalpel. * Mais lorsqu'on a détaché le plus qu'on a pu de ces vaisseaux, il faut pour achever, détruire le plus qu'on peut, la substance pierreuse, par l'ouverture que laisse la roche & le canal pierreux qu'on a emporté. Quand la substance pierreuse est une fois détruite, l'ouvrage est presque fini, & en passant le doigt indice dans le milieu, & appuyant le pouce sur la substance charnue, on acheve tout doucement de séparer les vaisseaux.

† Si l'on veut alors détacher un gros vaisseau pour l'examiner en particulier au Microscope, flottant dans l'eau, on le voit hérissé de vaisseaux capillaires.

‡ Mais si l'on veut avoir les gros vaisseaux bien nets, il faut les laisser tremper pendant quelques jours, & prendre la patience de les suivre, & de les nettoyer avec la pointe d'une plume & de petites tenettes; c'est de cette maniere que j'ai préparé la Poire que j'ai fait voir à l'Académie le mois d'Août dernier, à laquelle j'avois conservé un nombre prodigieux de vaisseaux.

Je viens déja d'indiquer comme il faut s'y prendre pour découvrir les vaisseaux capillaires. Mais il est bon d'avertir que pour les bien appercevoir, il faut que les fruits ayent macéré fort longtems.

En

* Planche I. Fig. 3.
† Planche II. Fig. 4. ‡ Fig. 3.

En parlant des tégumens, j'ai fait remarquer les maladies qui les attaquent le plus ordinairement ; il y en a aussi quelques-unes auxquelles les vaisseaux sont sujets. Quand un ou deux des dix gros vaisseaux d'une jeune Poire sont attaqués de quelques maladies, la partie de la Poire à laquelle ils distribuent le suc ne prend point de nourriture, mais les tégumens restent attachés aux glandes de la substance pierreuse, qui grossissent considerablement, & c'est quelque inconvénient à peu près semblable qui rend les pierres d'une figure très difforme.

J'ai encore remarqué quelquefois que toute la partie d'une Poire à laquelle un de ces dix gros vaisseaux doit distribuer le suc, étoit gangrénée pendant que le reste en étoit sain, ce qui venoit sans doute d'un accident qui étoit arrivé seulement à un des dix gros vaisseaux, & dans le tems que la Poire étoit parvenue à sa grosseur. Enfin j'ai remarqué que le S. Germain, l'Epine d'Hiver, & quelques autres Poires étoient quelquefois attaquées d'une espece de gangrène qui commence par la superficie, & qui gagne le cœur, mais qui a cela de singulier qu'elle est d'une amertume insupportable : je crois qu'elle est la suite de quelque contusion.

Il reste à examiner les vaisseaux que nous avons appellé *Nourriciers*. Mais comme leur usage est de porter la nourriture aux pepins & aux organes qui les accompagnent, l'ordre que je me suis prescrit dans cet Ouvrage m'oblige d'en remettre l'histoire à la troisieme Partie.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Fig. 1. Cette Figure repréſente une Poire qui a macéré longtems, & qu'on a diſſequé de maniere à faire voir comme les branches des vaiſſeaux ſpermatiques ou vagues, vont s'entrelacer ſous les tégumens, & forment une ſubſtance plus ferme que le reſte de la Poire. Cette ſubſtance eſt ici repréſentée par les flocons *a*.

Fig. 2. L'on voit dans cette Figure,

a, les vaiſſeaux qui vont aboutir aux glandes de la peau, ou du tiſſu pierreux.

b, l'entrelacement & les anaſtomoſes des vaiſſeaux ſous ce tiſſu pierreux, ce qui forme, comme nous l'avons dit, la peau proprement dite de la Poire.

Fig. 3. Une Poire diſſequée à la maniere de M. Ruiſch : & dans laquelle l'on voit un grand nombre de vaiſſeaux, mais tellement confondus, qu'il n'eſt pas poſſible d'en connoitre l'ordre & l'arrangement.

PLANCHE II.

Fig. 1. Repréſente la coupe d'une Poire amollie par les macérations, & qui eſt diſſequée pour faire voir la route des vaiſſeaux appellés *vagues*, & des ſpermatiques; d'un côté l'on n'a deſſiné que les gros vaiſſeaux, & de l'autre les vaiſſeaux capillaires ſont conſervés.

a,

a, un vaisseau vague.

b, un vaisseau spermatique nettoyé ou dégagé des vaisseaux capillaires.

c, une branche qui se recourbe pour distribuer à la queue.

d, les branches qui distribuent dans la chair de la Poire.

e, les branches qui distribuent aux glandes de la substance pierreuse.

ff, la route d'un faisceau de vaisseaux depuis l'extrémité de la queue jusqu'à la base des pepins qui est le lieu de la division.

g, vaisseau spermatique hérissé de vaisseaux capillaires.

hh, insertion des vaisseaux spermatiques à la roche.

Fig. 2. Représente la queue d'une Poire avec les vaisseaux qui en sortent.

a, la queue avec ses tégumens.

b, les vaisseaux qui sortent de la queue & vont sans se diviser jusqu'à la base des pepins.

Fig. 3. Représente un gros vaisseau spermatique séparé & seul, ou nettoyé des vaisseaux capillaires qui l'accompagnent.

aa, le tronc principal.

b, les branches qui en partent.

c, des flocons qui sont formés par l'entrelacement des vaisseaux sous les tégumens, ce que j'ai appellé le *Cuir*, ou la peau proprement dite de la Poire.

Fig. 4. Un vaisseau hérissé de vaisseaux capillaires, & garni de petites glandes.

Fig. 5. Un petit morceau de Poire vu au

 Mi-

Microscope, & dans lequel l'on voit,

a, un gros vaisseau.

b, des pierres ou glandes, & les vaisseaux capillaires qui les joignent ensemble.

Fig. 6. Une petite pierre ou glande hérissée de vaisseaux capillaires.

Fig. 7. Un petit vaisseau hérissé de vaisseaux capillaires où l'on peut voir que la texture de ce vaisseau est un assemblage de petits filets courts qui sont interrompus par des especes d'intersections, & non pas continus comme dans le vaisseau *a* de la Fig. 5.

Fig. 8. La division d'un très petit vaisseau où l'on ne voit plus que la séparation des deux branches se fasse comme celle de plusieurs fils d'un même écheveau, comme cela s'observe dans les premieres divisions, ce que nous avons représenté dans la Figure 11.

Fig. 9. Un vaisseau déchiré, & vu à un fort Microscope, & dans lequel on voit que la texture du vaisseau est formée par de petits filets qui ont une direction longitudinale, & qu'il y a de ces filets qui se contournent en tire-bourre.

Fig. 10. La coupe d'une Poire de Rousselet que j'ai mis longtems tremper dans un Syrop de Sucre bien clarifié, & dans laquelle on apperçoit très clairement,

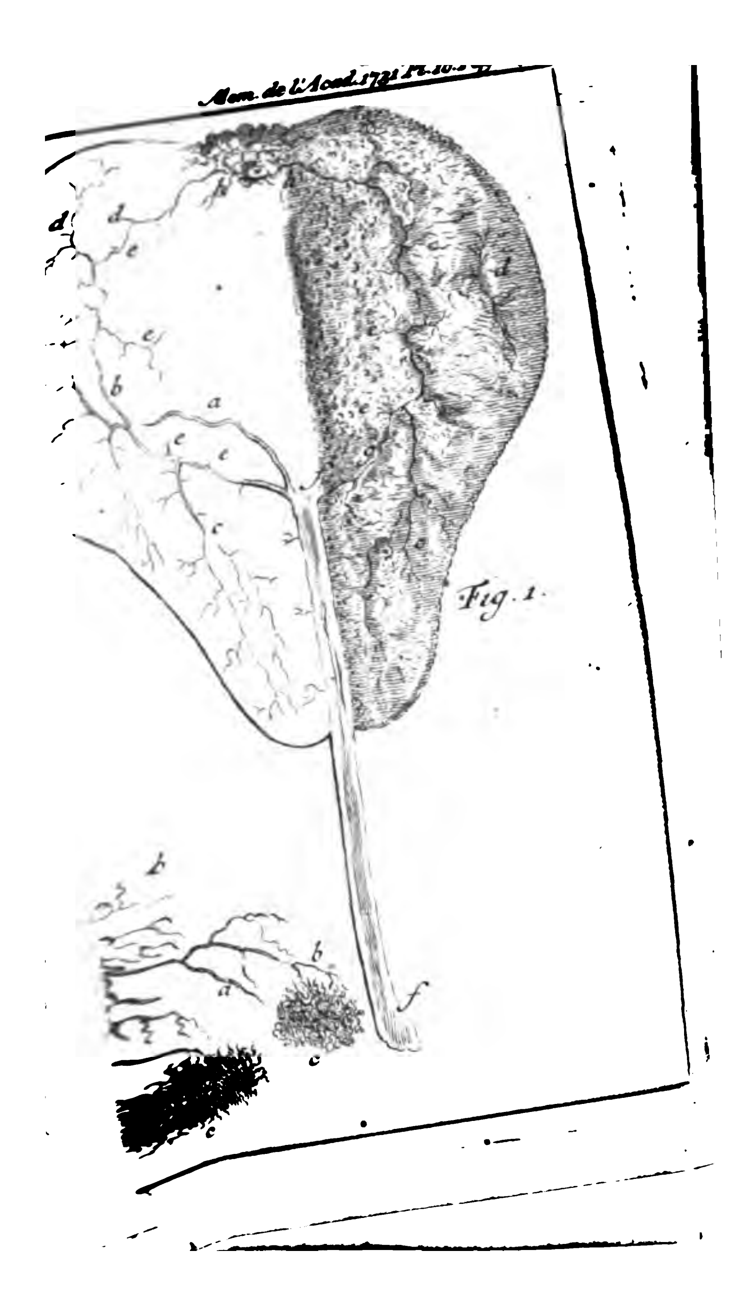
a, le faisceau de vaisseaux qui occupe l'axe de la Poire.

b, un des vaisseaux spermatiques.

c, un réseau ou plexus de vaisseaux qui s'épanouit sur les loges des pepins.

d, une loge des pepins.

e, un


Mem. de l'Acad. 1731
Fig. 1.
a
b
c
d
e
f
h

e, un pepin en ſituation dans ſa loge.

f, une loge ou cavité qui eſt entre les pepins, & par laquelle paſſent les piſtiles.

g, une houppe qui eſt au bas de cette loge ou cavité.

h, un petit vaiſſeau que j'appellerai *ombilical*, par où les amandes prennent nourriture.

i, les pierres qui ſont autour des loges des pepins, ou les glandes de la ſubſtance pierreuſe.

Fig. 11. Le tronc d'un des gros vaiſſeaux vu au Microſcope, après avoir macéré quelque tems, & dans lequel l'on voit que ces vaiſſeaux ſont composés d'un aſſemblage de filets mal joints enſemble, & qui ſe ſéparent les uns des autres dans le lieu des diviſions, à peu près comme font les nerfs dans les animaux.

L'on peut conſulter encore les Figures que nous avons fait graver à la ſuite de notre Mémoire de 1730, page 466, & il eſt bon de remarquer qu'on a deſſiné toutes ces Figures nageantes dans l'eau.

DU QUART DE CERCLE ASTRONOMIQUE FIXE.

Par M. GODIN. *

L'OCCASION que j'ai eu de placer pour mon usage, un Quart de Cercle fixe ou Mural, m'a engagé à traiter cette partie d'Astronomie pratique.

Je l'ai divisée en trois Articles principaux.

1°. De la construction de l'Instrument, & des differentes parties qui le composent.

2°. De sa vérification.

3°. De la maniere de le placer.

ARTICLE I.

§. 1. *De la Construction de l'Instrument en général.*

Je ne répete point ici ce qui se trouve ailleurs sur la construction des Quarts de Cercle; on peut consulter là-dessus plusieurs volumes des anciens & nouveaux Mémoires de l'Académie. Il me suffira de remarquer ce qui est essentiel au Quart de Cercle fixe.

Je suppose donc la contignation faite, qui est ce qu'on appelle la *Carcasse* de l'Instrument; je suppose les règles de chan, auxquelles on doit

* 22 Août 1731.

doit donner le plus de hauteur qu'il est possible, le Limbe posé & dressé exactement avec le centre: tel est l'Instrument réprésenté *Fig.* 1.

* *A*, *B*, *C* sont des bouts de barreaux de fer soudés fortement aux pieces de la Carcasse, & percés d'un trou rond d'environ un pouce de diametre: c'est par ces trous que passent trois mutules à double queue scellées dans un Mur solide, & c'est par ce moyen que l'Instrument est porté & rendu fixe, ce que je détaillerai davantage dans l'Art. III.

On prépare une Lunette un peu plus grande que le rayon de l'Instrument, elle peut avoir un pied & demi de plus, si l'Instrument a 3 pieds de rayon; on monte cette Lunette sur deux règles de fer attachées ensemble à angle droit, de maniere qu'elles sont de chan l'une à l'autre; la Lunette se place dans l'angle formé par les deux règles, & elle y est assujettie dans toute sa longueur par des collets qui l'embrassent, & qui ont de chaque côté des empattemens qui s'attachent à vis à l'une des règles. Comme cette Lunette ainsi montée doit tourner autour du centre de l'Instrument, on laisse à un endroit convenable de l'une des règles, en la forgeant, une plaque circulaire de fer, percée d'un trou, & on y adapte un canon d'acier cylindrique, foré dans toute sa longueur, d'un trou de même diametre que celui qui est à la plaque.

La Lunette ainsi montée & fixée aux deux règles, on la place sur l'Instrument posé ho-

* Planche I. Fig. 1. † Fig. 2.

§. 2. *Du Micrometre.*

Le Micrometre que je décris ici, differe en plusieurs choses du Micrometre ordinaire. C'est celui dont M. le Chevalier de Louville a fait mention dans les Mémoires de 1714, page 83. Comme il n'a pas jugé à propos de le décrire, j'ai cru que je pouvois le faire en cette occasion, d'une maniere qui pût au moins le faire reconnoitre, & servir à ceux qui voudroient en construire de semblables.

AB (*Fig.* 1. *) est un rectangle de cuivre évidé circulairement vers son extrémité inférieure d'un cercle égal au chan de la Lunette. On place juste dans cette ouverture, un anneau circulaire auquel on a soudé de chan un cercle *CED*, d'un plus grand diametre que l'anneau: ce cercle est attaché en *E* à rivet à l'empattement d'un écrou ou poupée taraudée *I*; & les becs *F*, *G*, le retiennent par en-bas sans le gêner. On place des filets inclinés l'un à l'autre de 45 deg. sur le bord de l'anneau qui est de chan, c'est celui qui est derriere le cercle *CED*; au-lieu du filet vertical j'ai fait mettre une petite lame, dont un des bords passe par le centre, afin de pouvoir observer le passage des Etoiles, sans être obligé d'éclairer les filets.

H, *K*, sont deux poupées fixes qui servent de supports à une vis plus grosse à son fust taraudé qu'à ses extrémités qui entrent dans les poupées. Par-là cette vis est fixée en-

* Planche II.

entre ses supports, sa tête est quarrée & passe en dedans de la poupée *H* qui est forée, on y adapte une clef *O* qui sert à faire tourner la vis.

Si l'on tourne la vis retenue entre ses supports, on fera mouvoir l'écrou *I* vers *K*, ou vers *H*, & par conséquent le point *E* vers le même côté, ce qui fera mouvoir le cercle qui porte les filets, de maniere qu'on pourra donner à ces filets telle inclinaison qu'on voudra, & faire, par exemple, lorsque l'Instrument sera en place, que le filet vertical soit effectivement dans un vertical, & celui qui lui est à angles droits, soit horizontal.

Au haut de cette plaque, il y a une vis dont l'axe est parallele au plan *AB*, la piece *NP* est soudée sur la plaque même, & la piece *PM* est à angles droits avec la premiere. La tête de la vis passe par un trou de la platine supérieure du Micrometre tout monté, comme on voit en *D* (*Fig.* 4.) & elle y est retenue entre deux pieces immobiles par son collet *R*. Si on la fait tourner, elle élevera ou elle abaissera toute la plaque *AB*, & par ce moyen on mettra la ligne de foi de la Lunette qui passe par le centre des filets, dans une situation parallele au rayon du cercle auquel on adaptera cette Lunette. On a ajouté à la partie inférieure un ressort *ST*, qui pressant contre le fond du Micrometre tout monté, assujettit la plaque *AB* dans la situation qu'on lui donne.

La Fig. 2. représente une autre piece de cuivre évidée circulairement, de même que

la

la premiere, & soudée à angles droits à la piece *CHD* qui est attachée à vis à la platine supérieure du Micrometre; le long de cette plaque, on fait couler un assemblage de diverses pieces, dont les bords faits en rainure embrassent les côtés de la plaque: ce mouvement se fait par une longue vis qui est reçue dans un écrou brisé *EF*, qui tient à l'assemblage *EFLI*. La partie *EF* est retenue par un bizeau, ou en queue d'aronde par une piece immobile *N*. La vis traverse la piece *CH*, & la platine supérieure, pour recevoir un index, & une tête propre à la faire tourner; elle est retenue en cet endroit, en sorte qu'elle ne peut s'abaisser ni s'élever, mais elle donne ce mouvement à tout l'assemblage *EFLI*, & par conséquent au filet 1, 2, qui y est attaché. La piece *IGKXL* qui porte ce filet est faite en fer-à-cheval, c'est le Curseur du Micrometre; il tient à l'assemblage d'un côté par un clou à vis *G*, autour duquel il peut tourner; & son autre branche *XL* est assujettie par une lame à ressort, attachée à vis en *Y*. Cette lame porte en dessous sur un retour de la branche *XL*.

Pour que le filet 1, 2, soit exactement parallele au filet *CD* de la Fig. 1. (ce qui est absolument nécessaire) on place en *O* & en *Z* deux poupées fixes qui portent une vis retenue entre elles: cette vis porte une autre petite poupée taraudée, à laquelle est attachée un mentonet *K*: le tout est semblable aux pieces *H*, *I*, *K*, de la Fig. 1. Le Curseur a une oreille en *K* échancrée,

&

& qui saisit le mentonet de la poupée mobile: faisant tourner la vis d'un côté ou d'autre, la poupée mobile ira vers *O* ou vers *Z*, & tirera par conséquent le point *K* du Curseur; & parce que ce Curseur peut se mouvoir autour du point *G*, il est évident que le filet 1, 2, prendra par ce mouvement telle inclinaison qu'on voudra.

La Fig. 3. est le profil des deux premieres Figures jointes ensemble, de la même maniere qu'elles le sont dans le Micrometre tout monté. *FOGS* est le profil de la Fig. 1. *BC* est la platine supérieure divisée en 100 parties. *AM* est la grande vis de la Fig. 2. *Q* est la vis qui sert à incliner le Curseur, ou le filet qu'il porte: les ouvertures 1, 2, servent à attacher à vis une petite lame extérieure au Micrometre, & qui suit le mouvement du Curseur; elle est divisée en 30 parties, dont chacune est égale à un tour de la grande vis, & est subdivisée par conséquent en 100 parties sur la platine supérieure. Cette lame est représentée (*Fig.* 4.) par *QZ*. On attache à la boîte du Micrometre un index *A* (*Fig.* 4.) qui marque les divisions de cette lame qui se meut sous cet index.

Pour former le Micrometre, on assemble donc les deux premieres Figures de la maniere qu'il est représenté (*Fig.* 3.); on enferme le tout dans une boîte. La plaque de la Fig. 1. est reçue dans deux rainures faites aux deux côtés de cette boîte, & le ressort *ST* presse contre le fond. Les pieces de la Fig. 2. sont aussi assujetties dans la boîte par les

les deux tenons *P*, *Q*, qui sont reçus dans deux ouvertures faites au fond de la boîte. Le haut de la grande vis passe par le centre de la platine supérieure, & cette platine, & les autres pieces qui y tiennent, sont assujetties à la boîte en maniere de couvercle, par plusieurs vis; & c'est ainsi que toutes les pieces sont retenues dans la situation nécessaire.

Il y a differentes ouvertures à cette boîte représentée (*Fig.* 4.) *D* est le bout de la vis *R* de la Fig. 1. *Q* est la vis *O Z* de la Fig. 2. *O* est la vis *HK* de la Fig. 1. On recouvre ces ouvertures par des pieces *B*, *C*, qui tournent sur des cloux à vis attachés au corps de la Lunette. *S*, *R*, sont deux bouts de tuyau qui tiennent à la boîte, & qui servent l'un pour loger l'oculaire, & l'autre s'insere dans le tuyau de la Lunette même. *M*, *N*, sont des trous faits pour mettre des vis qui arrêtent le Micrometre tout monté sur les règles qui portent la Lunette: il y en a de même de l'autre côté.

Pour connoitre maintenant la valeur des parties du Micrometre en degrés, minutes & secondes de cercle, je mesurai sur un terrein fort uni une distance de 500 toises; à une des extrémités, je plaçai deux mires, dont les centres étoient éloignés de 17 pieds 5 pouces & 5 lignes, qui est la tangente d'un arc de 20 minutes à cette distance; & ayant placé la Lunette à l'autre extrémité, je trouvai plusieurs fois l'intervalle entre le centre des mires vues par la Lunette, de 1137 parties du Micrometre. De-là j'ai con-

clu

clu que 1137 parties du Micrometre répondoient à 20 minutes de cercle. D'où il est aisé de trouver le nombre des parties qui répondent à une minute, à une seconde, &c. On doit faire une fois pour toutes, une Table de ces parties, afin d'y avoir recours dans toutes les observations que l'on fera dans la suite.

§. 3. *De la Division de l'Instrument.*

Dans les Quarts de Cercle ordinaires qui sont montés sur un pied, & qu'on peut mouvoir verticalement & horizontalement par le moyen d'un genou, on peut marquer où l'on veut le premier point de la division, & la continuer ensuite sur tout le limbe: car la division de tout le limbe étant achevée, on peut par diverses méthodes faire convenir l'axe de la Lunette à cette division. Mais dans un Instrument destiné à être fixe, il est important de marquer le premier point de division qui est celui de 90 degrés, en conséquence & dépendamment de la position de l'Instrument sur ses supports, & dans le lieu même où l'on doit le fixer. Autrement il arriveroit presque toujours que le point de 90 degrés ne se trouveroit pas dans une ligne à plomb avec le centre, & dans ce cas toutes les hauteurs observées seroient plus ou moins grandes que les véritables. Il est vrai qu'on peut connoitre cette difference qui est égale pour tous les degrés, mais cela même est sujet à quelque erreur, & il y en a d'ailleurs assez d'autres dont

dont il faut tenir compte. Voici la méthode qu'on peut employer.

On attache au mur qui doit porter le Quart de Cercle, une petite planche de la longueur au moins du rayon de l'Instrument: elle doit être horizontale, & son bord à très peu près dans le plan du Méridien. On place ensuite l'Instrument au-dessous de cette planche, on le suspend par des cordes à divers clous fichés dans le mur, on l'ajuste par le moyen de plusieurs cales à la hauteur qu'on veut, & à la distance du mur qui est nécessaire; on suspend ensuite deux ou trois aplombs faits de filets très déliés, ou de cheveux, de maniere qu'ils rasent exactement le bord de la planche qui est dans la méridienne, les laissant pendre librement; on ajuste l'Instrument de maniere qu'il rase aussi son limbe, & on le cale, c'est-à-dire, on l'arrête dans cette situation; alors on prend des baguettes de plomb que l'on fait passer par les tenons de l'Instrument; on modele les mutules, & on leur donne la longueur précise qu'il leur faut; on marque aussi les endroits du mur où l'on doit les sceller; lorsqu'elles sont forgées en fer, & prêtes à sceller, on réitere la même opération; & de cette maniere on les scelle, l'Instrument étant en place, & soutenu d'ailleurs dans la même situation qu'il doit avoir dans la suite; lorsque les mutules sont assez solides pour que l'Instrument posant dessus ne puisse pas les faire varier, on l'y laisse appuyer, en ôtant ses autres soutiens, & dans cet état on met le centre chargé de son

son plomb, & l'on marque le plus délicatement qu'il est possible, le point du limbe où passe le cheveu qui pend du centre: telle est la méthode que j'ai pratiquée, & qui m'a très bien réussi. Si l'on attendoit à sceller ces mutules lorsque l'Instrument seroit entierement fini, on trouveroit bien des inconvéniens qu'on évite par la méthode ci-dessus, outre que l'on risqueroit de gâter la division.

Ayant ainsi déterminé le commencement de la division, ou le point de 90°; on peut, pour trouver celui de 0° se servir de la méthode ordinaire des Ouvriers, pourvu qu'on opère avec précision. Pour cet effet, il faut tracer le premier cercle concentrique de la division avec un compas à verge, dont les pointes soient très déliées; on portera ensuite la grandeur de ce rayon, depuis le point de 90°, jusqu'à un autre point de la circonference qui sera celui de 30°, parce qu'on remonte de 90° à 0°, & partageant en deux cet arc de 60°, on aura l'arc de 30° que l'on prendra avec un autre compas à verge, on le portera depuis 30° jusqu'à un autre point de la circonference qui sera le point 0° de la division.

Je dis qu'il faut prendre cet arc de 30° avec un autre compas, parce qu'il est important de conserver dans la même ouverture le premier compas avec lequel on a décrit le cercle, & marqué l'arc de 60 degrés. Cette grandeur doit être employée à l'examen de la division, du moins de la part de l'Ouvrier. Car, par exemple, en portant cet

cet arc de 60 degrés, depuis le point o° qu'on vient de marquer, il faut que l'autre pointe tombe ſur le point 60 de la diviſion, autrement le point o° n'eſt pas exact, & ayant conſervé les grandeurs des arcs de 60 & de 30 degrés, on eſt en état de rectifier cette poſition. Cette détermination exacte de l'angle droit ſur ces ſortes d'Inſtrumens eſt une opération des plus néceſſaires, & peut-être la plus vicieuſe dans la plupart de ceux qu'on a conſtruits juſqu'à préſent. J'ai imaginé une méthode particuliere, pour vérifier l'angle droit de ces ſortes d'Inſtrumens ſans pied, dont les Ouvriers pourront ſe ſervir très commodément: je la donnerai dans l'Article de la Vérification.

L'Angle droit, & les points de 30 en 30 degrés étant marqués, on achevera la diviſion du limbe entier, ſuivant la grandeur du rayon de l'Inſtrument, de la maniere qu'il eſt enſeigné dans les Tables de M. de la Hire, & que M. Bion a inſeré en François dans ſon Livre de la conſtruction des Inſtrumens de Mathématiques: à l'égard des tranſverſales, & de la poſition des cercles concentriques, je ne ſuis pas d'avis qu'on néglige d'en faire le calcul, ainſi que le dit M. de la Hire, fondé ſur ce que dans un Quart de Cercle de 3 pieds, & dont la diviſion a un pouce de largeur, la plus grande difference entre les cercles concentriques également diſtans, & ceux que le calcul donne, ne monte qu'à $\frac{1}{12}$ de ligne. Nos Ouvriers diſtinguent exactement les vingtiemes de ligne, ainſi que je l'ai vu moi-même, & l'on doit profiter de cette pré-

précision. Sur un Quart de Cercle de cette grandeur, l'erreur va à environ 5 secondes, & elle est plus grande dans un Instrument plus petit. Il vaut donc mieux déterminer la distance des cercles concentriques par le calcul en vingtiemes de ligne, & tracer des transversales rectilignes, qui me paroissent préférables aux transversales circulaires: car il n'y a rien de si difficile dans la construction des Instrumens, que de décrire de grands arcs de cercle, & en effet très peu d'Ouvriers y réussissent.

On laissera au-delà des points de 0 & de 90 degrés, des arcs de 3 ou 4 degrés au moins, divisés comme le reste du limbe: on a besoin de ces arcs dans plusieurs opérations.

Au-dessous de la division par les transversales, on tracera un cercle légerement, en sorte qu'il ne paroisse plus après que l'Instrument aura été poli. Sur ce cercle, on marquera des points de 10 en 10 minutes, le plus exactement qu'il sera possible; sur un Instrument d'un rayon plus grand que 3 pieds, on pourroit les marquer de 5 en 5. Ces points doivent être ronds & profonds, c'est en eux que consiste la principale partie de la division de l'Instrument, auquel on adapte un Micrometre.

§. 4. *Quelques autres Observations sur cet Instrument.*

Il sera très commode de marquer le centre de l'Instrument sur la platine qui recouvre l'axe du mouvement de la Lunette, elle doit

en ce cas paſſer au-deſſus du centre ; & on ajuſtera à ce centre une petite aiguille, de la maniere qu'on jugera la moins embarraſſante, ſans que la Lunette en ſoit gênée, ni l'axe affoibli ; en ce cas il faudra que le deſſus de cette même platine ſoit dans le même plan que le limbe : mais comme on pourroit trouver à cela quelque difficulté, il ſuffira, je crois, de transporter ce centre à quelque diſtance de ſa véritable ſituation, de maniere qu'y ſuſpendant un cheveu garni de ſon plomb, il batte librement (l'Inſtrument étant en place) ſur un point déterminé au-delà du 90°, par exemple, ſur celui de 1° ou de 2°. Nous verrons dans le 3me Article l'uſage de cet aplomb. Enfin pour éclairer les filets que l'on met au foyer de la Lunette de cet Inſtrument, & généralement à toutes les autres Lunettes que l'on employe dans l'Aſtronomie pour divers uſages auxquels ces filets ſont propres, je n'ai trouvé rien de mieux que le ſecond moyen propoſé par * M. de la Hire, page 72 de l'uſage de ſes Tables, en remédiant aux inconvéniens auxquels il aſſure que ce moyen eſt ſujet. Je l'avois fait exécuter à une Lunette de 7 pieds, longtems avant que d'avoir remarqué qu'il étoit dans les Tables de M. de la Hire, & la maniere dont je l'avois fait exécuter, corrigeoit les défauts que M. de la Hire y trouve. Il faut faire au tuyau de la Lunette, un peu au-delà du foyer des Verres, ou du lieu des filets, une ouverture de

ſîou

* M. Picard eſt le premier, que je ſache, qui ait propoſé ce moyen. *Voy. ſes Obſervations MS.*

5 ou 6 pouces de longueur sur un pouce ou environ de largeur; on bouche cette ouverture par une glace plane ou courbe, & cette glace est recouverte par une piece de même étoffe que le tuyau, qui s'ouvre & se ferme à charniere ou à coulisse. La Figure 5 représente cette ouverture faite au bout d'une Lunette en *AB*, où l'on a mastiqué une glace qui a la même courbure que le tuyau de la Lunette; les filets sont en *C*, & l'oculaire au point *D*. Il est évident que puisqu'il y a une glace en *AB*, les filets ne seront pas plus sujets aux divers états de l'air, que si le tuyau de la Lunette étoit continu, ce qui est un des inconvéniens allégués par M. de la Hire. Mais si l'on adapte au bout oculaire de la Lunette un cercle de carton *EF*, qui s'y puisse soutenir de lui-même, l'œil placé en *O* ne sera point incommodé d'une lumiere qui sera en *A*, qui est l'autre inconvénient remarqué par M. de la Hire; mais sans appercevoir du tout cette lumiere, il verra les fils posés en *C*, très nettement éclairés par cette lumiere posée vers *A*. Je n'employe à la Lunette de 7 pieds, dont j'ai parlé, qu'une petite bougie enfermée dans une lanterne commune de papier que je déploye, à cause du vent, & cela me réussit très bien, quoique le Verre que j'ai mis à l'ouverture laterale de la Lunette soit très commun & plein de bulles & de points. Quand on n'a plus affaire d'éclairer les filets, on rabat le couvercle *GH*, qui garantit le Verre, & ferme entierement le côté de la Lunette; on fait en *R* un petit trou au carton, par lequel

on mire pour diriger la Lunette à l'objet qu'on veut obſerver.

Pour arrêter la Lunette dans une ſituation quelconque, lorſque l'inſtrument eſt en place, j'ai fait faire une petite machine repréſentée (*Fig. 6.*) *AB* eſt une piece de fer doublement coudée en *C* & en *DE*, en ſorte qu'il y ait deux eſpeces de retraites dans leſquelles le limbe de l'Inſtrument puiſſe s'engager aſſez juſte. Le bout *F* eſt taraudé, & reçoit une vis *F* de même pas que l'écrou, par le moyen de laquelle on ſerre la piece *AB* contre le limbe, en ſorte qu'elle ſoit invariable dans une ſituation quelconque qu'on lui donne. Il y a en *G* une poupée taraudée auſſi, qui reçoit une vis *HK* aſſez longue, laquelle étant retenue dans ſon écrou en *G*, appuye contre le côté *PL* de la règle de chan de la Lunette qu'elle ſoutient dans une même ſituation. Si l'on veut élever ou abaiſſer la Lunette, on tourne la vis *HK* d'un ſens ou d'un autre, & ſi la vis eſt à l'un ou l'autre de ces bouts dans l'écrou, on change de ſituation la piece *AB* toute entiere, & on l'arrête de nouveau dans cette ſituation au moyen de la vis *F*.

La Figure 7 repréſente le profil de cette machine.

ARTICLE II.

De la Vérification de l'Inſtrument.

Je fais conſiſter la vérification de l'Inſtrument en 3 points.

1°. Que les verres de la Lunette, & la Lunette elle-même, ſoient bien centrés.

2°. Que

2°. Que les points o° & 90° fassent exactement un angle droit au centre, & que l'axe de la Lunette, ou plutôt la ligne de foi, soit parallele au rayon qui passe par le point de la division indiqué par le bizeau, ou le cheveu.

3°. Que la division entiere soit juste, ou qu'on connoisse exactement ses défauts.

§. 1. *Centrer les Verres, & la Lunette.*

Centrer un Verre objectif, c'est faire qu'il ait dans tous les points de sa circonference, une égale épaisseur, ou pour parler plus exactement, que les centres des convexités se trouvent dans la ligne droite prolongée qui détermine la plus grande épaisseur du Verre, ou qui joint les centres des deux surfaces, ou bien enfin que l'axe des convexités soit perpendiculaire au plan qui sépare ces deux mêmes convexités.

Centrer une Lunette, c'est faire que le centre de l'objectif & de l'oculaire, le point d'interfection des filets, & autant qu'il est possible, l'axe du tuyau de la Lunette, soient dans une même ligne droite.

Si un objectif n'est pas centré de lui-même, c'est un défaut qu'on ne peut pas lui ôter, sans en recommencer le travail: c'est un défaut néanmoins que j'ai trouvé dans un grand nombre de Verres que j'ai eu occasion d'examiner.

M. Cassini a démontré dans les Mémoires de l'Académie de 1710, la nécessité de centrer le Verre objectif d'une Lunette, où il a

entendu la néceſſité de centrer la Lunette elle-même, dans le ſens, & ſuivant la définition que j'en ai donnée: car il eſt queſtion de faire concourir le foyer de l'objectif avec l'interſection des filets, ce qui pourroit ne pas arriver, quoique l'objectif fût parfaitement centré; & ſi l'objectif n'eſt pas centré, cela eſt impoſſible.

Ce n'eſt pas que les objectifs centrés ou non-centrés ne ſervent preſque également dans les Lunettes adaptées aux Inſtrumens, ſoit qu'elles ſoient fixes, ou qu'elles ſe meuvent autour du centre, pourvu que dans leur mouvement, elles reſtent toujours paralleles à elles-mêmes; car dans ces cas l'objectif reſtant toujours dans la même ſituation, l'erreur produite par le défaut de centrage ne fait rien, parce qu'elle fait toujours également. Le ſoin que l'on a de vérifier ces Inſtrumens par le renverſement, fait que le point d'interſection des filets par où paſſe la ligne de foi de la Lunette immobile fait toujours l'angle néceſſaire avec un rayon déterminé de l'Inſtrument, & l'on démontre aiſément par la Dioptrique, que quoique le foyer de l'objectif ne tombe pas ſur l'interſection des filets, la ligne qui paſſe par ce point eſt une véritable ligne de foi, immuable dans toutes les poſitions de l'Inſtrument; il ne faut donc que placer l'objectif tel qu'il ſoit, dans une ſituation quelconque, & n'y plus toucher dans la ſuite: il en ſera de même d'une autre Lunette en Alhidade qu'on ajoutera à l'Inſtrument, en la faiſant une fois convenir avec la premiere.

Néan-

Néanmoins c'est un défaut qu'un objectif non centré, & quand même la vision par un tel Verre n'en seroit pas moins parfaite, il est toujours incommode de ne pouvoir pas déplacer un objectif, sans changer l'œconomie d'une Lunette: ne pourroit-on donc pas centrer les Verres en les travaillant? Il semble qu'on le peut, sur-tout depuis que M. de la Hire a donné, en 1699, un Mémoire exprès à ce sujet; mais sa méthode, très vraye dans la Théorie, ne paroît pas praticable à des Ouvriers, elle dépend d'apparences trop difficiles à distinguer. Cela m'a fait penser à une autre qui me paroît fort simple, & tout-à-fait à la portée des Ouvriers.

Je prends un morceau quelconque de glace, je le travaille & le polis entierement d'un côté, je l'expose ensuite au Soleil, tout monté sur sa molette, & recevant l'image réfléchie sur un plan quelconque (*Fig.* 8.) à la distance du rayon environ, parce que le fond du Verre est supposé plat: je remarque dans cette image un petit espace circulaire, beaucoup plus lumineux que le reste. Si ce point lumineux se trouve au centre de l'image, comme en *C*, c'est une preuve que la plus grande épaisseur du Verre est au centre de la Figure, & en ce cas il faut achever le Verre, en le travaillant de l'autre côté précisément de la même maniere: mais si ce point ne se trouve pas au centre, mais par exemple en *F*, il faut que ce point *F* qui marque le point de la plus grande épaisseur devienne aussi le centre de la Figure: pour cela il faut marquer sur ce Verre, le point

F avec un peu de craye ou d'encre, &c. & de ce point, comme centre, décrivant un cercle qui paſſe par le point de la circonference le plus proche, qui eſt auſſi toujours le point le plus épais de cette circonference, je retranche toute la partie *ABC* de ce Verre: alors j'ai un nouveau Verre plus petit que le premier, & travaillé d'un côté, de maniere que la plus grande épaiſſeur ſe trouve au centre de la Figure, ce qui revient au premier cas.

Dans les Figures 9 & 10, qui repréſentent un morceau de glace plan-circulaire, dont les deux faces oppoſées peuvent être paralleles, ou non: il eſt évident que les points *FI*, qu'on peut conſiderer comme réfléchiſſans le point le plus lumineux de l'image, déterminent la plus grande épaiſſeur du Verre, le centre de l'image étant en *Z*: coupant le Verre, ſuivant le plan circulaire qui paſſe par *BD* & *HR*, on aura le Verre *RHFBDI*, dont le centre ſera dans la ligne de la plus grande épaiſſeur *FI*, & retournant le Verre ſur ſa molette, on convexera l'autre face *RD*, en commençant par les bords, enſorte que le point *I* reſte le dernier point éteint de toute cette ſurface; ce qu'on ne peut pas faire, ſans donner à ce côté du Verre la courbure *PIO* égale, ſemblable, & ayant un même rayon que le rayon prolongé de la courbure *HFG*. D'où il ſuit que le Verre ſera exactement centré par cette méthode, quelque direction qu'ayent entre elles les deux ſurfaces *HB*, *RD*. Ce qui eſt un grand avantage de cette méthode ſur les autres,

tres, qui demandent que le Verre plan qu'on veut travailler, soit coupé circulairement, & d'égale épaisseur par-tout.

Pour marquer le point *F* de la surface du Verre, je me sers d'un petit cercle de carton bien mince, de deux lignes environ de diametre, que je place sur la surface du Verre exposée au Soleil; ce cercle fait une pénombre que l'on peut très aisément faire convenir avec le petit cercle lumineux qui n'en paroît pas affoibli : le centre de ce cercle est percé d'un trou fort fin, par lequel on fait passer un peu de poudre noire, & ôtant le petit cercle de dessus le Verre, on trouve le point *F* tout marqué. On le peut faire encore d'une autre maniere; pour trouver le point *I*, je renverse le Verre, en sorte que la surface *RID* soit du côté de l'œil, & voyant le point *F* au travers du Verre, & par un petit tuyau qui porte deux fils à angles droits pour éviter la parallaxe, je marque le point *I* qui lui répond dans l'autre surface.

Cette méthode de centrer les objectifs ne paroîtra peut-être qu'un Commentaire de la 45me Proposition des Fragmens de Dioptrique de * M. Picard, où j'ai trouvé l'idée de ma méthode, quelque tems après l'avoir écrite; mais quand on ne la regarderoit que sur ce pied, je serai toujours satisfait, pourvu qu'elle réussisse dans la pratique, ce dont je ne doute point, soit à cause de sa simplicité, soit parce que les Ouvriers à qui je l'ai ex-

* *Recueil de l'Academ. tome VI, page 622.*

expliquée n'y trouvent aucune difficulté par rapport à leur travail. Jusqu'à présent ils n'ont eu aucune méthode pour centrer leurs Verres, c'est ce qui fait qu'il est extrêmement rare d'en trouver qui le soient.

Cela m'avoit engagé en examinant cette matiere, de chercher si l'on ne pourroit pas éviter de les centrer exactement.

Je crus d'abord qu'il suffisoit de faire des objectifs, plan-convexes, parce qu'il me parut très aisé de faire dans ces sortes de Verres, que le centre de la convexité fût précisément dans la ligne de la plus grande épaisseur, pourvu que l'on usât le côté plat du Verre jusqu'à la rencontre du côté convexe; & c'est ce qui fait que les oculaires sont toujours bien centrés. Car un tel Verre deviendra toujours un segment de Sphère qui satisfera à la question. Mais par-là les Verres deviendroient ou d'une grandeur excessive, ou si minces qu'ils ne pourroient être d'aucun usage. Si l'on calcule l'épaisseur d'un plan-convexe de 10 pieds seulement de rayon pour faire un objectif de 20 pieds de foyer, & que l'on donne à ce Verre 4 pouces d'étendue, on trouvera pour l'arc de la convexité 1° 54' 35" environ, & pour le sinus verse de la moitié de cet arc, qui est la plus grande épaisseur de ce Verre, on trouvera un peu moins d'une ligne; d'où il paroît que ces sortes de Verres travaillés de la maniere que je viens de dire, ne peuvent être d'usage au-delà de 4 ou 5 pieds de rayon, ou de 8 ou 10 pieds de foyer, encore faudroit-il leur donner plus de 4 pouces de grandeur.

Ayant

Ayant donc un objectif bien centré, il ne reste plus qu'à le mettre dans le tuyau de la Lunette, de maniere que la Lunette elle-même soit centrée.

Pour cet effet, ayant placé dans le tuyau deux filets à angles droits qui se croisent dans l'axe, autant qu'il est possible, on prépare un autre petit tuyau qui puisse entrer exactement dans celui de la Lunette; à l'extrémité de ce tuyau, * on soude une plaque ronde ou quarrée, évidée de même que le tuyau qui la porte; sur cette plaque, il y a trois tourniquets dans lesquels on loge l'objectif, & qui servent à le retenir. On fait entrer le petit tuyau dans le grand, & ajoutant un oculaire à la Lunette montée ainsi, on la dirige à quelque objet éloigné que l'on place à l'intersection des filets. Alors conservant la Lunette dans la même position, on fait tourner sur lui-même le petit tuyau qui porte l'objectif; & si l'objet vu par la Lunette ne change pas de situation, c'est-à-dire, demeure toujours à l'intersection des filets, dans ce mouvement de l'objectif, c'est une preuve que la Lunette ainsi montée est exactement centrée; si elle ne l'est pas, on verra cet objet changer de situation, & décrire un cercle plus ou moins grand, dont un des filets sera une tangente. En ce cas on fera mouvoir l'objectif sur les tourniquets, parallelement à lui-même vers le côté où est le centre du cercle qu'on a observé, & de la quantité du demi-diametre de ce cercle: on arrêtera de nouveau l'objectif dans cette situation, & on recommencera la même opéra-

* Fig. 11.

ration, jusqu'à ce qu'on remarque que l'objet mis sur l'intersection des filets ne change point de place, en faisant faire une révolution entiere au tuyau qui porte l'objectif. C'est dans cette situation que ce Verre doit être fixé, & l'on pourra souder sur la plaque, des diaphragmes ou des cercles de chan qui serviront à loger le Verre, & à le retenir dans la même situation.

§. 2. *De l'Angle droit de l'Instrument, & du parallelisme de la ligne de foi de la Lunette avec le rayon.*

Il est aisé dans un Quart de Cercle ordinaire, monté sur un pied, de vérifier l'angle droit, il ne faut pour cela que deux opérations; par le renversement on place la ligne de foi de la Lunette perpendiculaire au cheveu qui pend du centre sur zero, & par la vérification au Zénith, on connoit si cette ligne de foi est parallele au rayon qui passe par 90°; on connoit donc si les points 0° & 90° sont éloignés entre eux du quart de la circonference.

Il n'en est pas de même dans ceux que l'on destine à être fixes; comme ils n'ont point de pied, ces opérations ne se peuvent faire. Il me semble qu'on n'a eu jusqu'à présent qu'une seule méthode de vérifier & de poser ces sortes d'Instrumens, qui consiste à les comparer à un autre Quart de Cercle mobile, dont on suppose la division bonne ou connue; mais il est clair que cela ne satisfait pas. Voici la méthode que j'employe.

Dans

Dans le Quart de Cercle fixe, la Lunette tourne autour du centre, comme l'Alhidade dans les autres; & le bizeau ou cheveu qu'elle porte par son mouvement le long du limbe, indique l'angle de la ligne de foi de la Lunette, & du rayon qui passe par le premier point de division: tel est du moins le but de la construction. Mais pour cela il faut que la ligne de foi de la Lunette soit parallele au rayon mené au point de la circonference qui est coupé par le bizeau, ou par le cheveu. Pour cet effet, je mets le Quart de Cercle sur une longue table horizontale, la division tournée en en-haut; je pointe la Lunette à un objet remarquable & éloigné, & je fais répondre cet objet à l'intersection des filets; je fais aussi en sorte que le bizeau, ou le cheveu qui marque les degrés, tombe précisément sur o°; l'Instrument étant dans cette situation immobile, j'ôte la Lunette, & je mets le centre de l'Instrument qui est le même dont on s'est servi dans sa construction; je tends un cheveu le plus long qu'il est possible, que j'appuye sur deux supports placés de part & d'autre de l'Instrument, & je fais en sorte, en plaçant ces supports, que le cheveu passe exactement par le centre, & par le point o°; j'ôte ensuite le cheveu, & laissant les supports dans la même situation, je renverse l'Instrument, en sorte que la division regarde en en-bas, & que le centre & le point o° soient précisément dans la même direction qu'ils avoient auparavant, c'est-à-dire, soient encore coupés par le cheveu tendu de nouveau; il faut aussi dans l'une & l'au-

l'autre opération que le cheveu passe très près du limbe & du centre, afin d'éviter la parallaxe: d'où il suit que lorsqu'on renverse l'Instrument, qui dans la premiere opération posoit sur ses règles de chan, on doit l'élever avec des cales d'une hauteur convenable, qui portent sous ses règles de plat, de maniere qu'il soit dans un même plan, devant & après le renversement.

Par-là il est évident qu'on a fait faire à tout l'Instrument une demi-révolution sur le rayon qui passe par o°; & une droite quelconque qui n'auroit pas differé de ce rayon, ou qui en étant éloignée d'une certaine quantité lui auroit été parallele dans la premiere position, cette droite, dis-je, n'en differera pas, ou lui sera parallele, & en sera éloignée de la même quantité dans la seconde; & puisque dans la premiere position, la ligne de foi de la Lunette répondant à un certain objet, marquoit o° sur le limbe, si cette ligne est parallele au rayon qui passe par o°, en remettant la Lunette après le renversement, & la fixant au même objet, elle doit tomber encore sur o°, & si cela n'arrive pas, la quantité dont elle en sera éloignée est le double de la difference, ou de l'erreur de l'Instrument.

Soit (*Fig.* 12.) un Quart de Cercle *ACD* posé horizontalement, *BP* la ligne de foi de la Lunette qui peut tourner autour du centre *C*, & *FDF* l'index de la division qui représente ici le bizeau. La ligne de foi *PB* étant dirigée à un objet *O* fort éloigné, soit l'extrémité *D* de l'index sur le point o° de

l'In

l'Instrument: Soit aussi *B E* parallele à *C D*, menée par le point *B*, où la ligne de foi rencontre le rayon *A C* prolongé. Si la ligne de foi *B P* étoit parallele au rayon *C D*, cette ligne ne differeroit pas de la ligne *B E*.

Maintenant si l'on fait tourner le Quart de Cercle, ou plutôt toute la superficie *A C P* sur le rayon *C D*, de maniere qu'elle fasse une demi-révolution, le point *A* tombera en *α*, le point *B* en *β*, & la ligne de foi *B P* sera représentée par *β π*, & le point *D* n'ayant pas changé de place, cette ligne ne sera plus dirigée au même objet *O* qu'auparavant, mais à un autre objet *ω* fort éloigné du premier. Pour retrouver l'objet *O*, il faut placer cette ligne de foi en *p β*, dans une situation parallele à *P B*; car on suppose l'objet *O* très éloigné, & dans ce cas le point *D* de l'index sera transporté en *δ* par tout l'arc *D δ*, dont la moitié *D R* est l'erreur de l'Instrument.

On corrigera l'erreur en cette sorte. Remettant la Lunette comme dans la premiere opération en *B P*, le bord du bizeau tombera en *D*. On desserera les vis qui le retiennent dans cette position (*Fig.* 13.), on le fera avancer du côté du point *R*, & on l'y arrêtera en serrant les vis, de maniere que remettant ensuite ce point *D* sur o°, & la Lunette étant par conséquent en *B E* (*Fig.* 12.), non-seulement le point o° d'en-bas, mais aussi celui d'en-haut de la division, & toute la partie du rayon qui passe par o°, & qui est tracée sur le limbe, soit en même tems cachée par le bord du bizeau, ou par le cheveu si c'en est un.

Pour

Pour vérifier maintenant l'angle droit de l'Instrument, c'est-à-dire, pour savoir si les points o° & 90° sont précisément éloignés l'un de l'autre d'un quart de la circonference, il n'y a qu'à faire la même opération pour le point de 90°, que celle qu'on vient de faire pour le point de o°, après néanmoins qu'on aura mis la ligne de foi de la Lunette dans une situation parallele au rayon; ou, si l'on veut, voici la méthode que j'ai encore employée. Je place le Quart de Cercle comme ci-devant en *ACD* (*Fig.* 12.) horizontalement, & la Lunette étant en *BE*, & l'index sur le point o°, je remarque l'objet qui répond à l'interfection des filets; alors j'ôte la Lunette, & je tends, comme j'ai déja fait, un cheveu le plus long qu'il est possible, que je fais passer précisément par le point *A* de 90°, & par le centre *C* de l'Instrument. Je laisse les supports du cheveu en cet état, & je renverse l'Instrument en *DCa* avec les mêmes précautions que j'ai indiquées dans l'opération précédente, la Lunette étant en *Be* pointée au même objet, il est évident que si le point *A* est éloigné du point *D* d'un quart de la circonference, par la demi-révolution, il sera porté au point *a* dans la ligne *AC* prolongée. Je retends donc de nouveau le cheveu sur ces supports; & si les points *Ca* se trouvent dans sa direction, l'angle de l'Instrument est exactement droit. Si le cheveu ne passe pas par le point *a*, il passera par un autre point du limbe divisé, qui sera éloigné du point *a* du double de l'erreur, dont l'angle *ACD* sera moindre qu'un droit, si le point

point *a* du limbe tombe entre le cheveu & le point *D*, & plus grand s'il tombe au-delà du cheveu, par rapport à ce point *D*.

Telle est la méthode dont il me semble que les Ouvriers pourront se servir avec succès pour placer le point *A* qui soit à 90 degrés du commencement de la division. Il ne faut que la pratiquer dans un lieu d'où l'on découvre un objet très éloigné, & tel que sa distance soit comme infinie, par rapport au diametre *Bβ* de la platine du centre : car l'Instrument étant achevé, si l'angle droit n'est pas exact, on ne sauroit le corriger, & l'erreur influe diversement sur toutes les autres portions du limbe : on ne peut qu'y avoir égard, par des Tables de réduction qui sont toujours fort incommodes.

Dans ces opérations j'ai pointé des objets éloignés de plus de 4000 toises, & je tendois des cheveux de 12 & 15 pieds de long, chargés de poids assez considerables.

Si dans la premiere Figure, on fait que le centre de l'Instrument soit marqué sur la platine, les opérations que je viens de décrire se feront avec moins d'embarras, parce qu'on ne sera pas obligé d'ôter la Lunette pour placer le centre; un Ouvrier intelligent sera en état de l'exécuter, & de prévenir quelques difficultés que cette construction pourroit produire.

§. 3. *Examiner la Division entiere du Limbe de l'Instrument.*

La certitude des Observations dépend presque

que toute de cet examen, rien néanmoins n'est si négligé. Il est vrai que l'opération est longue & pénible: mais le fût-elle encore beaucoup plus, on ne doit en aucune façon s'en dispenser.

Voici, si je ne me trompe, la méthode la plus facile, & peut-être la seule, de faire cet examen avec précision. Je vais la décrire, telle que je l'ai employée pour le Quart de Cercle dont je me sers, parce qu'elle est la même pour tous les autres.

Outre les transversales qui divisent cet Instrument de minutes en minutes, il y a un cercle séparé, divisé par points de 10 en 10 minutes. Je n'ai examiné que la position de ces points, qui suffisent avec le Micrometre pour diviser tout le limbe en parties très petites, ainsi qu'il a été dit.

Je plaçai le Quart de Cercle horizontalement sur une grande table solide, le limbe tourné en en-haut; & dans une longue avenue qui borde la maison où je demeure, je mesurai une distance de 421 pieds 10 pouces, depuis le centre de l'Instrument. Je plaçai à l'extrémité de cette distance une mire fixe, & de niveau avec la Lunette de l'Instrument. La tangente de 10 min. étant à cette distance de 14 pouc. 9 lign. je plaçai une autre mire éloignée horizontalement de la premiere de 14 pouc. 9 lign. Cette seconde mire pouvoit s'approcher ou s'éloigner de la premiere le long d'une coulisse dont le bord étoit divisé en lignes depuis l'autre mire. L'opération se faisoit de cette maniere.

Je plaçois le bizeau de la Lunette sur 0° du

du limbe, & je tournois l'Instrument jusqu'à ce que la section des filets répondît juste à la mire fixe; faisant ensuite tourner la Lunette autour du centre, j'avançois le bizeau à 0° 10', & regardant par la Lunette, je faisois approcher ou éloigner la mire mobile de la fixe jusqu'à ce qu'elle me parût exactement à la section des filets, ce qui se faisoit par des signaux dont on étoit convenu. Quand cela étoit ainsi, on écrivoit la distance observée entre les mires, qui répondoit à l'intervalle entre 0° & 0° 10'. Je laissois après cela la Lunette dans la même situation, c'est-à-dire, à 0° 10', & avançant un peu l'Instrument sur la table, je faisois en sorte que la section des filets répondît de nouveau à la mire fixe; y étant, je poussois la Lunette vers un autre point, en sorte que le bizeau marquât 0° 20'; on approchoit encore la mire mobile, ou on l'éloignoit de la fixe, jusqu'à ce qu'elle répondît à la section des filets, & on écrivoit toujours sa distance à la fixe pour l'intervalle de 0° 10' à 0° 20'. C'est ainsi qu'en répétant cette opération pour chaque point de la division, j'avois la mesure exacte des intervalles entre les points.

Mais comme je faisois cette opération dans un tems assez froid, & qu'il falloit chaque jour transporter l'Instrument dehors, ce qui étoit accompagné de quelques autres difficultés, je pensai à un second moyen qui fût à peu près semblable, & qui n'eût pas les mêmes inconvéniens: pour cet effet je plaçai à une fenêtre éloignée de moi de 114 toises, deux autres mires un peu plus grandes, fixes

cha-

chacune, & à 2 pieds juste de distance l'une de l'autre.

Je voyois commodément ces mires avec la Lunette du Quart de Cercle posé horizontalement sur une grande table au milieu de mon Cabinet: par ce moyen je ne déplaçois pas l'Instrument, & je pouvois profiter de tous les instans propres à cet examen; les mires étoient telles que la Fig. 14. les représente. L'une avoit au-dessus de l'anneau noir, un rang de bandes alternativement blanches & noires, de 3 lign. de largeur chacune.

Mettant donc comme ci-devant le bizeau de la Lunette sur 0°, & la ligne de foi sur la mire simple, je laissois l'Instrument en place, & poussant la Lunette sur 0° 10', je voyois tout d'un coup à quelle division & partie de division le fil vertical répondoit sur la mire divisée, ce que j'écrivois, & ainsi des autres intervalles du limbe; & pour m'assurer davantage de la grandeur de ces differens intervalles, je les mesurois aussi avec le Micrometre: car le fil mobile convenant parfaitement avec l'immobile, lorsque par le transport de la Lunette, ces deux fils qui n'en faisoient qu'un, répondoient à une certaine division de la mire, je ramenois le fil mobile vers la mire simple, jusqu'à ce qu'il passât par son centre, & je marquois le nombre des parties du Micrometre qui répondoient à cet intervalle: je connoissois donc la tangente de tous les arcs de 10 minutes, pris de suite sur l'Instrument, en pouces & en lignes, & en parties du Micrometre; & comparant cette tangente avec celle de 10 minu-

minutes justes, à la distance donnée, & les parties du Micrometre observées avec celles d'un angle de 10 minutes, j'avois la difference de chaque intervalle du limbe à un intervalle de 10 minutes justes, & par conséquent l'erreur de chaque point. Il faut, si l'on veut atteindre à quelque précision, réiterer au moins une fois le même examen pour chaque point, & recommencer une troisieme fois les intervalles que l'on trouve differens par les deux premieres.

Ayant trouvé l'erreur de chaque point, on en dresse une Table qui doit être consultée dans toutes les Observations.

A des distances plus grandes, on auroit des intervalles plus grands; mais les filets du Micrometre cacheroient aussi par leur épaisseur un plus grand espace, & par cette raison l'on n'en doit pas espérer plus de précision: il me semble qu'il suffit de prendre une distance médiocre, comme de 100 ou 150 toises.

Voici une petite Table où toutes ces opérations se trouvent marquées pour le premier degré, depuis 0 jusqu'à 1, ce qui servira d'exemple pour tous les autres.

Divi-

teur duquel l'Etoile aura paffé par le Méridien. Si donc dans une même nuit, on obferve trois ou quatre Etoiles qui ayent depuis 15 jufqu'à 80 degrés de hauteur méridienne, on aura la diftance de trois ou quatre points du Limbe au Méridien, en differens degrés; & par le moyen des écrous que l'on defferrera, on donnera à l'Inftrument une nouvelle pofition, conforme à ce que les Obfervations demanderont; on l'arrêtera dans cette fituation, en remarquant, s'il fe peut, le chemin qu'on lui aura fait faire, afin de pouvoir fe règler dans une autre occafion. On recommencera les mêmes Obfervations pour examiner la nouvelle pofition de l'Inftrument, & fi elle n'eft pas exacte, on la corrigera comme la premiere, & ainfi de fuite jufqu'à ce que par un grand nombre d'Obfervations réiterées, le paffage des Etoiles par la Lunette fe faffe à l'heure trouvée par les correfpondantes.

On aura toujours foin dans chaque pofition de l'Inftrument, réfultante des corrections qu'on fera, de ferrer les deux écrous de chaque mutule, comme fi cette pofition étoit abfolument exacte, & ne devoit plus être changée; mais en les ferrant, il ne faut pas les forcer trop, de peur de voiler l'Inftrument.

II. Quand on fera fûr que l'Inftrument eft exactement dans le plan du Méridien; on fufpendra du centre, le cheveu chargé de fon plomb, & on remarquera s'il paffe par 90°: fi cela n'arrive pas, on l'y fera paffer, en limant un peu de l'intérieur de deux tenons

nons, en ſorte qu'il tourne, pour ainſi dire, ſur le troiſieme; ce qu'il faut faire avec toute la préciſion poſſible, puiſque toute l'œconomie de la diviſion dépend de la poſition exacte du point de 90° dans le vertical du centre. Je demande auſſi què cette opération ne ſe faſſe qu'après que l'Inſtrument aura été exactement placé dans le plan du Méridien: car ſi celle-ci ſe faiſoit la derniere, on dérangeroit immanquablement le point de 90°, & il faudroit toujours le vérifier après, ou il pourroit ſe faire qu'on auroit limé les tenons d'un côté oppoſé à celui qu'il auroit fallu limer. Au-lieu que ſi l'Inſtrument eſt exactement dans le plan du Méridien, les écrous de derriere le retiendront toujours dans cette poſition, & on pourra le faire tourner ſur une de ſes mutules, ſans l'en déranger. Ce qu'il faudra cependant vérifier encore après que le point de 90° aura été poſé exactement dans la perpendiculaire du centre.

Il ſuit de-là, que l'on aura dans les Obſervations, les vrayes hauteurs méridiennes apparentes, puiſque le point de 90° étant dans la verticale du centre, on connoit par les vérifications de l'Art. II. les véritables arcs compris entre ce point de 90° & tous les autres points du Limbe.

III. On ne peut pas ſe promettre qu'un Inſtrument ainſi placé, reſte toujours préciſément dans la même ſituation: car quand il feroit lui-même immobile, par rapport à ſes mutules, le Mur auquel on le fixe, travaille preſque toujours: le ſeul remede eſt

de vérifier ces sortes d'Instrumens très souvent, une fois, par exemple, chaque mois; & s'il se dérange de sa premiere position, on pourra toujours l'y remettre, si l'on veut, ou bien tenir compte de l'erreur.

Si l'Instrument placé peut porter son centre au milieu de la platine qui tient à la Lunette, ou en quelque endroit à côté, on aura la commodité de vérifier toutes les fois qu'on voudra, si le point de 90° s'écarte de la verticale du centre; on peut aussi s'en assurer de cette maniere. L'Instrument étant exactement placé, on mettra la ligne de foi de la Lunette horizontalement, sans égard à la position bonne ou mauvaise du point o de la division; & on remarquera un point dans l'horizon où les filets paroissent se couper; si cela se peut, on y fixera un repaire, comme une pierre scellée, si l'on rencontre quelque mur, &c. ou un pieu solide avec une mire, &c. Ce point servira encore à remettre les filets dans le même état, si ceux qui y sont se dérangeoient, ou venoient à se rompre dans la suite.

Mais parce que dans ce cas d'un repaire fixe à l'horizon, on a à craindre les grandes variations des réfractions horizontales, & que tous les Astronomes conviendront, je crois, de la précision avec laquelle on peut juger d'un cheveu à plomb qui bat librement sur un point; j'ajouterai ici la maniere que j'ai pratiquée au mien, auquel le centre n'est pas marqué sur la platine: & cette maniere me paroît d'autant plus utile qu'il n'est pas absolument fort aisé de conserver un centre avec son ai-

guille

guille aux Instrumens verticaux à Alhidade.

J'ai attaché en un endroit *P* (*Fig.* 1.) de l'Instrument, une double équerre de fer, avec des vis qui l'assujettissent à une des barres de la carcasse, & à la règle de chan de cette barre. Le bord de l'extrémité saillante de cette double équerre est dans le plan du Limbe : j'y ai suspendu un cheveu garni de son plomb, qui passe par une petite rainure faite à cette équerre. Ce cheveu ainsi suspendu bat exactement sur le point de 81° du Limbe de mon Quart de Cercle. Par ce moyen, je connoitrai toujours la variation verticale de l'Instrument : car si l'Instrument varie sur ses supports, cet aplomb représenté par *PR* (*Fig.* 15. & 16.) & celui qu'on imagine passer par le centre *C* de l'Instrument, varieront aussi par rapport au point *A* de la division, que je suppose être celui de 90 degrés. Mais la variation de ces deux aplombs ne sera pas la même, à cause que le point *P* n'est pas au centre de la division ; & comme il n'y a que celle de l'aplomb *PR* qu'on puisse observer, il en faut déduire celle de l'autre *CA*.

Pour cela, l'Instrument étant placé, de maniere que *CA* tombe sur 90°, & *PR* sur 81, par exemple, on connoit l'angle *ACR* = l'arc *AR* de 9°. Mais dans le triangle *CPR*, on connoit *CR* rayon de l'Instrument, & *CP* distance du centre *C* au point de suspension *P*, qu'on peut mesurer avec toute la précision possible ; on connoit enfin l'angle *CRP* = *ACR* ; donc on connoitra l'angle *PCR*, & par conséquent *PCA*.

Soit maintenant une autre ſituation de l'Inſtrument, réſultante d'une variation quelconque, en ſorte que l'aplomb du point *P* paſſe par le point *O* du Limbe, dont on connoitra la diſtance au point *A* de 90°. Si dans cet état, on imagine l'aplomb du centre *C*, il paſſeroit par un point *B* quelconque, & la variation de l'Inſtrument ſeroit égale à l'arc *AB*. On connoit l'angle *ACO*=l'arc *AO*; ôtant cet angle de l'angle *ACP* connu ci-devant, il reſtera l'angle *OCP*. C'eſt pourquoi dans le triangle *OCP*, connoiſſant *CP*, *CO*, & l'angle compris *PCO*, on connoitra l'angle *POC*; mais cet angle eſt égal à l'angle *BCO*, ou à l'arc *BO*, lequel étant comparé à l'arc *OA*, leur difference *AO*—*BO*, quand la diſtance de l'aplomb *PR* au point *A* eſt augmentée par la variation, ou *BO*—*AO*, quand cette diſtance eſt diminuée, donnera toujours l'arc *AB* que l'on cherche.

Un tel Inſtrument doit être à couvert, & placé de maniere qu'on y puiſſe obſerver des Etoiles qui paſſeroient par le Zénith. C'eſt une incommodité dans ceux de l'Obſervatoire, où l'on ne peut, à cauſe des Corniches qui ont une ſaillie conſiderable, pointer du dedans des Tours, qu'à pluſieurs degrés près du Zénith.

On doit couvrir l'extrémité des mutules, & les écrous, en les enveloppant avec quelque morceau d'étoffe, & du papier par deſſus, tant pour les garantir de la rouille, que pour empêcher qu'on n'y touche, & qu'on ne puiſſe par-là déranger l'Inſtrument qui coute tant de tems & de peines à fixer d'une maniere ſatisfaiſante.

A

B

C

D

Fig. 3.

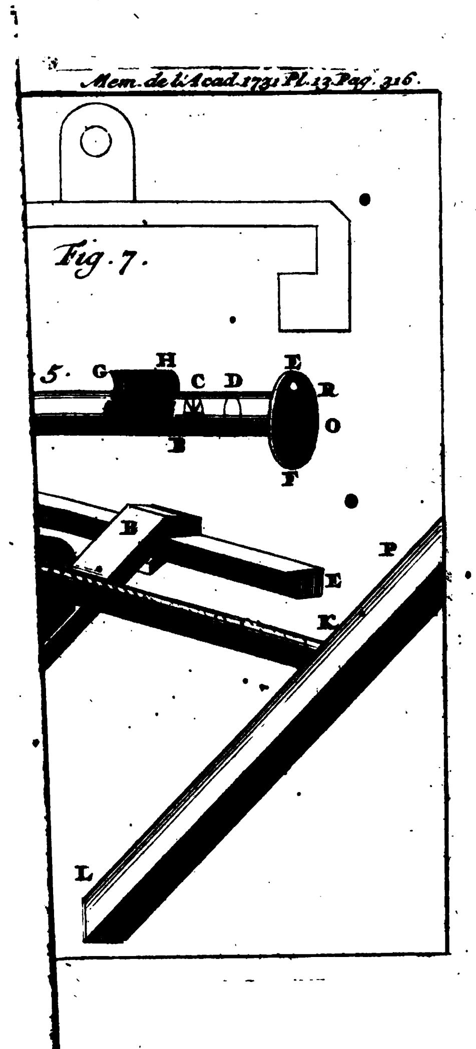
G

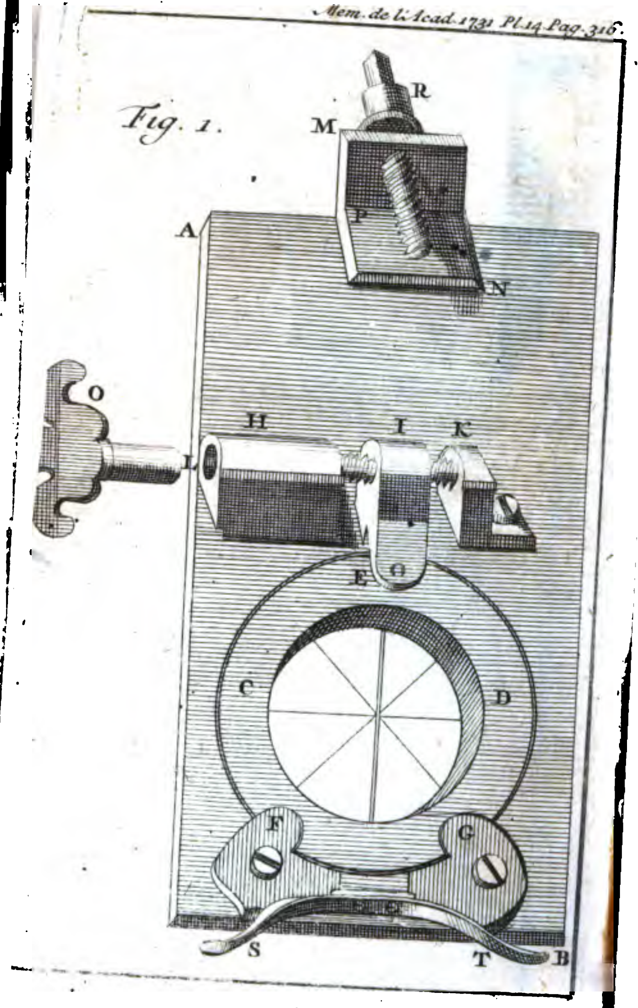
D

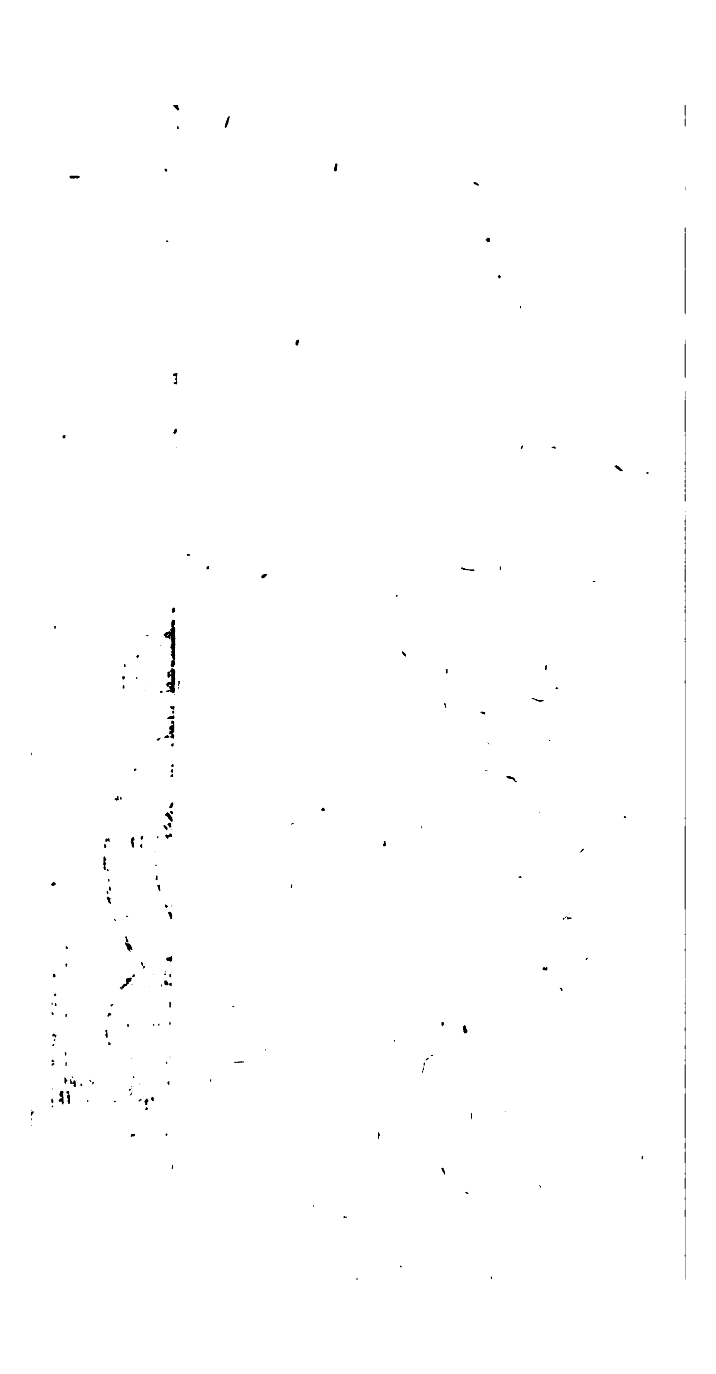
E

F

Fig. 2.


Fig. 7.
5.
G
H
C
D
E
R
O
B
F
B
E
P
K
L


Fig. 1.
R
M
P
A
N
O
H
I
K
L
E
C
D
F
G
S
T
B



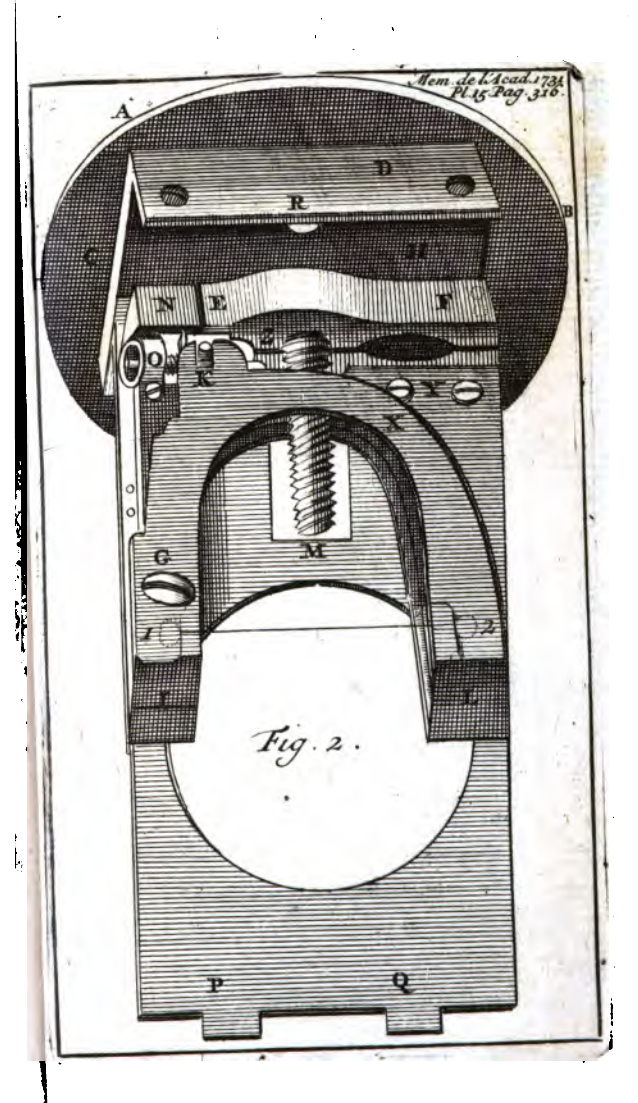
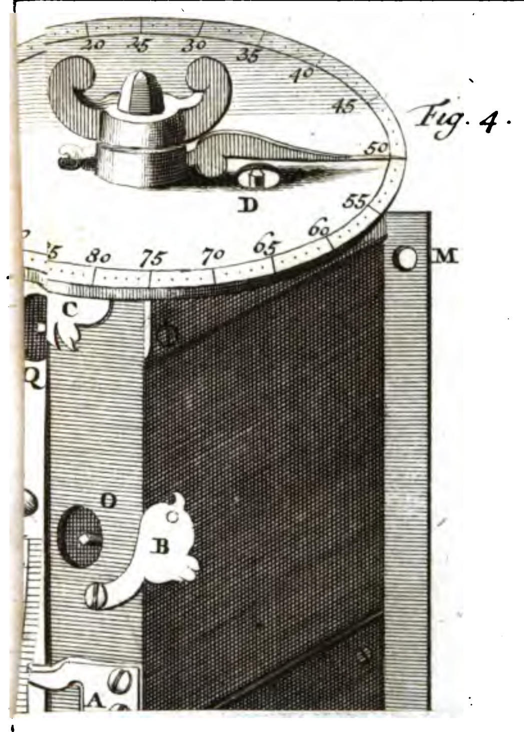


Fig. 2.


Fig. 4.
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
D
C
Q
O
B
A
M

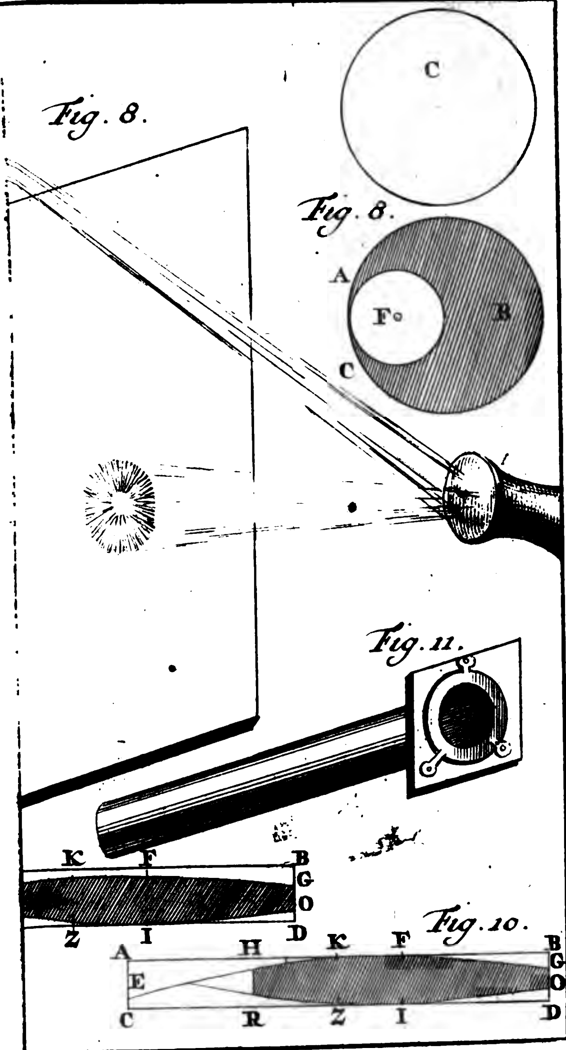
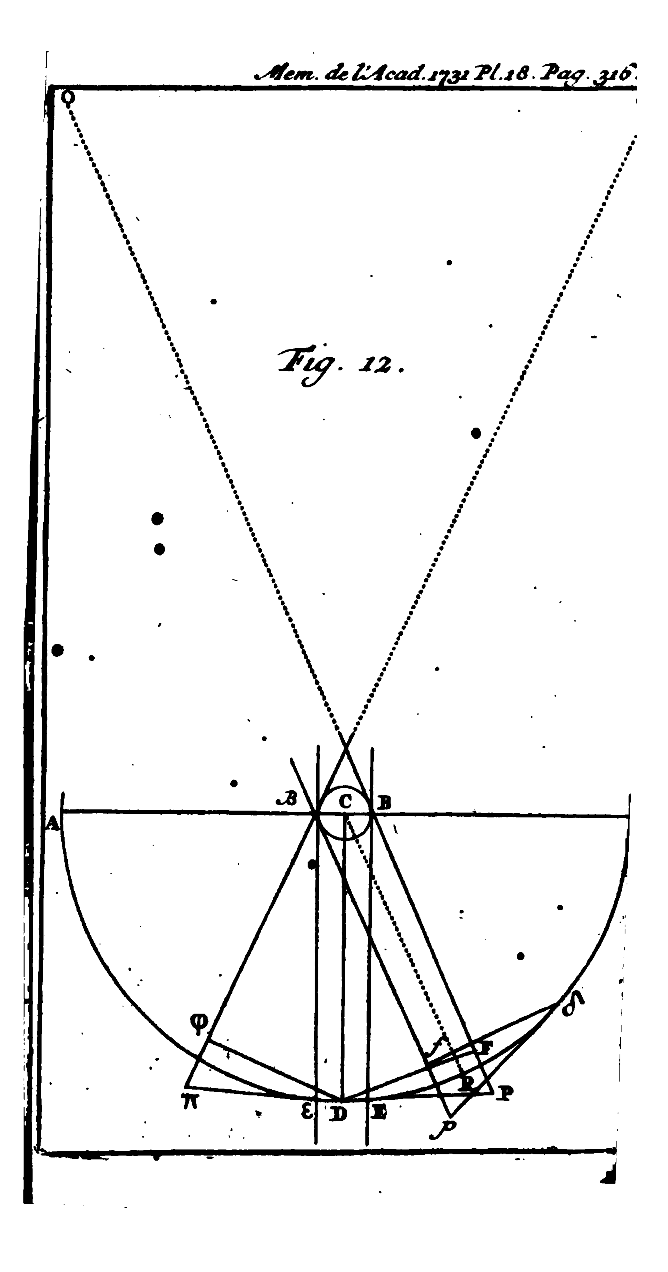
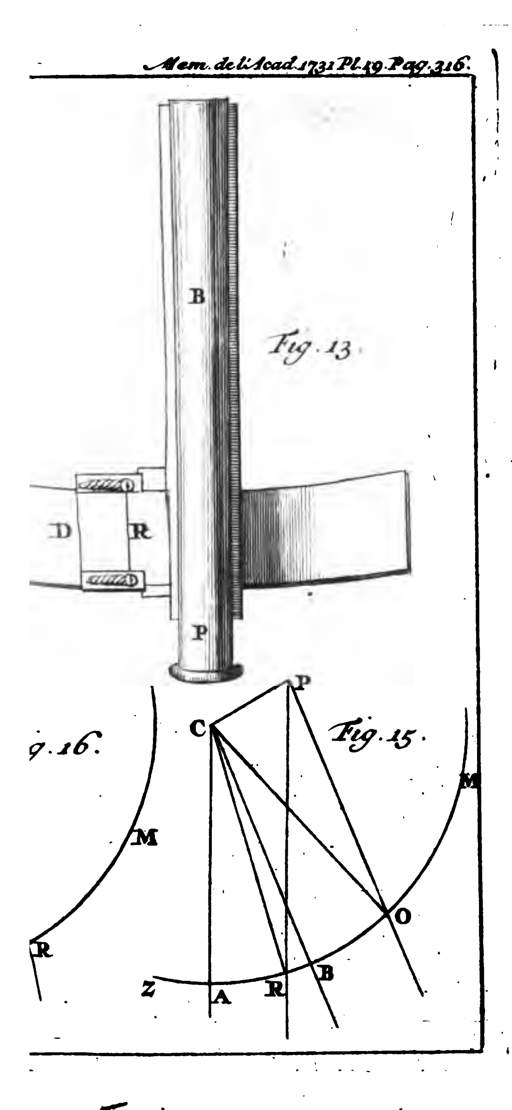


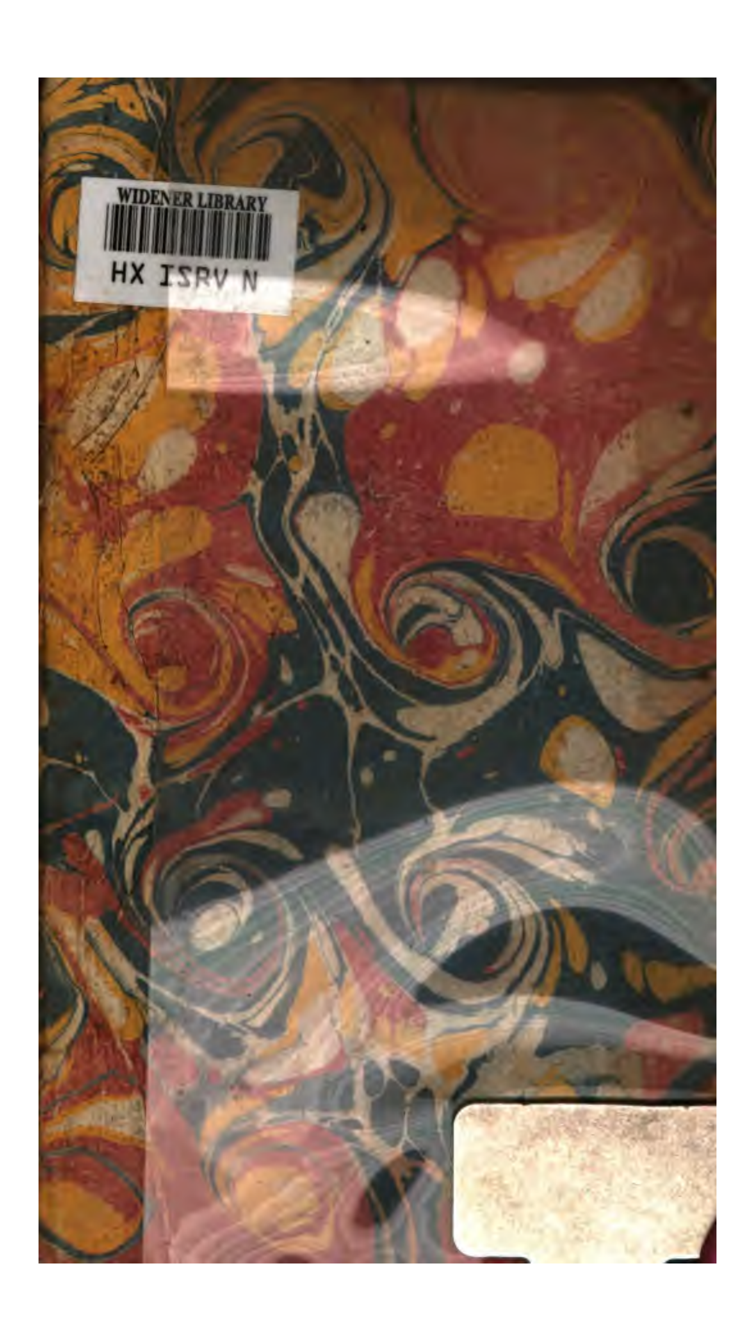
Fig. 8.
C
Fig. 8.
A
F
B
C
Fig. 11.
K
F
B
G
O
D
Z
I
Fig. 10.
A
H
K
F
B
G
E
O
C
R
Z
I
D



O
Fig. 12.
A
ℬ
C
B
φ
F
P
π
ε
D
E
ρ
δ


B
Fig. 13.
D
R
P
P
C
Fig. 15.
g. 16.
M
M
O
R
B
Z
A
R




WIDENER LIBRARY
HX ISRV N

